

UNIVERSIDADE DE LISBOA
Instituto de Educação



**TAREFAS NA SALA DE AULA: PRÁTICA LETIVA DE
PROFESSORES DO 3.º ANO COM REPRESENTAÇÕES
MATEMÁTICAS**

Isabel Maria Palmeiro Velez

Orientadores: Professora Doutora Maria de Lurdes Marquês Serrazina
Professor Doutor João Pedro Mendes da Ponte

Tese especialmente elaborada para a obtenção do grau de Doutor em
Educação, especialidade de Didática da Matemática

2020



TAREFAS NA SALA DE AULA: PRÁTICA LETIVA DE PROFESSORES DO 3.º ANO COM REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS

Isabel Maria Palmeiro Velez

Orientadores: Professora Doutora Maria de Lurdes Marquês Serrazina
Professor Doutor João Pedro Mendes da Ponte

Tese especialmente elaborada para a obtenção do grau de Doutor em Educação, especialidade de Didática da Matemática

Júri:

Presidente: Doutora Cecília Galvão Couto, Professora Catedrática e membro do Conselho Científico do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Vogais:

- Doutora Maria de Lurdes Marquês Serrazina, Professora Coordenadora Aposentada da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa, orientadora;
- Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes, Professora Coordenadora da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal;
- Doutora Neusa Cristina Vicente Branco, Professora Adjunta da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém;
- Doutora Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira, Professora Auxiliar do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa;
- Doutora Ana Cláudia Correia Batalha Henriques, Professora Auxiliar do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT –Fundação para a Ciência e Tecnologia por meio da bolsa com referência SFRH/BD/97033/2013

Resumo

Assumindo que a prática letiva influencia de forma decisiva a aprendizagem dos alunos, este estudo visa compreender como se caracteriza a prática dos professores do 1.º ciclo do ensino básico, no que respeita à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam. Assim, através da observação de aulas e de sessões de grupo de trabalho (preparação e pós-aula), analiso a forma como o grupo de trabalho planeia, explora e reflete nas tarefas, focando-me nas ações dos professores, nas representações que utilizam e nas que dão primazia e no tipo de questionamento a que recorrem nas tarefas propostas aos alunos na sala de aula. O Enquadramento teórico discute os principais aspetos da prática letiva dos professores e das representações.

Nesta investigação, de natureza qualitativa e interpretativa, baseada em estudos de caso, os dados foram recolhidos através da observação participante (sessões de grupo de trabalho) e não participante (aulas), da realização de entrevistas semiestruturadas e da gravação das aulas e das sessões de grupo de trabalho, tendo sido analisados através de análise de conteúdo. Assim, durante o ano letivo de 2012/2013, acompanhei um grupo de quatro professores (três professores titulares de turmas do 3.º ano e uma professora de apoio a Matemática). Todos os participantes pertenciam ao mesmo agrupamento de escolas, situado no distrito de Lisboa. Num contexto de grupo de trabalho, procurei criar condições para que refletissem sobre a sua prática e partilhassem experiências.

Os resultados do estudo evidenciam uma relação próxima entre as ações dos professores e a atividade dos alunos no processo de representação, verificando-se três níveis distintos de exigência cognitiva. Observa-se ainda um padrão nos tipos de questionamento a que os professores recorrem, que varia de acordo com o momento em sala de aula, com o tipo de tarefa explorada e com as dificuldades manifestadas pelos alunos. É também notória a primazia que os professores dão à utilização das representações simbólicas, em detrimento das representações pictóricas. As representações pictóricas surgem como último recurso, de forma a promover a compreensão de alunos mais jovens (1.º e 2.º ano) e de alunos com dificuldades na interpretação do enunciado das tarefas ou na sua resolução.

Palavras-Chave: Representações; Ações do professor; Questionamento; 1.º ciclo; Tarefas.

Abstract

Assuming that the teacher's practice has a great influence on pupil's learning, this study seeks to understand how elementary school teacher's practice is characterized and specifically, how do they explore the tasks in their classroom and which representations do they mostly use and prefer. Therefore, by observing different classroom, preparation and reflecting sessions, I analyse how they plan, explore and reflect about the tasks that they explore in the classroom, focusing in the teacher's actions, in the representations that they use and prefer and in the questioning that they use.

The theoretical framework discusses the main aspects of teacher's practice and representations.

For this research, made with a qualitative approach and framed in an interpretative paradigm with a case design, data were first collected through participant (group sessions) and non-participant (classroom) observation, video and audio recording (of all sessions and classrooms) and secondly, were analysed by content analyses. That way, during the school year of 2012/2013, I worked with a group of four elementary school teachers (three of them with a Grade 3 classroom and one of them as a Support mathematics teacher). All the four participants were in the same school cluster, in the Lisbon region. While participating in this teacher's working group, I seek to promote an environment that enabled teachers to share and to reflect about their teaching practice.

The results highlight a close connection between teachers' actions and pupils' activity in the representing process, in three different levels of cognitive demand. It is also possible to observe a pattern on teacher's questioning types according to the different moments of a classroom lesson, to the task and to pupils' difficulties. Additionally, it is noticeable how teachers prioritize symbolic representations over pictorial representations. Pictorial representations appear as last resource for teachers, when they need to promote younger pupils understanding (Grade 1 and Grade 2 pupils) or to help pupils that are struggling to interpret the statement of the problem or to solve the task.

Keywords: Representations; Teachers' Actions; Questioning; Elementary level; Tasks.

Para ti,
Por ti,
Por nós.

Agradecimentos

Quando te contei que depois da tese de mestrado surgiu o desafio para que um dia fizesse o doutoramento, exclamaste “Claro que sim! Mas há dúvidas?!?”. Anos mais tarde, quando te disse que ia retomar o meu percurso académico, fizeste-me prometer que, desta vez, te iria permitir que assistisses à discussão final. Era essa a representação mental que tínhamos do futuro. No entanto, tal como em Matemática, nem sempre as nossas representações espelham um raciocínio correto, pelo que chegarei ao final, mas sem ti.

Costuma dizer-se que para educar uma criança é preciso uma aldeia, mas creio que para terminar um doutoramento é necessária uma cidade... Nesta minha representação de “cidade”, várias pessoas tiveram um papel marcante, acompanhando, sugerindo, refletindo, apoiando... De forma geral, cada um deu o seu contributo, para que o doutoramento fosse uma experiência mais rica e gratificante e muito menos solitária. A todos devo o meu agradecimento.

Assim, começo por agradecer aos meus orientadores, a professora Lurdes Serrazina e o professor João Pedro da Ponte, que tiveram um papel fundamental no meu percurso e na minha aprendizagem, orientando e apoiando-me de forma atenta, criteriosa e metódica. Estando sempre presentes, ajudaram-me a refletir, questionando-me, desafiando-me e incentivando-me a melhorar o meu trabalho. Para além da orientação na minha investigação, agradeço também o seu incentivo para a disseminação de resultados em conferências e encontros, para a partilha de reflexões em seminários, para o contacto com outros investigadores e para a participação em projetos de investigação.

A recolha de dados que permitiu a elaboração desta tese só foi possível graças à disponibilidade e amabilidade do grupo de professores com quem trabalhei nas sessões de grupo de trabalho. Gentilmente, abriram-me a porta das suas salas, dando-me a conhecer a sua prática e partilhando as suas reflexões e preocupações com o grupo, facto pelo qual lhes estou grata. Agradeço ainda ao agrupamento onde se realizou o meu estudo, pela oportunidade de poder trabalhar com este grupo de professores.

Estou também grata pela bolsa que me foi atribuída pela FCT, que me possibilitou dedicar quatro anos à minha investigação e ao meu desenvolvimento profissional, em regime de exclusividade.

No meu percurso, tive a oportunidade de contactar com diversos investigadores, professores e doutorandos e de conhecer diferentes investigações. Os momentos de reflexão, colaboração e discussão que vivenciei com todos, fizeram com que refletisse de forma mais aprofundada no meu trabalho e na minha prática enquanto professora. Tive

ainda a sorte de beneficiar do apoio, do companheirismo e da boa disposição de um grupo excecional de doutorandas (o grupo da sala E210). Para além de me ajudarem a ser mais crítica e reflexiva, a Cristina Moraes, a Helena Guerreiro, a Joana Mata Pereira, a Marisa Quaresma, a Nádía Ferreira e mais recentemente, a Joana Conceição tiveram um papel vital nos momentos mais conturbados do meu percurso. Todas, à sua maneira, contribuíram para que a representação interna da minha tese se transformasse, finalmente, numa representação externa. Independentemente de muitas vezes, não estarmos na mesma sala, na mesma cidade, no mesmo país, ou no mesmo continente, mantivemo-nos sempre próximas.

Dentro da “cidade”, há também um “bairro” de familiares próximos e de bons amigos. Agradeço-lhes a amizade, o apoio e o interesse pela evolução da minha investigação, a paciência e a compreensão pelas minhas ausências e, ao mesmo tempo, os inúmeros bons momentos que partilhámos.

Dentro deste “bairro”, existe uma “casinha” muito especial, habitada por “três mosqueteiros” ... Sem o seu apoio incondicional, o meu percurso não teria o mesmo significado. Sem eles, não seria possível superar os obstáculos que surgiram ou alcançar os objetivos a que me propus, nem tão pouco conseguiria seguir em frente, depois da grande perda das nossas vidas. Agradeço-lhes pelo amor e carinho com que me acompanham, pela paciência e compreensão nos momentos em que não estive presente e pelo precioso auxílio na gestão quotidiana e no acompanhamento dos mais pequenos. Por fim, devo um agradecimento muito especial ao “coração” desta “cidade”, os meus filhos... Tendo em conta que oficialmente, o meu primeiro dia como doutoranda, foi também o meu primeiro dia como mãe, com a aproximação do final desta jornada, os pequenos saberão finalmente o que é ter uma mãe “não-doutoranda”! Agradeço-lhes a alegria, a paciência e todos os beijos e abraços. Através deles obtive a força que me motivou a continuar e espero que se orgulhem tanto de mim, como eu me orgulho deles.

Terminada esta etapa, posso dizer que não sou seguramente a mesma pessoa que um dia entrou no Instituto de Educação, para iniciar um doutoramento que se revelou um processo de crescimento intenso e arrebatador, mas muito gratificante.

Concluo assim este capítulo, mas não dou por terminada a história... É hora de começar uma nova aventura! Por agora, finalizo os agradecimentos como comecei... A minha última frase é para ti, pois quero acreditar que independentemente do meu caminho, estarás algures a apoiar-me e a torcer por mim, como sempre estiveste, num lugar privilegiado sobre todos os demais! Agradeço-te a ti também, por tudo.

Índice

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 Um estudo sobre a exploração de tarefas com enfoque na prática dos professores	1
1.2 – As representações no ensino-aprendizagem da Matemática	3
1.3 – Objetivo do estudo	6
Capítulo 2 – Representações	9
2.1 – Noção de representação, tipos e sistemas de representação	9
2.2 – Representações na aprendizagem da Matemática	14
2.3 – Síntese	27
Capítulo 3 – O professor e as representações matemáticas	31
3.1 – Estudos que caracterizam o trabalho dos professores com representações	31
3.2 – Recomendações para os professores sobre o trabalho com recomendações	33
3.3 – Síntese	39
Capítulo 4 – Prática dos professores	41
4.1 – O conceito de prática dos professores	41
4.2 – Conhecimento dos professores	44
4.3 – Contexto escolar e discurso	46
4.4 – Tarefas	48
4.5 – Questionamento dos professores	54
4.6 – Abordagens curriculares	59

4.7 – Reflexão em contexto de grupo de trabalho	61
4.8 – Síntese	63
Capítulo 5 – Metodologia de investigação	65
5.1 – Opções metodológicas	65
5.2 – Sessões em grupo de trabalho	67
5.3 – Contexto do estudo e participantes	69
5.4 – Recolha e análise de dados	73
5.5 – Questões éticas	76
Capítulo 6 – Exploração de tarefas com números inteiros	79
6.1 – Momento de trabalho n.º 1 – Tarefa “Teatro na Escola”	79
6.2 – Momento de trabalho n.º 2 – Tarefa “Os irmãos doentes”	109
6.3 – Momento de trabalho n.º 3 – Tarefa “A visita de estudo”	137
6.4 – Discussão	161
Capítulo 7 – Exploração de tarefas com representações estatísticas	167
7.1 – Momento de trabalho n.º 4 – Tarefa “Prato preferido”	167
7.2 – Momento de trabalho n.º 5 – Tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”	196
7.3 – Momento de trabalho n.º 6 – Tarefa “Ementa de refeitório”	222
7.4 – Discussão	253
Capítulo 8 – Exploração de tarefas com representações de números racionais	257
8.1 – Momento de trabalho n.º 7 – Tarefa “Os bolos”	257
8.2 – Momento de trabalho n.º 8 – Tarefa “As moedas”	280
8.3 – Momento de trabalho n.º 9 – Tarefa “Pensamento relacional”	305
8.4 – Discussão	332
Capítulo 9 – Conclusão	335
9.1 – Síntese do Estudo	335

9.2 – Conclusões sobre as questões do estudo	338
9.3 – Considerações finais	354
9.3.1 – Reflexão Final	354
9.3.2 – Desafios futuros	356
Referências	359
Anexos	365

Índice de figuras

Figura 1 – Representação verbal de Rodrigo.	82
Figura 2 – Representação icónica de Ângelo (esquema com representações verbais).	83
Figura 3 – Representação pictórica de Joaquim.	84
Figura 4 – Representação icónica utilizado por Sónia (esquema com representações verbais).	85
Figura 5 – Representação icónica de Joaquim (esquema com representações verbais).	86
Figura 6 – Representação icónica de Ângelo (2. ^a tentativa de resolução).	87
Figura 7 – Representação icónica de Francisco (esquema com representações icónicas, verbais e simbólicas).	88
Figura 8 – Representação icónica utilizada por Sónia (esquema com representações icónicas e verbais).	89
Figura 9 – Representação icónica (esquema com representações simbólicas) e representação simbólica utilizadas por Sónia.	92
Figura 10 – Representações utilizadas por Sónia.	93
Figura 11 – Representação icónica de Carlos.	97
Figura 12 – Representação icónica de Leonardo (esquema com representações verbais).	98
Figura 13 – Representação icónica de Jonas (esquema com representações verbais).	99
Figura 14 – Representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais) 1. ^a parte.	100
Figura 15 – Representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais) 2. ^a parte.	101

Figura 16 – Representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais) 3. ^a parte e representação icónica utilizada por Sandra.	101
Figura 17 – Representação simbólica de Mariana.	102
Figura 18 – Representações apresentadas e registadas no quadro pelos alunos e pela professora (icónicas e simbólicas).	103
Figura 19 – Representações dos alunos, analisadas na sessão de reflexão pós aula.	106
Figura 20 – Representação icónica utilizada por Sandra (esquema com representações pictóricas e verbais).	113
Figura 21 – Representação verbal de Fernando: “Quem acaba é o segundo irmão”.	115
Figura 22 – Representação icónica criada por Paulo e Carla.	116
Figura 23 – Representação icónica de António (esquema com representações simbólicas).	117
Figura 24 – Representação icónica de António (esquema com representações simbólicas).	121
Figura 25 – Representação icónica utilizada por Sandra.	122
Figura 26 – Representação verbal utilizada por Ricardo.	125
Figura 27 – Sequência evolutiva das representações simbólicas (a,h) e icónicas (b-g) utilizadas por Ricardo.	126
Figura 28 – Representação icónica utilizada por Ricardo (esquema com representações simbólicas).	129
Figura 29 – Representações icónicas utilizadas por Ricardo.	130
Figura 30 – Representação icónica de Bruno (esquema com representações simbólicas).	130
Figura 31 – Representação icónica analisada na sessão de reflexão pós aula.	133
Figura 32 – Representação icónica analisada na sessão de reflexão pós aula.	134
Figura 33 – Representações simbólicas de Joaquim.	142
Figura 34 – Representações simbólicas de Joaquim.	142
Figura 35 – Representação simbólica de Sílvia.	145
Figura 36 – Representação simbólica de Joaquim.	147

Figura 37 – Representação icónica (esquema com representações simbólicas) utilizada por Carla, para converter as representações mentais de Yara.	148
Figura 38 – Representação simbólica de Inês.	149
Figura 39 – Representação pictórica utilizada por Ricardo.	152
Figura 40 – Representação icónica utilizada por Ricardo, semelhante à representação de Jonas.	154
Figura 41 – Representação icónica (esquema com representações simbólicas) de Mauro.	155
Figura 42 – Representações dos alunos, analisadas na sessão de reflexão pós aula.	157
Figura 43 – Representação de aluno, analisada na sessão de reflexão pós aula.	159
Figura 44 – Representações utilizadas por Ricardo, analisadas na sessão de reflexão pós aula.	160
Figura 45 – Tarefa proposta na sessão de preparação da aula.	168
Figura 46 – Tarefa final, após alterações.	169
Figura 47 – Representação simbólica utilizada por Carla.	173
Figura 48 – Representação simbólica utilizada por Carla, transcrevendo algumas das utilizações incorretas dos alunos relativas à representação do gráfico de barras.	179
Figura 49 – Representação icónica utilizada por Ricardo.	185
Figura 50 – Representação do Diagrama de Venn utilizada por Carla para converter a representação mental de Laura.	201
Figura 51 – Representação do Diagrama de Venn utilizada por Carla.	202
Figura 52 – Representação icónica de Caetana (esquema com representações simbólicas).	227
Figura 53 – Representação icónica utilizada por Sandra.	229
Figura 54 – Representação utilizada por Sandra.	230
Figura 55 – Representação icónica utilizada por Sandra (esquema com representações verbais).	231
Figura 56 – Representações incorretas dos alunos, reproduzidas no quadro por Sandra.	232

Figura 57 – Representações utilizadas por Sandra, a partir das representações dos alunos.	233
Figura 58 – Representação icónica utilizada por Sandra para assinalar caixas de alimentos “consumidas”.	234
Figura 59 – Representações utilizadas por Sandra na discussão coletiva da tarefa.	235
Figura 60 – Gráfico reproduzido por Ricardo na discussão coletiva da tarefa.	240
Figura 61 – Representações utilizadas por Ricardo para promover a compreensão das convenções da representação do pictograma.	241
Figura 62 – Representações utilizadas por Ricardo, a partir das representações incorretas dos alunos.	242
Figura 63 – Representação ativa utilizada por Ricardo para representar caixas de alimentos “consumidas” (antes e depois de apagar as caixas).	245
Figura 64 – Representações utilizadas por Ricardo durante a discussão coletiva da tarefa.	247
Figura 65 – Representação pictórica de Leonor.	262
Figura 66 – Representação icónica de Leonor (esquema com representações pictóricas e verbais).	262
Figura 67 – Representação icónica de Lígia.	268
Figura 68 – Representação icónica de Lígia e representação simbólica proposta por Sandra.	266
Figura 69 – Representação simbólica utilizada por Sandra.	266
Figura 70 – Representação icónica de Diana.	269
Figura 71 – Representação icónica de Joaquina.	270
Figura 72 – Representação icónica de Jonas e reproduzida no quadro por Ricardo.	272
Figura 73 – Representação icónica de Jonas (2. ^a parte).	272
Figura 74 – Representação icónica de Jonas (3. ^a parte).	273
Figura 75 – Representações dos alunos analisados na sessão de reflexão pós aula.	276
Figura 76 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Yara (1. ^a parte).	288

Figura 77 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Yara (2. ^a parte).	288
Figura 78 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Yara (3. ^a parte).	288
Figura 79 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Laura.	289
Figura 80 – Representações icónicas utilizadas por Carla para converter as representações verbais dos alunos.	290
Figura 81 – Representação simbólica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Júlia.	290
Figura 82 – Representações icónicas utilizadas por Carla para converter as representações verbais de Vanda e de Rúben.	292
Figura 83 – Representação icónica utilizada por Ricardo.	296
Figura 84 – Representação icónica utilizada por Sandra.	297
Figura 85 – Representação utilizadas pelos professores, analisadas na sessão de reflexão pós aula.	303
Figura 86 – Representações simbólicas de David (1. ^a parte).	311
Figura 87 – Representações simbólicas de David (2. ^a parte).	311
Figura 88 – Representações icónicas utilizadas por Sandra.	313
Figura 89 – Representação icónica utilizada por Ricardo.	317
Figura 90 – Representação icónica utilizada por Ricardo.	318
Figura 91 – Representação icónica da reta graduada utilizada por Ricardo.	318
Figura 92 – Representação icónica utilizada por Ricardo.	320
Figura 93 – Representação icónica da reta graduada utilizada por Ricardo.	320
Figura 94 – Representação icónica utilizada por Ricardo.	322
Figura 95 – Representações icónicas utilizadas por Ricardo.	323
Figura 96 – Relação entre ações e questionamento do professor.	350

Índice de tabelas

Tabela 1 – Relação entre representação interna e configuração externa (adaptado de Goldin, 2008).	13
Tabela 2 – Diferentes tipos de representações.	14
Tabela 3 – Funções das representações durante a resolução de problemas (adaptado de Stylianou, 2010).	35
Tabela 4 – Ações dos professores relacionadas com a atividade dos alunos relativa a representações.	49
Tabela 5 – Tipos de questionamento do professor.	58
Tabela 6 – Lista de tarefas analisadas.	73
Tabela 7 – Distribuição do tipo de questionamento do professor pelos momentos da exploração da tarefa.	342

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo apresento o estudo realizado que se centra no modo como os professores do 1.º ciclo do ensino básico exploram algumas tarefas, nomeadamente como se caracteriza a sua prática e de que forma trabalham diferentes representações na sala de aula. Começo por descrever a minha motivação inicial, passando de seguida para a contextualização do estudo, referindo as orientações curriculares à altura da recolha de dados, e enunciando, por fim, os objetivos e questões a estudar.

1.1. Um estudo sobre a exploração de tarefas com enfoque na prática dos professores

Durante o meu percurso como professora de 1.º ciclo do ensino básico, sempre trabalhei em parceria com outros professores, discutindo as dificuldades que sentíamos ao explorar diferentes tarefas na sala de aula e partilhando estratégias para as ultrapassar. Nas discussões mantidas ao longo dos anos, emergiam pontos em comum, independentemente da localização da escola ou do ano de escolaridade. Algumas das dificuldades relacionavam-se com a forma como os alunos resolviam as tarefas propostas, nomeadamente, no que respeita à compreensão dos enunciados das tarefas e na utilização de representações matemáticas adequadas. Os professores referiam frequentemente a “preguiça mental” dos seus alunos, ao mecanizarem a resolução de exercícios e rotinas, sem refletir sobre o seu trabalho. A partir destas discussões, comecei a refletir um pouco sobre o papel dos professores durante a exploração das tarefas que propõem, a forma como recorrem às diferentes representações matemáticas e como comunicam com os alunos. Paralelamente, no decurso do meu percurso académico, ao contactar com

investigadores internacionais, constatei que as dificuldades identificadas pelos professores que conheci, são comuns em escolas de todo o mundo. Nesse sentido, considero que a prática dos professores é um elemento fundamental do ensino-aprendizagem, na medida em que o que os alunos aprendem é em grande parte determinado pelo que os professores fazem na sala de aula. Para além disso, apesar de vários investigadores se debruçarem sobre a exploração de tarefas e sobre a complexidade da prática dos professores, trata-se de um domínio onde ainda há muito por estudar, em especial no que se refere ao 1.º ciclo do ensino básico.

Nos últimos anos, alguns investigadores têm-se focado no ensino-aprendizagem das representações matemáticas, na comunicação em sala de aula e na prática dos professores. Por exemplo, Webb, Boswinkel e Dekker (2008) analisam as representações, categorizando-as em três tipos: informais, preformais e formais, que organizam no modelo de icebergue. Estes autores propõem ainda um percurso que os alunos podem fazer das representações informais até às formais e sugerem diversas estratégias para ajudar os professores nesse percurso. O modo como estas e outras recomendações e orientações curriculares se concretizam na sala de aula depende em grande parte dos professores que, através da sua prática letiva, detêm um papel decisivo no processo de aprendizagem dos seus alunos. Por sua vez, a prática dos professores está estreitamente relacionada com as suas conceções e com o seu conhecimento das diversas representações. Nesse sentido, Stylianou (2010) refere que as representações dos professores são “uma parte vital na explanação que os professores fazem de novos conceitos, demonstrações na resolução de problemas e na criação de ligações entre conceitos” (p. 329). Para esta autora, as dificuldades sentidas pelos alunos quando trabalham representações matemáticas podem dever-se às conceções dos professores, na medida em que baseiam a sua prática de ensino nas suas próprias conceções e nas representações que conhecem e utilizam. Desta forma, se um professor tem dificuldade em compreender e aplicar uma determinada representação, as suas dúvidas e inseguranças podem ser replicadas pelos seus alunos.

Globalmente, considero que o estudo da exploração das tarefas com enfoque na prática dos professores me permitirá fazer uma autorreflexão sobre o meu trabalho e ao mesmo tempo, compreender melhor o trabalho dos meus colegas. Tendo em atenção os diversos aspetos da prática indicados por Ponte e Serrazina (2004b), dada a sua influência direta na aprendizagem dos alunos, opto por focar a minha investigação na prática dos professores durante a exploração de tarefas. Dou especial atenção à exploração das tarefas

propostas, ao uso e exploração de representações matemáticas e ao questionamento dos professores. Não sendo possível debruçar-me sobre todo o tipo de representações matemáticas, opto por analisar a prática dos professores em tarefas com representações no âmbito da organização e tratamento de dados e dos números inteiros e racionais.

1.2. As representações no ensino-aprendizagem da Matemática

As representações desempenham um papel muito importante na Matemática e têm sido objeto de investigação por parte de diferentes autores. Por exemplo, o NCTM (2007) define “representação” como o processo de representar e simultaneamente, o produto resultante desse processo. Por seu turno, Goldin (2008) caracteriza uma representação como “uma configuração que representa algo, de alguma forma. Por exemplo, uma palavra pode representar um objeto real, um numeral pode representar o número de elementos num conjunto, ou a posição de um número numa reta numérica” (p. 180).

Bruner (1999) refere-se às representações, distinguindo-as entre representações ativas, icónicas e simbólicas. Ponte e Serrazina (2000) referem que apesar das representações simbólicas terem um lugar central em Matemática, na sua perspetiva, as representações icónicas ou gráficas são cada vez mais valorizadas e os materiais manipuláveis têm um papel fundamental na aprendizagem nos primeiros anos.

De acordo com o NCTM (2007) a forma como os alunos representam as ideias matemáticas é fundamental no processo de compreensão e mobilização dessas ideias. Assim, é importante encorajá-los, independentemente da sua idade, a criar e a utilizar representações próprias, mesmo que estas, inicialmente, não sejam as representações matemáticas convencionais. Além disso, para que compreendam verdadeiramente os conceitos matemáticos, os alunos devem: (i) conhecer diferentes representações do mesmo conceito; (ii) ser capazes de escolher as representações que melhor se adequam à situação; e (iii) ser capazes de fazer transformações de representações. Ainda de acordo com o NCTM (2007) os alunos devem contactar progressivamente com as diversas representações convencionais e, com o decorrer da escolaridade, utilizar representações cada vez mais complexas. Nesse sentido, no ensino pré-escolar, os alunos contactam com representações como a linguagem oral e escrita, gestos, desenhos e alguns símbolos (convencionais e não convencionais, criados pelas crianças). No início do 1.º ciclo, o leque de representações a utilizar inclui os próprios dedos, diagramas e novos símbolos. Mais tarde, entre o 3.º e o 5.º ano, os alunos começam a produzir representações mais

abstratas e utilizam símbolos matemáticos, ferramentas e notações convencionais que lhes permitem compreender equações e o significado do sinal de igual. O NCTM (2007) faz também referência à possibilidade de os professores poderem compreender melhor o raciocínio dos seus alunos a partir das suas representações, uma vez que fornecem um registo do seu esforço para compreender a Matemática. Assim, podem ajudar os alunos a refletir sobre as representações que utilizam e a transformar as suas representações não convencionais para representações formais. Esta passagem deve fazer-se de forma gradual, tendo sempre por base as representações iniciais dos alunos, que lhes são mais significativas, podendo os professores recorrer aos momentos de discussão em grupo, em que os alunos expõem a forma como encontraram uma dada solução, para introduzir as representações convencionais.

Em Portugal, o *Programa de Matemática do ensino básico* (ME, 2007a), em vigor aquando da recolha de dados, refere que, no final do 1.º ciclo, os alunos devem ser capazes de conhecer, ler, interpretar e elaborar diferentes representações para registar, organizar e comunicar ideias matemáticas, de utilizar adequadamente as diferentes representações em diferentes situações e de traduzir informação de uma representação para outra. Este documento dá grande destaque ao papel das representações no ensino e aprendizagem da Matemática:

As representações matemáticas desempenham um papel importante em toda a aprendizagem desta disciplina, e o trabalho com os conceitos matemáticos mais importantes deve envolver, sempre que possível, mais do que uma forma de representação. Os alunos necessitam, por isso, de adquirir desembaraço a lidar com diversos tipos de representação matemática no trabalho com os números e as operações aritméticas, os objetos geométricos, os dados estatísticos, o simbolismo algébrico e a representação cartesiana ou outros tipos de gráficos, tabelas, diagramas e esquemas. Os alunos têm de compreender que existe uma variedade de representações para as ideias matemáticas, e a capacidade de passar informação de uma forma de representação para outra é tão importante como saber reconhecer as convenções inerentes a cada tipo de representação e interpretar a informação apresentada (ME, 2007, p. 9).

Este programa não só evidencia a importância das representações, como apresenta diversas sugestões relativamente à metodologia de trabalho a utilizar pelos professores. Refere ainda que, antes das representações simbólicas, é apropriado usar representações icónicas, estimulando os alunos a criar representações próprias antes de recorrer às representações formais. Inicialmente, os alunos deveriam poder recorrer a desenhos e

palavras, para gradualmente, utilizar símbolos, tabelas, esquemas e gráficos. Recomenda também que o professor faça “sentir a necessidade de uma linguagem partilhada, introduzindo progressivamente as representações matemáticas convencionais” (ME, 2007a).

Dada a importância que as representações têm neste programa, elas surgem como um aspeto transversal a todos os temas. Por exemplo, no tema Números e operações, no 3.º e 4.º anos, o estudo dos números deve ser aprofundado, trabalhando a sua representação fracionária e decimal e proporcionando situações que permitissem aos alunos relacioná-las. Na organização e tratamento de dados, o programa privilegia “a utilização das inúmeras formas de representação de dados” (p. 7), recomendando o seu uso na resolução de problemas, relacionadas com outros conceitos, representações e procedimentos matemáticos. Sugere também que o professor oriente os seus alunos para que estes conheçam, interpretem trabalhem e construam diferentes tipos de representações, comparando-as e tirando conclusões sobre a mais adequada a uma determinada situação. Os alunos devem “ser capazes de explorar e interpretar dados organizados de diversas formas; realizar estudos que envolvam a recolha, organização e representação de dados e comunicar utilizando linguagem própria deste tema” (p. 26). O programa faz também referência à relação entre representações e comunicação, considerando que esta se desenvolve a partir de vivências que incluem “a interpretação de enunciados, a representação e expressão de ideias matemáticas, oralmente e por escrito, e a sua discussão na turma” (p. 29).

Nos anos anteriores ao ano letivo 2012/2013, os documentos curriculares vieram dar muita relevância às representações. Paralelamente, as representações começaram a ser objeto de estudo em várias investigações. Por exemplo, em Portugal, relativamente ao 1.º ciclo, Canavarro (2003) refere a importância das representações matemáticas convencionais e não convencionais no desenvolvimento do raciocínio algébrico e da expressão do pensamento dos alunos. Pelo seu lado, Pinto (2009) refere o papel das representações ativas, icónicas e simbólicas na resolução de problemas por alunos de 1.º ano, como ferramentas de apoio à compreensão dos conceitos e das relações matemáticas. Valério (2005), através da análise do trabalho de alunos do 3.º ano, evidencia a aptidão desses alunos para conceber representações próprias enquanto procuram dar sentido a um problema. No caso do 2º ciclo, Quaresma (2010) indica que, no início deste ciclo, os alunos sentem ainda dificuldades na compreensão de conceitos relacionados com determinadas representações matemáticas de números racionais.

Assim, apesar de não ter como objetivo avaliar a prática dos professores, pretendo compreender como se caracteriza durante a exploração de tarefas na sala de aula, bem como perceber como se abordam as diferentes representações na sala de aula, através da realização de sessões de grupo de trabalho com quatro professores do 1.º ciclo do ensino básico (três professores com turmas de 3.º ano de escolaridade e uma professora de apoio de Matemática).

1.3. Objetivo do estudo

As representações, conceito central neste estudo, assumiram, entre 2007 e 2013, uma importância crescente nas orientações curriculares para o ensino da Matemática, em Portugal, sendo sublinhada a importância dos alunos saberem: (i) usar diferentes representações convencionais; (ii) escolher a representação mais adequada para a resolução de cada problema; (iii) traduzir informação de uma certa representação para outra; e (iv) conceber, quando necessário, as suas próprias representações. No entanto, o modo como os professores encaram e usam as representações na sua prática é, ainda hoje, pouco conhecido.

Deste modo, o objetivo deste estudo é compreender como se caracteriza a prática letiva dos professores do 1.º ciclo do ensino básico no que respeita à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam.

Para atingir este objetivo, tenho em atenção as seguintes três questões de investigação:

- 1- De que forma os professores exploram as tarefas na sala de aula? Como conduzem a introdução de uma tarefa, o trabalho autónomo dos alunos e a discussão coletiva na sua realização? De que modo questionam os alunos?
- 2- Qual o papel das diversas representações matemáticas na resolução das tarefas? Quais as representações que os professores privilegiam? Em que momentos (introdução, trabalho autónomo ou discussão) recorrem às diversas representações (pictóricas, verbais, ativas, icónicas ou simbólicas)? Como lidam com as representações dos alunos?

- 3- De que forma as ações dos professores se relacionam com o processo de representação dos alunos? Como promovem o avanço dos alunos para a utilização de representações mais formais?

Capítulo 2

Representações

As representações matemáticas têm merecido atenção de várias investigações em educação matemática. Neste capítulo, passo em revista o modo como se pode caracterizar a noção, os tipos e os sistemas de representação e de seguida, discuto o papel das representações na aprendizagem dos alunos em Matemática.

2.1. Noção de representação, tipos e sistemas de representação

Para compreender as representações matemáticas é importante perceber o que são, como se caracterizam, que tipos de representações existem e como se organizam em sistemas de representações.

Noção de representação. Os objetos matemáticos são abstrações que não existem no mundo real e só podemos pensar neles através de representações. Vários investigadores discutem o que são representações e o que as caracteriza. Por exemplo, Goldin (2008) descreve uma representação como algo que representa alguma coisa, de determinada forma. Em particular, as representações matemáticas são caracteres, símbolos ou configurações que representam objetos matemáticos. Tripathi (2008) caracteriza uma representação como uma construção mental ou física que descreve aspetos da estrutura de um conceito e as inter-relações entre o conceito e outros conceitos e refere que as representações permitem interpretar, comunicar e discutir as nossas ideias com os outros. Pelo seu lado, Stylianou (2011) diz que as representações podem ser encaradas como produtos e também como processos. Na sua perspetiva, “representar” constitui um importante mecanismo para a autocompreensão e também uma ferramenta para

comunicar o nosso raciocínio aos que nos rodeiam, evidenciando o percurso que seguimos na resolução de uma determinada questão matemática.

Goldin (2008) indica que a relação entre uma representação e o seu significado é muito complexa, pois uma representação pode representar vários objetos distintos e objetos diferentes podem ter uma mesma representação. Na prática, um determinado objeto matemático pode corresponder a várias representações – por exemplo, “5” (dígito), “V” (numeração romana), “cinco” (palavra da língua portuguesa), “lllll” são diferentes representações do número natural cinco – da mesma forma que uma destas representações pode corresponder a vários objetos, dependendo do contexto onde está inserida.

Sistemas de representação. Uma representação matemática não pode ser interpretada isoladamente, só fazendo sentido no quadro de um determinado sistema de representação com regras, significados e normas globalmente aceites. É este enquadramento que torna possível a comunicação matemática, com a utilização universal de representações comumente aceites e generalizadas. Para Goldin (2008) todas as representações estão enquadradas em sistemas de representações mais amplos com uma estrutura interna própria. Ou seja, estes sistemas são compostos por elementos combinados entre si de diferentes formas, possuindo uma estrutura complexa e elaborada e, ao mesmo tempo, aberta e em constante mudança. Por sua vez, as regras e normas que definem cada sistema de representação permitem que através da “manipulação de símbolos, regras de álgebra ou cálculo já existentes nos seja possível obter novas fórmulas, ou transformar e resolver equações” (Goldin, 2008, p. 182). A compreensão da complexidade do sistema de representação matemático, torna-se progressivamente mais difícil, pois, com a mesma representação, poderemos referir-nos a diferentes informações. Goldin (2008) considera que estes sistemas de representação não surgem automaticamente nas mentes humanas, desenvolvendo-se progressivamente e sendo estruturados pela presença de sistemas anteriores. Na prática, o desenvolvimento do sistema de representação de cada pessoa é um processo moroso, em que é necessário comparar e estabelecer conexões entre uma nova representação e as representações que já conhecemos, com o intuito de compreender o seu significado e assim conseguir utilizá-la adequadamente em situações futuras. Nesse sentido, Goldin (2008) e Goldin e Shteingold (2001) referem que as características dos sistemas representacionais podem dificultar o processo de aprendizagem dos alunos e a sua compreensão das representações, pois, apesar de se conhecer uma determinada representação, num dado contexto, tem-se dificuldade em reconhecer o conceito que lhe está associado noutro contexto.

Desta forma, Goldin (2008) identifica dois tipos de sistemas de representação: os *sistemas de representações externas*, também referidas como *semióticas*, que existem no mundo físico, e que conhecemos como elementos e materiais estruturados (numeração algébrica, equações, funções, derivadas, linguagem Logo, retas numéricas, gráficos cartesianos, diagramas, fractais e outros); e os *sistemas de representações internas* que, na sua perspectiva, são o espelho das representações externas com que cada um se depara. Indica também que as representações internas de um indivíduo incluem a sua língua materna, as suas concepções, imagens visuais e espaciais, heurísticas da resolução de problemas, afetos e outros. Apesar das representações externas serem facilmente observáveis, o mesmo não se passa com as representações internas. Assim, Goldin (2008) refere a dificuldade em analisar o processo de criação de representações internas ou em perceber como se caracteriza, pois em circunstâncias normais, não é possível observar diretamente as representações internas de alguém, mesmo que se tente descrever introspectivamente as próprias representações. No entanto, é possível fazer inferências, ao procurar compreender as representações externas dos alunos.

Por seu lado, para Whitacre, Hohensee e Nemirovsky (2009) as representações internas e externas mesclam-se de forma complexa, comparando este processo ao que acontece com as tintas que um pintor usa ao pintar um quadro. Consideram que as representações não respeitam limites bem definidos e que a relação entre significante e significado pode ser fluída e invertida em relação ao que se poderia esperar. Os autores equiparam as alunas que participaram numa experiência de ensino a duas artistas na realização de uma tarefa e estabelecem um paralelo entre o seu desempenho (que inclui a sua expressão corporal) e a arte visual. Usando a metáfora de alunas-artistas, consideram que estas comunicam as suas representações através de expressões e gestos, criando um “quadro com várias camadas”, onde se fundem representações bastante distintas.

Goldin (2008) refere a importância do contexto na criação de sistemas de representações internas. Segundo o autor, os contextos familiares são codificados internamente por representações na forma de palavras, imagens, notações, estratégias, operações e afetos. Estas estruturas internas servem como modelos (*templates*) para a construção de representações matemáticas, facilitando a sua compreensão. Assim, em alunos mais novos, o recurso a materiais concretos pode servir como representação externa, de forma a estabelecer conexões com conceitos matemáticos mais abstratos. Por outro lado, esta contextualização pode tornar-se um obstáculo cognitivo, dificultando o processo de abstração e generalização. Este padrão, onde as representações

contextualizadas primeiro auxiliam e em seguida restringem o desenvolvimento cognitivo, é bastante comum em matemática. Assim, o autor considera que esta contextualização da Matemática é romantizada, na medida em que quando se procura contextualizar todos os conceitos matemáticos com o intuito de facilitar a compreensão e aprendizagem dos alunos, corre-se o risco de desvalorizar a abstração. Paralelamente, Goldin (2008) indica que a descontextualização total que se verifica no ensino tradicional resulta na construção de um sistema interno formal sem quaisquer ligações semânticas. Na prática, esta descontextualização promove a repetição de procedimentos dissociados da compreensão. Para o autor, a Matemática em contexto não deve ser perspectivada como sendo o oposto da Matemática formal abstrata. Pelo contrário, a abstração e a contextualização devem ser vistas como complementares no processo de criação de representações e de compreensão em Matemática.

Tipos de representação. Cada sistema de representação engloba vários tipos de representações. Alguns autores têm contribuído para a categorização e organização dos diferentes tipos de representações, analisando o que os caracteriza e qual o seu papel. Bruner (1999) distingue entre representações ativas, icónicas e simbólicas:

O que queremos dizer com representação? O que significa traduzir a experiência num modelo do mundo? A minha sugestão é que os seres humanos têm provavelmente três maneiras diferentes de realizarem esta proeza. A primeira é através da ação. Conhecemos muitas coisas para as quais não há imagética nem palavras e é muito difícil ensiná-la através de palavras, diagramas ou imagens (...) Há um segundo sistema de representação que depende da organização visual ou outra organização sensorial e do recurso a imagens de resumo (...) A primeira forma de representação veio a ser designada como ativa e a segunda como icónica (...). Por fim, há a representação por palavras ou linguagem. O seu traço distintivo é ser simbólica por natureza (...) (pp. 27-29)

Por sua vez, Goldin (2008) estabelece uma ligação entre as representações internas e as externas, que divide em cinco subsistemas (verbal, sensorial, registo formal, cognitivo e afetivo) e a produção de configurações externas (ver Tabela 1). Da mesma forma, Bishop e Goffree (1986) optam por categorizar os vários tipos de representações externas em quatro grupos principais – símbolos matemáticos, linguagem, figuras e objetos – e indicam que “cada um destes tipos tem o seu próprio vocabulário ou código que precisa ser apreendido de forma a compreender as ideias matemáticas expressas” (p. 34). Para além dos tipos de representações acima referidos (simbólicas, icónicas e ativas) Ponte e Serrazina (2000) referem-se também à linguagem oral e escrita. Thomas,

Mulligan e Goldin (2002) focam-se igualmente nas representações externas das crianças e têm em conta três dimensões: (i) tipos de sinais utilizados na representação produzida (pictóricos, icónicos ou notacionais); (ii) nível de estruturação numérica evidenciado na representação; e (iii) provas de natureza estática ou dinâmica da imagem representada. Assim, distinguem três tipos de representações externas: pictóricas (imagens de objetos e respetivas descrições orais), icónicas (tracinhos, quadrados, círculos ou pontos), e notacionais (numerais em retas numéricas, setas, colunas verticais e régua de 100 cm).

Tabela 1 – Relação entre representação interna e configuração externa (adaptado de Goldin, 2008)

Sistema de representação interno	Configuração externa
<u>Verbal/sintático</u> – corresponde à utilização da linguagem e ao significado das palavras, incluindo as componentes gramaticais e sintáticas.	Linguagem falada e escrita.
<u>Sensorial</u> – diz respeito à perceção visual, tátil e auditiva do que nos rodeia.	Gesto icónico (<i>iconic gesture</i>), desenho, representação pictórica, produções musicais e rítmicas.
<u>Registos formais</u> – corresponde às representações internas de símbolos e notações matemáticas que aprendemos anteriormente.	Fórmulas e equações matemáticas.
<u>Planeamento e execução cognitivo</u> – inclui o raciocínio matemático e estratégico na resolução de problemas, bem como a capacidade de consciencializar, analisar e avaliar o próprio pensamento.	Estabelecimento de metas, intenções, planeamento, estruturas de decisão.
<u>Afetivo/emocional</u> (crenças e atitudes, sentimentos).	Contato visual, expressões faciais, linguagem corporal, contato físico, lágrimas e risos, e exclamações que transmitem emoções.

As representações apresentam-se assim como um importante objeto de estudo na medida em que permitem interpretar o raciocínio matemático dos alunos durante a realização de tarefas. As representações externas englobam as representações pictóricas, icónicas e notacionais e as representações internas incluem as representações verbais/sintáticas, sensoriais, registos formais, planeamento e execução cognitivo e as afetivas. A análise das relações entre representações externas e internas deve ser feita de

forma cuidadosa, tendo em conta que a relação entre elas é complexa, não existindo uma correspondência unívoca entre ambas.

Perante a variedade de representações existentes, Duval (2006) assinala que estas podem ser transformadas através de tratamentos ou de conversões. Define tratamentos como modificações que ocorrem dentro do mesmo tipo de representação (escrita, figuras, gráficos, diagramas ou outra) e conversões como transformações de um tipo de representação para outra representação de tipo diferente.

A partir dos autores supracitados, elaborei um quadro em que categorizo as representações dos alunos, organizando-as consoante o seu grau de formalidade (das menos formais para as mais formais – Tabela 2):

Tabela 2 – Diferentes tipos de representações

Ativas	Recurso a objetos concretos e a movimentos
Pictóricas	Desenhos detalhados e muito próximos da realidade
Icónicas	Símbolos não matemáticos e esquemas
Simbólicas verbais	Linguagem verbal
Simbólicas matemáticas	Linguagem matemática

Desta forma, na minha investigação considero cinco tipos diferentes de representações: (i) ativas (que implicam manipulação de objetos, gestos ou movimentos); (ii) pictóricas (desenhos pormenorizados muito próximos da realidade); (iii) icónicas (símbolos não matemáticos e esquemas que implicam alguma abstração); (iv) simbólicas verbais (palavras na forma verbal e escrita) e ; (v) simbólicas matemáticas (notação matemática).

2.2. Representações na aprendizagem da Matemática

Tendo em conta a complexidade das representações matemáticas e dos sistemas de representações que integram, é importante perceber como se processa a sua aprendizagem. Vários autores reconhecem essa importância, tendo, por isso, focado as suas investigações nas fases de aprendizagem das representações matemáticas, na forma como os alunos interpretam e utilizam os diferentes tipos de representação e nas dificuldades que sentem. Há ainda outros autores que analisam mais detalhadamente a aprendizagem e utilização de representações específicas como os diagramas, as imagens e os números.

Fases de aprendizagem das representações. Apesar das representações externas serem facilmente observadas e analisadas, o mesmo não acontece com as representações internas, o que dificulta a compreensão do processo de aprendizagem das representações. Goldin e Shteingold (2001) referem que “a representação interna de um determinado conceito é construída, tendo por base outras representações” (p. 10). A utilização das representações externas depende assim, de cada aluno e das suas representações internas. Assumindo uma perspectiva construtivista, Goldin e Kaput (1996) e Goldin e Shteingold (2001) identificam três fases neste processo. Assim, numa primeira fase, o processo de desenvolvimento de uma nova representação interna desencadeia-se quando o aluno é confrontado com uma representação externa que desconhece. Numa segunda fase, verifica-se a necessidade de recorrer ao seu conhecimento prévio para comparar a nova representação externa com as representações internas existentes, de forma a encontrar diferenças e semelhanças. Por fim, na última fase, depois de definidas as características da nova representação, esta torna-se autónoma das representações anteriores, assumindo especificidades e regras próprias. Goldin e Kaput (1996), Goldin (2000), Goldin e Shteingold (2001) e Webb, Boswinkel e Dekker (2008) referem que estas três fases não são independentes umas das outras, estando interligadas. Para além disso, este não é um processo isolado, que ocorre apenas uma vez. Na prática, na aprendizagem de uma representação, pode ser necessário repetir todo o processo ou recorrer novamente a uma das de fases anteriores. No mesmo sentido, Goldin (2008) denomina estas três fases como fase *criadora*, que corresponde à etapa em que são construídos os primeiros significados a partir de referências anteriores, fase de *desenvolvimento estrutural*, que corresponde à etapa em que as novas representações se começam a distinguir das anteriores e fase *autónoma* em que a nova representação se torna independente das representações anteriores, com simbologias e significados próprios. Desta forma, a representação externa de um determinado conceito matemático é aprendida e pode ser aplicada adequadamente no futuro, depois de definidas as suas representações internas e compreendidas as relações entre si. De forma semelhante, Webb, Boswinkel e Dekker (2008) identificam três fases distintas, no processo de compreensão de uma determinada representação: (i) a fase *informal*, em que os conceitos são abordados de forma concreta num contexto mais familiar; (ii) a fase *pré-formal*, em que progressivamente, o grau de complexidade vai aumentando para conceitos mais abstratos e formais; (iii) e a fase *formal*, em que são utilizadas as notações matemáticas formais. Esta formalização das representações não impede que os alunos voltem a utilizar representações de um nível anterior, especialmente

quando estão perante novos contextos. Para estes autores, as diversas fases através das quais uma representação interna se transforma numa representação externa não são independentes umas das outras, estando completamente interligadas.

Na tentativa de compreender o processo de aprendizagem das representações, alguns investigadores têm analisado o desempenho dos alunos na sala de aula. Assim, procuram inferir a forma como formam as suas representações internas, através das representações externas que produzem. Para Goldin (2000) a análise das representações dos alunos “permite-nos compreender detalhadamente o desenvolvimento matemático dos alunos em interação com o ambiente que os rodeia” (p. 180). Em Portugal, Valério (2005) refere que os alunos começam por utilizar representações icónicas, e que “as representações consideradas informais parecem conduzir a representações mais formais” (p. 60). Desta forma, os alunos parecem recorrer a representações icónicas iniciais para ilustrar e visualizar o problema, servir como elementos de contagem, ligar o problema à realidade e constituem um elemento afetivo. Refere que os alunos tendem a reutilizar representações próprias, sendo menos frequente a reutilização de representações “impostas”. Assim, conclui que os alunos utilizam as mesmas representações próprias em situações problemáticas semelhantes, adaptando-as ao problema em questão. Por sua vez, Stylianou (2011) descreve o percurso de alunos do 6.º ano em duas tarefas algébricas. Apesar de os alunos recorrerem a representações mais pormenorizadas e relacionadas com o contexto do problema na resolução da primeira tarefa, gradualmente, os alunos generalizaram as descobertas que fizeram, passando de uma representação do raciocínio para uma representação para o raciocínio, o que lhes permitiu resolver com facilidade a segunda tarefa. Para a autora, esta situação é bastante positiva, na medida em que implica a compreensão e a generalização de uma representação, o que permitirá a sua utilização adequada em diferentes situações.

Acevedo Nistal, Doreen, Clarebout e Verschaffel (2009) debruçam-se sobre os fatores que condicionam o desempenho dos alunos e sobre a sua flexibilidade representacional. Assim, referem-se ao conhecimento anterior dos alunos, à sua preferência por determinados tipos de representações e ao contexto da sala de aula (que segundo os autores, determina o comportamento dos alunos, podendo promover a discussão de diferentes representações ou limitar a discussão, ao encaminhá-los para a utilização de um determinado tipo de representação). No seu entender, uma orientação guiada por parte dos professores durante a escolha da representação a usar bem como o

desenvolvimento da reflexão e autocrítica dos alunos são duas medidas instrutivas que contribuem para o desenvolvimento da flexibilidade representacional dos alunos.

De forma geral, considera-se que os alunos passam por diversas fases até compreenderem, utilizarem e generalizarem uma determinada representação formal. Globalmente, identificam uma fase inicial em que a contextualização e o recurso a representações próprias é muito importante, bem como uma fase transitória que conduzirá à última fase em que se forma uma nova representação interna. Neste processo deve ter-se em conta todos os fatores influenciadores, tendo os professores um papel fundamental.

Interpretar representações. A diversidade das representações, a dificuldade dos alunos em compreendê-las, os erros que podem surgir e o risco da mecanização têm sido alvo de várias investigações. Como já foi referido, as representações matemáticas não são limitadas apenas a um significado e vice-versa. Nesse sentido, Goldin e Shteingold (2001) dizem-nos que “muitas vezes, uma criança pode compreender e interpretar uma determinada representação numérica, mas não conseguir identificar e aplicar o mesmo conceito noutra representação do mesmo” (p. 9). Na prática, se uma criança tiver duas caixas, uma com cinco cubos e outra com seis, pode compreender que a segunda caixa tem mais um cubo que a primeira e que a segunda caixa tem uma maior quantidade de cubos mas, ao mesmo tempo, não conseguir representar esta situação numa reta numérica. Goldin e Shteingold (2001) dão-nos como exemplo uma criança que, numa primeira tarefa, perante uma reta numérica, aplica sem dificuldade os conceitos de número negativo e de zero, mas que perante uma tarefa que implica a contagem de pontos, não consegue aplicar estes conceitos. Por outro lado, o facto de todas as representações matemáticas se poderem relacionar entre si dificulta também a sua compreensão e aprendizagem (Goldin, 2008).

Goldin e Shteingold (2001) alertam para o facto de alunos que aplicam com sucesso regras e definições matemáticas, poderem estar apenas a aplicá-las mecanicamente sem compreenderem ou interpretarem o que representam. Ponte e Velez (2011a) expõem o caso de uma criança considerada como boa aluna que resolve rapidamente e de forma correta a tarefa que lhe é proposta (com uma estrutura idêntica a outras tarefas que já tinha realizado na sala de aula), mas que depois não consegue interpretar ou explicar o que fez. Outro exemplo dados pelos mesmo autores é a utilização do algoritmo da adição em que os alunos somam duas parcelas e enunciam “e vai um”, apesar de não saberem o que significa a expressão referida. Nesse sentido, Webb, Boswinkel e Dekker (2008) indicam que “mesmo quando o algoritmo da adição ou da

subtração com frações é explicado de forma clara e é dada aos alunos a possibilidade de praticar, na realidade, muitos dos alunos continuarão a confundir e a esquecer-se de como funcionam” (p. 111). Da mesma forma, Bishop e Goffree (1986) relatam a situação de um aluno que, embora soubesse ler corretamente $\frac{3}{8}$, reconhecia não compreender o seu significado. Assim, estes autores alertam para o facto de os alunos se poderem limitar à mecanização de representações matemáticas, se não for desenvolvida a autonomia e a capacidade de escolher a representação mais adequada a uma situação. Em Portugal, Quaresma (2010) refere que por vezes, as diferentes representações dos numerais decimais não são devidamente exploradas no 1.º ciclo do ensino básico, o que faz com que os alunos não consigam estabelecer conexões entre elas e se limitem a memorizar regras. Por essa razão, posteriormente no 2.º ciclo, surgem dificuldades quando os alunos se deparam novamente com as diferentes representações dos numerais decimais e as tentam utilizar, sem no entanto as conseguirem compreender. A investigadora afirma:

Em resultado do trabalho feito no 1.º ciclo com o significado operador, a maior parte dos alunos sabem o que significa a “terça parte”, mas não sabem muitas vezes que esta se pode representar por $\frac{1}{3}$. Ao mesmo tempo, os alunos associam a terça parte a uma divisão cujo divisor é o número 3, mas este 3 representa para eles 3 “unidades” e não a divisão de um todo em 3 partes iguais, o que sugere a existência de dificuldades em lidar com a relação parte-todo. (p. 1)

De forma geral, o fato de uma representação externa poder ter várias interpretações poderá dificultar o processo de aprendizagem dos alunos. Na prática, alunos que conseguem identificar uma determinada representação podem mecanizar a sua utilização sem, no entanto, conseguirem interpretá-la. Não sendo um processo simples e linear, pode originar erros e criar dificuldades nos alunos.

Uso de diferentes tipos de representação na aprendizagem da Matemática. A diversidade de representações e a relação que existe entre elas permite que, ao conhecermos diferentes formas de representação, possamos escolher qual a que melhor se adequa ao que pretendemos. Por outro lado, se não conhecermos o leque de representações existentes, podemos deparar-nos com algumas limitações na interpretação de conceitos. Na prática, as dificuldades sentidas pelos alunos na compreensão de uma representação vão repercutir-se na aprendizagem e na compreensão de novas representações que estejam diretamente relacionadas com a primeira. Por exemplo, se um

aluno não compreender a representação “5”, não conseguirá estabelecer ordens de grandeza com outros numerais, nem compreender os cálculos em que “5” surja. Nesse sentido, Bishop e Goffree (1986) indicam que o processo de transformação e de interpretação de representações constitui uma fonte de dificuldades para os alunos. Indicam que “cada um [dos] tipos tem o seu próprio vocabulário ou código que precisa ser apreendido de forma a compreender as ideias matemáticas expressas” (p. 34), o que dificulta a transformação de uma representação noutra diferente. Por exemplo, nos problemas verbais, os alunos podem sentir dificuldades em compreender o que lhes é pedido ou em criar e interpretar as representações necessárias.

Ruiz e Valdemoros (2005) propõem-se a perceber de que forma o uso de diferentes representações (desenhos, tabelas e números) favorece a construção dos conceitos de razão e proporção em alunos do 6.º ano. Os autores analisam se uma aluna, Núria, usa razões na resolução de problemas, se escolhe razões “internas ou externas” e o que a leva a fazê-lo. Abordam o uso que faz dos diferentes tipos de representação e como passa de uma representação para outra. Procuram ainda aprofundar compreensão da relação de equivalência que estabelece a partir da determinação de uma razão, analisando a utilização de tabelas. Consideram que o desempenho de Núria antes da experiência de ensino era intuitivo e débil relativamente aos conceitos de proporção, na medida em que não utilizava os termos corretos. Progressivamente, a aluna começou a utilizar símbolos e termos mais formais, acabando por utilizar e transformar os diferentes tipos de representação com facilidade. No final da investigação Núria emprega acertadamente os termos corretos e evidencia compreensão dos significados envolvidos nas tarefas. Mostra também facilidade em explicar verbalmente e por escrito a resolução dos problemas apresentados, em utilizar frações para representar razões e em ler, interpretar e preencher tabelas. Desta forma, os autores concluem que a utilização de diferentes tipos de representação facilita a compreensão e aprendizagem de conceitos relacionados com razão e proporção.

Tripathi (2008) defende a importância do recurso a diferentes tipos de representação de forma a facilitar e enriquecer a compreensão de um determinado conceito por parte dos alunos, e dá uma relevância especial ao trabalho com as representações visuais. Considera que estas têm um papel importante na compreensão e resolução de problemas, na medida em que são uma ponte entre os objetos concretos manipulados pelos alunos e as representações simbólicas e formais associadas a esse conceito. Cebola (2011) refere que um aspeto que parece ter contribuído para a destreza

com que os alunos usam os números, durante a realização das tarefas, é o “apoio visual que surge das representações geométricas consideradas e que ajuda a distinguir números naturais pares dos ímpares” (p. 45). Para além disso, na sua opinião, a exploração das diversas representações conduz à aprendizagem e compreensão dos conceitos matemáticos. A autora analisa o desempenho de alguns alunos relativamente a duas tarefas propostas numa sala de aula, considerando que “a aplicação e exploração de diversas representações podem ajudar os alunos a organizar o seu raciocínio, a tornar as ideias e conceitos matemáticos mais concretos, passíveis de uma melhor reflexão e de uma posterior conclusão” (p. 44).

Acevedo Nistal, Doreen, Clarebout e Verschaffel (2009) distinguem duas perspetivas distintas relativamente ao recurso a inúmeras representações. Por um lado, identificam os autores que defendem a utilização de múltiplas representações externas e que enumeram as suas vantagens, por outro lado, referem os autores que alertam para as desvantagens desta utilização. Assim, concluem que apesar do recurso a múltiplas representações poder desenvolver nos alunos a sua flexibilidade representacional (a capacidade de escolher a representação mais adequada numa determinada situação), simultaneamente, também pode dificultar este processo, na medida em que os alunos podem não compreender inteiramente cada representação. Segundo estes autores, para que a utilização de múltiplas representações sirva como apoio na aprendizagem matemática e na resolução de problemas, os alunos necessitam de (i) ter o conhecimento necessário (*diagrammatic knowledge*) para interagir com as representações; (ii) ser capazes de coordenar a transformação entre representações dentro do mesmo domínio e, posteriormente, criar ou modificar um modelo mental que englobe as informações das representações utilizadas; (iii) possuir conhecimento estratégico, conseguir escolher a representação mais adequada para cada situação (conhecimento condicional) e perceber quando e porquê certas representações são mais adequados do que outras.

De forma geral, vários autores identificam as vantagens e desvantagens do conhecimento de um leque variado de representações no processo de aprendizagem dos alunos. Existe um consenso relativamente aos benefícios do recurso a várias representações, na medida em que permite que os alunos escolham com maior facilidade as representações mais adequadas a uma determinada situação. No entanto, alguns autores, alertam para o facto da utilização de múltiplas representações, dissociada da sua compreensão, poder criar problemas aos alunos.

Diagramas e imagens na aprendizagem da Matemática. De forma geral, os diagramas (esquemas) dos alunos traduzem o seu raciocínio bem como as relações que estes estabeleceram entre os dados da tarefa. Antes de fazer um diagrama, os alunos devem interpretar cuidadosamente a informação dada e identificar os dados relevantes da tarefa. Assim, durante a realização do diagrama devem: (i) assegurar-se de que não excluam nenhum dos dados; (ii) procurar identificar e compreender as relações existentes entre os dados; (iii) escolher o diagrama que consideram mais adequado à resolução da tarefa proposta; e (iv) garantir que as representações utilizadas são perceptíveis e legíveis para os outros (professor e/ou colegas), de forma a conseguirem explicar o diagrama utilizado.

Diezman e English (2001) definem diagramas como representações visuais que apresentam a informação numa determinada disposição espacial. Os autores descrevem as dificuldades que os alunos sentem na utilização e compreensão de e dão sugestões para que os professores os ajudem a ultrapassá-las. Assim, consideram a existência de quatro tipos distintos de diagramas: (i) “*networks*”, que são um conjunto de pontos ligados entre si; (ii) matrizes, com uma vertente bidimensional, representam a relação entre dois tipos de informação, principalmente em problemas que requerem o recurso ao raciocínio dedutivo ou combinatório; (iii) diagramas em árvore que compreendem caminhos divergentes ou convergentes numa série de pontos; e (iv) diagramas “parte-todo” que representam a relação entre a parte e um todo e ao contrário dos outros tipos de diagrama, não têm um formato habitual. Diezman e English (2001) consideram que as dificuldades que os alunos sentem na utilização dos diagramas estão relacionadas com a *incompreensão do conceito de diagrama* (desconhecimento da estrutura da representação e sobrevalorização de características superficiais), com a *incapacidade para criar diagramas adequados* (na escolha do diagrama que represente o seu raciocínio, ou quando não se consegue estruturar a informação do problema em diagrama) e *raciocinar apropriadamente com diagramas* (o que está relacionado com as inferências que os alunos fazem do problema). As autoras indicam ainda que seria interessante analisar se as crianças sentem as mesmas dificuldades com os quatro tipos de diagramas ou se existe algum que seja mais problemático.

Para Elia, Gagatsis e Demetriou (2007) as representações visuais são importantes como suporte para a reflexão, como meio para comunicar ideias matemáticas. No seu estudo, pretendem mostrar a influência que três tipos de representações têm na resolução de problemas aditivos. Assim, têm em consideração as imagens decorativas que não

forneem informação relevante para a resolução do problema, as imagens informativas que fornecem dados essenciais à resolução do problema e a reta numérica que consideram como um tipo especial de imagem na medida em que representa uma organização interna para as relações entre números. Os autores procuram: (i) medir o nível de desempenho dos alunos nos diferentes tipos de problemas, relativamente às representações utilizadas; (ii) analisar a estrutura de raciocínio matemático dos alunos que responderam corretamente; e (iii) classificar os problemas em relação à sua dificuldade. Após a análise dos dados recolhidos, concluem que existe uma forte relação entre os diferentes tipos de representação e o lugar do valor desconhecido em problemas aditivos. Associam a capacidade dos alunos para resolver problemas de um passo onde são necessárias trocas de estruturas aditivas (*one step change problems*) e a sua capacidade de resolver problemas verbais, com imagem decorativa e com reta numérica. Isto sugere que os alunos usaram processos semelhantes para resolver os problemas, independentemente do tipo de representação que constava no enunciado da tarefa, o que é reforçado pela sua taxa de sucesso. Assim, os alunos parecem centrar-se na informação escrita dos enunciados, desprezando as imagens decorativas ou a reta numérica. Referem ainda que as imagens informativas podem influenciar o raciocínio dos alunos, na medida em que quando o enunciado envolve estas imagens, o seu desempenho é mais fraco. Esta situação pode ter origem no facto de que a interpretação deste tipo de representação requer processos mentais mais complexos em relação ao modo verbal de representação.

Representações de números inteiros e de números representados em numeral decimal. Thomas, Mulligan e Goldin (2002) consideram três etapas de desenvolvimento do sistema de representações internas numéricas (*internal representational system for numbers*). No seu estudo, pedem aos alunos que representem “100” e obtêm vários tipos de representações, que variam de acordo com o nível de desenvolvimento da estrutura cognitiva interna da numeração de base dez de cada um. Na primeira etapa, estágio semiótico inventivo (*inventive semiotic stage*), algumas crianças podem não estabelecer uma relação com uma sequência numérica de contagem e as suas representações pictóricas estão interligadas com as suas vivências, como por exemplo Anthony que desenha a carrinha do pai (pois esta atinge a velocidade máxima de 100). Outras crianças, embora estabeleçam uma relação com algo familiar, recorrem a representações icónicas e demonstram alguma tendência para agrupar os diferentes elementos, como Andrew, ao tentar representar 100 conchas, ou Candice que desenha quadrados recorrendo à sua

experiência escolar (contagens com contas quadradas). Na segunda etapa, estágio de desenvolvimento estrutural de construção (*structural development stage of construction*), há evidências de um sistema multiplicativo mais desenvolvido, onde se verifica o recurso a várias sequências de contagem, marcas ou imagens parciais ou estruturas completas de contagem de dez em dez. Na terceira etapa, que corresponde a um nível avançado de desenvolvimento estrutural (*advanced stage of structural development*), as crianças compreendem a noção de sequência numérica, bem como o conceito de agrupamento de unidades e a possibilidade de repetição deste tipo de agrupamentos. Os autores consideram que as imagens mentais das crianças podem ser de natureza estática ou dinâmica, ou seja, as suas representações e explicações verbais podem descrever entidades fixas (estática) ou em movimento ou mudança (dinâmica) e que apenas 3% dos entrevistados apresentavam imagética dinâmica (*dynamic imagery*). David e Jane são dois dos alunos que apresentam esta característica e representam a estrutura do sistema numérico até 100, fazendo agrupamentos. Thomas, Mulligan e Goldin (2002) referem também que durante o desenvolvimento da estrutura cognitiva interna da numeração de base dez, a contagem unitária impulsiona a representação em grupos de dez, que, por sua vez, podem ser encarados como unidades (mantendo a sua interpretação de dez unidades) e contabilizadas repetidamente. A certa altura, a representação do sistema de base dez atinge um nível de autonomia, tornando-se independente de imagens concretas e pode ser generalizada e interpretada em diferentes contextos, tornando-se um conceito abstrato. Este estudo evidencia o papel importante das imagens no processo de compreensão do sistema numérico, na medida em que a variedade de imagens significativas facilita a passagem para um sistema representacional abstrato.

Thomas (2004) indica que o desenvolvimento da compreensão do número decorre lentamente desde o pré-escolar até ao 6.º ano. De acordo com o autor, as crianças utilizam um variado número de estratégias, mas as mais velhas tendem a apresentar um melhor desempenho. Apesar de muitas privilegiarem a contagem unitária, a maioria tem sucesso nas tarefas em que é necessário agrupar elementos para quantificar um conjunto de objetos. No entanto, apesar de conseguirem contar facilmente de dez em dez, não relacionam esta contagem com a estrutura numérica de base dez e não conseguem explicar por que razão optam por este tipo de contagem. As crianças mais novas (até ao 2.º ano) não conseguem fazer grupos de 10 em 10 de forma a obter conjuntos de 100 e assim contabilizar quantidades até 1000. O autor considera estes resultados surpreendentes, tendo em conta que as crianças estão bastante familiarizadas com a utilização dos

materiais concretos, que na sua maioria modelam para o valor do sistema numérico na base dez.

De forma geral, as dificuldades relativas à aprendizagem e compreensão das diferentes representações variam de acordo com a representação escolhida. Relativamente às representações de números, há um enfoque nas etapas do processo de aprendizagem dos alunos e também nas suas dificuldades, o que poderá ser uma ferramenta importante para os professores, ao trabalharem estas representações.

Representações em Organização e tratamento de dados. O Programa de Matemática de 2007 (ME, 2007), em vigor à data da recolha de dados, define como objetivo geral não só a leitura, interpretação e utilização de representações simbólicas, pictóricas e de tabelas, mas também de gráficos. Este documento reforça ainda a necessidade dos alunos começarem, desde os primeiros anos, a “lidar com esses termos e representações e a desenvolver progressivamente a capacidade não só de interpretar, como de selecionar e criticar a informação que recebem” (p. 26). Assim, no 1.º e 2.º ano, os alunos deveriam conseguir ler e interpretar gráficos de pontos e pictogramas e no 3.º e 4.º ano, gráficos de barras.

Relativamente às representações gráficas, Goldin (2000) indica que até ao início dos anos 90, as investigações focavam-se maioritariamente na utilização e interpretação de gráficos em sala de aula e nas dificuldades sentidas pelos alunos. O autor refere que a interpretação deste tipo de representação permite que os alunos: (i) reflitam sobre os aspetos que vão além da informação explícita do gráfico (por exemplo, para registar o crescimento de plantas, têm que ser discutidos os parâmetros a analisar para efetuar o registo); (ii) levantem questões, que não sendo necessárias à leitura/construção de um gráfico, são por ele despoletadas; (iii) compreendam mais facilmente a leitura/construção de um gráfico, quando estão familiarizados com o contexto a que se refere; (iv) façam novas aprendizagens a partir da análise e discussão da informação contida nos gráficos; (v) construam o seu conhecimento ao explorarem a informação contida num gráfico e o respetivo contexto que contribuiu para este tipo de representação matemática; e (vi) participem em discussões mais ricas de conhecimento, com a apresentação das diferentes opiniões de cada aluno ao analisarem um gráfico em grupo.

Durante a construção/interpretação de um gráfico, o professor deve questionar-se se a representação que consta no enunciado da tarefa é efetivamente a melhor opção para apresentar os dados e se é adequada aos seus alunos. É importante ter presente que um

gráfico visualmente desagradável, pouco claro ou desadequado pode levar os alunos a interpretações e conclusões erradas, o que pode ser desmotivante e frustrante. Assim, depois da escolha do gráfico, o professor deve questionar-se relativamente à sua interpretação por parte dos alunos, se este é fácil de ler e interpretar, se não existem outras formas de o interpretar, se a informação que contém é legível e suficiente. Para que os alunos consigam ler, interpretar e construir gráficos é necessário que compreendam as convenções destas representações. À semelhança do que acontece com outras representações, é igualmente importante que o professor conheça e compreenda as convenções das representações gráficas, para que consiga explorar este tipo de representações com os seus alunos. No caso dos pictogramas, estes são representações gráficas, compostos por representações pictóricas relacionadas com a situação real que representam. Cada representação pictórica pode representar uma ou várias unidades e existem tantos elementos quanto o valor da variável. Assim, “um pictograma é uma representação gráfica que usa símbolos alegóricos às variáveis que se estão a estudar” (Martins & Ponte, 2010, p. 157). A orientação dos pictogramas pode ser horizontal ou vertical e, ao contrário do que acontece nos gráficos de barras, os eixos de valores e categorias não necessitam de estar representados, pois estão implícitos. Quando cada figura representa mais do que uma unidade, deve existir uma legenda junto à representação gráfica, indicando o seu valor.

Na leitura e interpretação de pictogramas, os alunos devem compreender: (i) o que representa cada símbolo ou imagem; (ii) o valor associado a cada símbolo; e (iii) que todos os símbolos têm o mesmo valor.

Por sua vez, durante a construção de um pictograma, o professor deve promover o recurso a símbolos com tamanho e formato idênticos, na medida em que símbolos com áreas diferentes, podem induzir os alunos em erro. Ao construir um pictograma, os alunos devem ter presente que: (i) a cada categoria corresponde uma coluna de símbolos; (ii) que a distância entre colunas deve ser igual; (iii) os símbolos são iguais e com o mesmo tamanho; e (iv) apesar da orientação das colunas de símbolos poder ser horizontal ou vertical, estes devem estar devidamente organizados e “empilhados” junto ao eixo das variáveis.

Por sua vez, na leitura e interpretação dos gráficos de barras – que podem representar variáveis quantitativas (discretas e contínuas) ou variáveis qualitativas (nominais e ordinais) – é importante que os alunos consigam identificar os dois eixos, as variáveis presentes e a escala utilizada e que compreendam a que corresponde a origem

dos eixos coordenados. Devem ainda perceber que cada barra simboliza uma categoria ou um valor e que a sua altura corresponde ao valor que esta representa, sendo proporcional à sua frequência.

Na elaboração de um gráfico de barras não deve ser descurada a presença de alguns elementos obrigatórios, tais como o título (sobre o gráfico), os eixos de valores e categorias (baseados no sistema de coordenadas), a legenda e a identificação dos dados e das linhas auxiliares. As palavras devem ser escritas na horizontal e no sentido da leitura das palavras. Apesar do gráfico de barras vertical ser o mais utilizado, existem situações em que é recomendável recorrer ao gráfico de barras horizontal. Por exemplo, quando se pretende que o gráfico ocupe menos espaço, quando existe uma diferença significativa entre o valor mínimo e o valor máximo da variável ou quando há classes com nomes muito extensos (Silva 2012). Assim, os alunos devem saber que quando os gráficos de barras têm orientação horizontal, as barras são registadas de baixo para cima e da esquerda para a direita, e quando os gráficos têm orientação vertical, as barras são registadas de cima para baixo e, preferencialmente, da esquerda para a direita. Ainda em relação às barras, estas devem ter a mesma largura (pois caso contrário, as mais largas podem induzir o leitor em erro) e o afastamento entre as barras não deve ser maior que a sua largura. Deve ainda evitar-se a tridimensionalidade das barras, pois esta característica não fornece qualquer informação adicional ao gráfico e muitas vezes acarreta problemas de interpretação. Na legenda, as cores e símbolos utilizados devem ser claros e unívocos, sem hipótese de serem confundidos. Por sua vez, as designações das legendas devem também ser claras e concisas, aparecendo pela mesma ordem que as respetivas componentes (Silva, 2012). Na escala da variável analisada, habitualmente no eixo vertical, devem ser marcadas as frequências relativas ou absolutas das categorias dos conjuntos de dados (Martins & Ponte, 2010).

No caso da leitura e interpretação de diagramas de Venn – diagramas usados em matemática que simbolizam graficamente propriedades, axiomas e problemas relativos à teoria dos conjuntos – os alunos devem perceber que cada linha fechada (na forma de círculo ou retângulo) simboliza um conjunto de objetos ou números com características comuns. Para além disso, é importante compreender que as interseções entre conjuntos representam as relações entre si e que duas linhas que não se tocam podem não ter qualquer relação entre si (no caso de conjuntos que não se intercetam) ou estar intrinsecamente ligadas (quando um dos conjuntos está no espaço interno de outro). Adicionalmente, devem perceber que espaços internos comuns a dois ou mais conjuntos

representam a sua interseção e que a totalidade dos espaços pertencentes aos conjuntos representa a sua união. Diezman e English (2001) dão algumas sugestões para que os professores ajudem os alunos a ultrapassar as dificuldades sentidas na elaboração e interpretação de diagramas. Discutem ainda se se devem ou não criar sequências de tarefas em que os alunos deverão utilizar o mesmo tipo de diagrama, na medida em que por um lado, este tipo de sequência de tarefas pode ajudar na aprendizagem e compreensão destas representações, mas por outro, pode orientar os alunos para uma utilização mecanizada destas representações.

2.3. Síntese

Uma representação é algo que representa alguma coisa, uma construção mental ou física, através da qual surge a interpretação, comunicação e discussão de ideias. A relação entre a representação e o seu significado é complexa e não unívoca. Além disso, cada representação está integrada num sistema com características próprias e comumente aceites, com uma estrutura intrincada e dinâmica. A complexidade dos sistemas representacionais pode dificultar a sua compreensão e aprendizagem por parte dos alunos.

Podem considerar-se dois tipos de representações, as externas e as internas. Para certos autores, as primeiras são o reflexo das segundas, mas, para outros, a relação entre ambas é muito mais complexa. As representações externas são mais fáceis de observar e analisar, mas o mesmo não se passa com as representações internas, em que apenas se podem fazer inferências. Surgem assim diversas teorias sobre a forma como esse processo de aprendizagem se desenvolve. Por exemplo, numa das abordagens, este processo desencadeia-se perante uma representação externa desconhecida, que por sua vez, provoca a necessidade de comparação com representações internas anteriores, tornando-se autónoma e com características próprias. Outras teorias sugerem que os alunos começam por utilizar representações informais relacionadas com o contexto e que, progressivamente, se encaminham para representações mais formais e abstratas. Neste processo, existem ainda fatores condicionantes do desempenho dos alunos como o seu conhecimento anterior, a preferência por certos tipos de representação, bem como o contexto da sala de aula.

As representações têm sido categorizadas em diferentes tipos, por exemplo, representações ativas, icônicas e simbólicas (Bruner); pictóricas, icônicas e notacionais (Thomas, Mulligan e Goldin); subsistemas verbal, sensorial, registo formal, cognitivo e afetivo (Goldin); símbolos matemáticos, linguagem, figuras e objetos (Bishop e Goffree).

O processo de tradução e interpretação das representações potencia o surgimento de dificuldades, pois um aluno pode conseguir ler ou nomear uma determinada representação e pode não compreendê-la ou ter dificuldade em transformá-la noutra tipo de representação. Além disso, a existência de uma grande variedade de representações pode facilitar ou dificultar a sua interpretação e utilização. Enquanto alguns autores referem que o recurso a diferentes representações favorece a construção dos conceitos e a transição entre representações, outros alertam para o fato desta diversidade poder dificultar este processo enquanto os alunos não compreenderem cada uma das representações com que se deparam. Existem também investigações que se focam na análise do desempenho na utilização e compreensão de representações específicas, fazendo ainda sugestões aos professores.

À semelhança de outras representações, as representações de diagramas, imagens, números e gráficos possuem convenções e linguagem próprias, emergentes num conjunto de regras que possibilitam a sua compreensão e utilização. É importante que os professores conheçam e compreendam estas convenções de forma a que os seus alunos as consigam utilizar adequadamente, sem o recurso à mecanização.

Capítulo 3

O professor e as representações matemáticas

Apresento, de seguida, o modo como vários autores discutem o papel do professor na aprendizagem das representações matemáticas por parte dos alunos, as estratégias que podem seguir na sala de aula e as dificuldades que, eventualmente, podem sentir durante este processo.

3.1. Estudos que caracterizam o trabalho dos professores com representações

A prática dos professores, nomeadamente a forma como promovem a compreensão das representações pelos alunos, tem sido objeto de análise em diferentes investigações. Por exemplo, Quaresma (2010) descreve a forma como trabalha as diferentes representações de número racional, nos seus diferentes significados, com alunos de 5.º ano. Refere que, no final do estudo, os alunos revelaram uma melhor compreensão da representação fracionária, da percentagem e da representação decimal e da comparação e ordenação dos números racionais. A autora considera que os resultados alcançados se devem ao trabalho desenvolvido durante a unidade de ensino, através do qual os alunos puderam utilizar vários tipos de representação, desenvolvendo a sua flexibilidade na escolha de representações mais adequadas às tarefas propostas. Alerta para o facto de que, em algumas salas de aula, a “sobrevalorização das regras e da memorização ter dois perigos: primeiro, as regras não ajudam os alunos a pensar sobre o significado das operações e porque é que funcionam; segundo, o domínio dos procedimentos baseado na memorização e nas regras perde-se rapidamente” (p. 2). Também em Portugal, Valério (2005) analisa a sua interação com quatro alunos da sua turma (2.º e 3.º ano), de forma a compreender de que forma a condução de tarefas

influencia o desenvolvimento de representações por parte dos alunos. Assim, propõe tarefas aditivas regulares e tarefas de divisão descontínua, procurando promover a discussão de ideias e a descoberta de diferentes possibilidades para a solução das tarefas. O autor ressalta a importância do seu papel como professor, no modo como influencia a compreensão dos alunos, questionando-os, pondo em causa o seu raciocínio, chamando a atenção para erros e levando-os a refletir de forma a encontrarem as soluções corretas.

Por sua vez, McClain (2000) através da criação de três sequências de tarefas, analisa o papel do professor no processo de simbolização em alunos do 1.º ano, nomeadamente, a forma como traduz o que os alunos dizem para notações e simbolizações e como isso os influencia no desenvolvimento de notações e simbolizações próprias. Na primeira sequência de tarefas (*Patterning and partitioning*), a resolução é feita oralmente por todos, enquanto a professora, traduz e regista o seu raciocínio em esquemas. Inicialmente, tendo em conta que as tarefas implicam a contagem de elementos, os alunos contam-nos “um a um” ou agrupam-nos em filas. A professora deste estudo, perante as respostas informais dos alunos, procura levá-los à utilização de uma linguagem mais formal, o que acabam por fazer. Paralelamente, regista no quadro as diferentes soluções propostas, o que permite aos alunos comparar, analisar e refletir sobre as diferentes representações. A partir das suas respostas, a professora introduz a notação formal da adição e da subtração (que alguns desconheciam). Na segunda sequência de tarefas (*Structuring numbers*), os alunos fazem registos escritos individuais, sendo comum a utilização de afirmações numéricas convencionais. Partindo do esquema utilizado pela professora para demonstrar decomposições, alguns alunos criam outros esquemas que apresentam e discutem com a turma. Assim, os esquemas propostos, ao longo das tarefas, são progressivamente adotados e adaptados pelos alunos, o que conduz à produtividade das discussões coletivas e à comparação de resultados.

Para McClain (2000), a discussão em grupo, o tipo de comunicação utilizado na sala de aula e a forma como a professora dinamiza as tarefas são determinantes no processo de aprendizagem dos alunos. Este estudo mostra como, progressivamente e de forma natural, os alunos podem ser orientados para passarem da linguagem verbal informal para a linguagem formal, recorrendo também a notações formais. Segundo a autora, a introdução destas notações levou os alunos a desenvolverem as suas próprias formas de representar o seu raciocínio.

Cobb, Boufi, McClain e Whitenack (1997), a partir da análise de resultados de uma experiência de ensino com dezoito alunos de 1.º ano, estabelecem uma ligação entre

uma discussão reflexiva na sala de aula e o desenvolvimento matemático dos alunos que nela participam. Com a ajuda da professora, os alunos compreendem a existência de diferentes possibilidades de resposta, dando sugestões e comparando as soluções encontradas com que as se registaram anteriormente numa tabela. Esta reflexão só parece ser possível tendo como apoio a participação na discussão coletiva. Assim, os autores sugerem que existe uma forte relação entre o discurso reflexivo presente na discussão em grupo (como processo social) e o processo psicológico individual de abstração reflexiva. No entanto, alertam que, apesar de a participação dos alunos neste tipo de discussões possibilitar a aprendizagem matemática, não existe uma relação de inevitabilidade, que implique a generalização no raciocínio individual. Desta forma, tendo em conta que os alunos podem aprender quando participam neste tipo de discussões, Cobb, Boufi, McClain e Whitenack (1997) distinguem dois tipos de aprendizagem: a construção de conceitos específicos de Matemática e a orientação geral para a atividade matemática. Dão alguns exemplos, referindo que a discussão da tarefa inicial promoveu a aprendizagem de conceitos, o que fez com que três semanas depois, numa tarefa idêntica, a maioria dos alunos aplicasse esses conceitos com facilidade. Cinco meses depois da tarefa inicial, a professora propõe uma tarefa idêntica, alterando apenas o número de elementos. Durante a exploração da tarefa, verifica-se que o discurso dos alunos passou da descoberta de novas combinações para um raciocínio organizado. Assim, os alunos apresentam as respostas dadas, tendo em conta as hipóteses que ainda não foram formuladas. Desta forma, os autores referem a importância da discussão na sala de aula com os alunos, salientando a forma como é conduzida e o tipo de comunicação utilizado. Na sua perspetiva, a apresentação das tarefas e a forma como os professores interagem com os alunos são também fatores determinantes.

3.2. Recomendações para os professores sobre o trabalho com representações

O papel do professor no processo de aprendizagem dos seus alunos, relativamente às representações pode ser abordado de várias formas. Alguns autores, têm uma visão mais global e referem-se a todo o processo. Por exemplo, para Goldin (2000), denota-se nos professores um “aumento de sensibilização relativamente à complexidade das representações como um processo cognitivo e social indissociável do conhecimento que cada um tem das condições representadas” (p. 250). Por outro lado, Webb, Boswinkel e

Dekker (2008), consideram que esta sensibilização dos professores é insuficiente quando se verificam situações em que os alunos se distanciam consideravelmente do ritmo de aprendizagem uns dos outros, o que acontece independentemente dos seus resultados escolares anteriores. Na sua perspetiva, se os professores tiverem um maior conhecimento sobre o processo de aprendizagem das representações terão mais facilidade em identificar o que provoca essa situação, de modo a descobrir estratégias para ultrapassar as dificuldades sentidas.

Outros autores focam-se em aspetos mais específicos no processo de aprendizagem das representações por parte dos alunos. Por exemplo, Stylianou (2010) enuncia a importância das representações próprias dos professores como sendo uma ferramenta fundamental de suporte para as mais diversas aprendizagens matemáticas, e estando presente na apresentação de novos conceitos, ilustrações, processos na resolução de problemas e na criação de ligações entre todos estes conceitos. Neste processo, o professor pode utilizar mais do que uma representação relacionada com o mesmo conceito, selecionando as que, no seu entender, se adequam melhor aos seus alunos e ilustram com maior eficiência um determinado conceito ou procedimento. Stylianou (2010) refere que a utilização de diferentes representações em tarefas exploratórias pode ter várias funções: (i) interpretar, sistematizar e compreender a informação dada no enunciado; (ii) registar e visualizar todas as informações inerentes ao problema; (iii) explorar e perceber qual a melhor forma de chegar a uma resposta correta; e (d) monitorizar e avaliar todo o processo da resolução do problema. Para além do processo cognitivo inerente à compreensão e aprendizagem das representações, a autora considera a produção de representações como uma atividade social, na medida em que estas são também uma forma de comunicar sobre os conceitos representados e têm um papel importante durante a discussão dos processos na resolução de problemas. Indica ainda que as representações utilizadas pelos diferentes elementos de um grupo facilitam a comunicação e a compreensão entre todos, ilustrando mais facilmente o ponto de vista de cada um. Assim, propõe um quadro organizacional, onde regista as diversas funções que as representações podem ter durante a resolução de problemas, fazendo uma ligação de cada função ao momento em que esta ocorre (Tabela 3).

Tabela 3 – Função das representações durante a resolução de problemas (adaptado de Stylianou, 2010)

Representação como ferramenta		
	Como facilita?	Quando facilita?
Representação como processo cognitivo individual		
Compreender a informação	Organizando a informação fornecida	Na fase inicial da resolução do problema
Ferramenta de registo	Reduzindo a sobrecarga de gestão de informação	Durante a resolução do problema
Facilita a exploração	Permitindo a manipulação da informação fornecida	Durante a exploração/análise
Mecanismo de monitorização	Permitindo detetar abordagens incorretas	Durante a confirmação dos dados
Representação como prática social		
Objeto de retórica	Permitindo a apresentação de perspetivas menos óbvias	Perante um impasse
Dispositivo de recrutamento	Permitindo a partilha de estratégias e a negociação de novas ideias	Quando se prevê a expansão da solução anteriormente discutida.

Outros autores analisam o modo como os professores exploram as tarefas na sala de aula. Para Stylianou (2011) a escolha acertada das tarefas é importante para promover a exploração do uso correto das representações. Por sua vez, Thomas, Mulligan e Goldin (2002) referem que o trabalho com as representações visuais dos alunos pode ser inicialmente muito difícil. Dessa forma, recomendam que os professores proponham problemas que promovam o pensamento visual dos alunos, que os questionem de modo a que estes utilizem diferentes representações, que utilizem a tecnologia como suporte visual às competências de representação e à construção de conexões e que alinhem as suas estratégias de avaliação com as suas estratégias de ensino. Em termos gerais, de forma a promover o estabelecimento de conexões entre diferentes representações, os autores sugerem que as tarefas a propor: (i) proporcionem aos alunos o recurso a um leque variado de representações e simultaneamente a familiarização com estas representações; (ii) consciencializem os alunos relativamente aos processos de transformação de um tipo de representação noutra, encorajando a sua discussão; e (iii) tornem os alunos conscientes da natureza e do valor das representações matemáticas, em conjunto com as ideias de critério e de escolha de representação adequadas.

Diezman e English (2001) sugerem a realização frequente de problemas que impliquem o recurso a um determinado tipo de diagrama, o que, na sua perspectiva, facilita a compreensão desta representação por parte dos alunos. Tendo em conta que, no processo de raciocínio com diagramas, as inferências devem ser feitas com exatidão, consideram importante que os professores enfatizem a importância da precisão na localização e movimento num diagrama e encorajem os alunos a utilizar estratégias de controlo do seu trabalho, através de linhas, setas, pontos e números.

Outros autores como Bishop e Goffree (1986), centram-se no modo como o professor pode ajudar o aluno a interpretar as representações que lhe são apresentadas. Assim, defendem que o papel do professor é “facilitar a interpretação de muitas representações comumente utilizadas, . . . encorajar o surgimento de conexões, para que os alunos possam partilhar conhecimento” (p. 28). Indicam que os professores devem respeitar o ritmo de aprendizagem dos seus alunos, permitindo-lhes que compreendam e apliquem as representações e que estabeleçam conexões. Estes autores fazem também referência às dificuldades que podem surgir nos alunos e dão como exemplo o facto de muitas vezes, estes não interpretarem diagramas e figuras porque ainda não conseguem compreender os conceitos e representações que lhes estão associados. Nestes casos, segundo os mesmos autores, a utilização de diagramas e figuras “longe de clarificar a situação problemática ao aluno, (...) pode simplesmente aumentar a confusão” (p. 2). Outra dificuldade que pode surgir está relacionada com o facto de alguns professores trabalharem as representações como “competências de rotina” (p. 35). Quando isso acontece, os alunos limitam-se a mecanizar as representações matemáticas, sem as compreenderem e sem que seja desenvolvida a sua autonomia e capacidade de decisão na escolha de representações adequadas. Assim, a utilização diversificada de materiais, por si só, não determina a compreensão das representações matemáticas, podendo inclusivamente, contribuir para uma maior confusão nos alunos: “longe de clarificar a situação problemática ao aluno, o seu uso pode simplesmente aumentar a confusão” (p. 34).

No mesmo sentido, Quaresma (2010) alerta para o facto de um ritmo de trabalho demasiado acelerado poder orientar os alunos para a mecanização e memorização na resolução de determinados exercícios e tarefas, sem compreenderem os conceitos e as representações matemáticas envolvidos. Assim, numa fase inicial, Bishop e Goffree (1986) sugerem a “desformalização” das representações, num formato mais familiar e significativo para os alunos, para que estes criem e usem representações próprias. Na sua

perspetiva, o professor deve recorrer não só a uma “linguagem mais comum” mas também a outro tipo de representações que os alunos já dominem, permitindo-lhes o estabelecimento de conexões entre elas, ao seu próprio ritmo.

Por sua vez, outros autores sublinham o modo como a discussão coletiva em sala de aula promove a aprendizagem das representações matemáticas. Por exemplo, Stylianou (2010) indica que nos momentos de discussão as representações utilizadas pelos professores podem ser catalisadoras reflexão e geradoras de novas representações nos alunos. Refere que ao transmitirem as suas próprias representações, os alunos podem enriquecer as discussões. Stylianou (2011) refere também o papel do professor na aprendizagem das representações no que diz respeito ao tipo de orientação e questionamento dos alunos. Indica que através das representações dos alunos, o professor pode compreender melhor o seu raciocínio, dando-lhes o apoio e estruturação adequados.

Pelo seu lado, Thomas, Mulligan e Goldin (2002) recomendam que os professores encorajem os seus alunos a comparar e discutir as representações produzidas, de forma a desenvolver internamente e a expressar externamente representações matemáticas significativas (p. 130). Da mesma forma, Diezman e English (2001) reforçam a importância dos momentos de discussão coletiva para a compreensão de representações como diagramas. Assim, referem que os professores devem proporcionar momentos de discussão e monitorizar o desenvolvimento do conhecimento e aprendizagem dos seus alunos, de forma a apoiá-los convenientemente. Na sua perspetiva, se o professor orientar os alunos durante a escolha e criação de um diagrama, fazendo-os refletir na adequação da representação escolhida, estes compreenderão com maior facilidade a estrutura do problema. Referem ainda que, ao encorajar os alunos a discutir as suas opções, o professor promove a comparação entre soluções apresentadas, permitindo-lhes que compreendam qual o diagrama que melhor se adequa a um problema. Numa perspetiva semelhante, Cebola (2011) chama a atenção para a importância do papel do professor na escolha das tarefas e na condução da sua exploração na sala de aula “principalmente no momento de apresentação e discussão dos trabalhos realizados pelos alunos e nos momentos de síntese” (p. 46).

Na realização das tarefas, a discussão dos resultados e estratégias tem um papel determinante na aprendizagem dos alunos, principalmente pela oportunidade de reflexão que proporcionam. Num estudo onde dão especial atenção a este processo reflexivo, Cobb, Boufi, McClain e Whitenack (1997) indicam que os professores podem apoiar o desenvolvimento matemático dos seus alunos, guiando-os e provocando mudanças na

direção da discussão, de forma a explicitar um determinado tópico. Alertam também para a existência de momentos em que os alunos tentam apenas adivinhar as soluções corretas como se se tratasse de um jogo, ao invés de participar de forma reflexiva na discussão.

O uso de representações próprias criadas pelos alunos é igualmente referido em vários estudos. Por exemplo, Valério (2005) refere a importância de momentos que promovam a criação e utilização de representações próprias por parte dos alunos, para além das oportunidades para aprender as representações convencionais. Este autor demonstra preocupação em evitar a imposição das suas representações aos alunos, pois na sua perspetiva, o professor pode condicionar o seu raciocínio. No entanto, outros autores têm perspetivas contrárias e consideram que o professor deve ter um papel ativo, ensinando os alunos a trabalhar com representações que desconhecem. Por exemplo, Cobb, Boufi, McClain e Whitenack (1997) sublinham a forma como por vezes os professores traduzem em registos simbólicos o que os alunos dizem e defendem que mais importante do que saber quem inicia os esquemas notacionais, é o facto de estes registos simbólicos partirem da atividade dos alunos, o que facilitará a reflexão coletiva. Por sua vez, Webb, Boswinkel e Dekker (2008) apresentam o “modelo do icebergue das representações” como um instrumento de trabalho para os professores. Este modelo tem como ponto de partida a ideia de que antes da utilização frequente de representações formais (representadas pela ponta do icebergue) os alunos começam pela compreensão e criação de representações informais e pré-formais (parte submersa do icebergue). Para além disso, a velocidade de transição entre níveis varia de aluno para aluno e neste processo, o professor deve criar oportunidades promotoras de criação de representações, não devendo forçar os alunos a formalizar as suas representações sem que estejam preparados para o fazer. Assim, os autores propõem que:

Os alunos não devem ser forçados a utilizar as estratégias formais, se não trabalharam as representações informais e pré-formais necessárias. O tempo investido em atividades construtoras de significado ao nível pré-formal, reduzirá substancialmente o tempo necessário às práticas no nível formal (Webb, Boswinkel, & Dekker, 2008, p. 112)

Sugerem ainda que os professores se reúnam em grupos de trabalho, façam um “modelo de icebergue” das representações que pretendem trabalhar na sala de aula e reflitam nas representações dos alunos e nas que constam no programa. Esta reflexão, possibilitar-lhes-á um maior conhecimento e compreensão das dificuldades dos seus alunos, de modo a escolher mais conscientemente as tarefas a propor na sala de aula. Para

Goldin (2008), através das representações externas criadas pelos alunos e da forma como estes as produzem, aplicam e descrevem é possível fazer algumas inferências relativamente às suas representações internas. Por exemplo, ao aplicar os seus conhecimentos na construção de um gráfico ou diagrama ou ao pedirmos para explicar por palavras suas uma definição ou fórmula, podemos compreender o processo de aprendizagem do aluno e respetivas dificuldades.

3.3. Síntese

Os professores podem abordar de diversas formas o processo de aprendizagem dos seus alunos no que diz respeito às representações. Assim, as representações dos próprios professores surgem como suporte para as aprendizagens matemáticas dos alunos. Por outro lado, é igualmente importante que os alunos consigam recorrer a diferentes representações em tarefas exploratórias de modo a interpretar, sistematizar, visualizar e compreender a informação que consta no enunciado das tarefas, descobrir a resposta correta, comunicar e discutir os resultados obtidos com os seus colegas e supervisionar e avaliar todo o seu desempenho. Desta forma recomenda-se que os professores: (i) proponham problemas promotores do pensamento visual dos alunos; (ii) provoquem a utilização de diferentes representações; e (iii) façam adaptações nas suas estratégias de avaliação e de ensino. Relativamente à comunicação na sala de aula e à forma como o professor pode ajudar o aluno na interpretação das representações apresentadas, respeitando o seu ritmo de aprendizagem individual surgem sugestões como por exemplo, o “modelo do icebergue das representações” (Webb, Boswinkel, & Dekker, 2008) que parte do pressuposto de que antes da utilização de representações formais, os alunos começam pela compreensão e criação de representações informais e preformais. Assim, o professor é o promotor de oportunidades para a criação de representações próprias, sem forçar os alunos para a utilização de representações formais.

No processo de aprendizagem dos alunos podem surgir dificuldades relacionadas com a interpretação e compreensão das representações, devido ao elevado número de representações apresentadas e à utilização diversificada e imponderada de materiais. Para além disso, o facto de alguns professores trabalharem as representações como exercícios de rotina pode levar à sua mecanização, sem que os alunos as compreendam e sem que se tornem autónomos na escolha acertada das representações a usar. Assim, o professor deve

ser um elemento facilitador no processo de interpretação e aprendizagem das representações, recorrendo inicialmente a representações informais que conduzirão os alunos à criação de representações próprias. Deve também encorajá-los a desenhar e a comparar as suas representações e proporcionar momentos de discussão de ideias, de resultados obtidos e de representações utilizadas.

A forma como os professores promovem a compreensão das representações pelos alunos na sala de aula é também objeto de análise, havendo sugestões no sentido de prevenir a sobrevalorização de regras, a memorização descontextualizada e o ritmo de trabalho demasiado acelerado, que podem conduzir à mecanização de exercícios e tarefas. Por seu turno, os esquemas propostos durante as tarefas podem conduzir a discussões em grande grupo com grande produtividade, através da comparação de resultados, podendo ser progressivamente adotados e adaptados pelos alunos.

Capítulo 4

Prática dos professores

No dizer de Ponte e Serrazina (2004a), a prática dos professores é “certamente um dos fatores que mais influenciam a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos” (p. 51). Além disso, a prática dos professores tem igualmente muita influência na forma como uma tarefa pode ser explorada em sala de aula. Assim, neste capítulo, começo por analisar o conceito de prática para depois analisar a sua relação com o conhecimento, crenças e atitudes dos professores. De seguida, passo em revista diferentes investigações que se referem à influência do contexto escolar e do discurso na prática dos docentes, à importância da relação entre a prática e as tarefas propostas na sala de aula, bem como às diferentes abordagens curriculares. Por fim, abordo os aspetos relacionados com a reflexão nas sessões de grupo de trabalho.

4.1. O conceito de prática dos professores

Existem inúmeras investigações que se referem à prática dos professores, sendo importante perceber do que se trata e como se define. Para (Saxe, 1999) as práticas podem ser definidas como atividades com um carácter recorrente (realizam-se frequentemente e não de forma pontual), socialmente organizadas (requerem a consideração de grupo social relevante e não de apenas um indivíduo) e facilmente reconhecíveis no quotidiano. É também a perspetiva assumida por Ponte, Quaresma e Branco (2012) que consideram possível articular uma noção de prática como atividade e também com uma abordagem do tipo cognitivo. Por sua vez, McDonough e Clarke (2003) e Boaler (2003) referem que a caracterização da prática letiva dos professores é complexa, pois esta é o resultado da influência de inúmeros fatores – por exemplo, conhecimento, crenças, vivências – que

intervêm em vários momentos. Ponte e Chapman (2006) também mencionam a influência do contexto de trabalho do professor na sua prática letiva.

Outros autores analisam as práticas profissionais e categorizam-nas. Por exemplo, Ponte e Serrazina (2004a) dividem-nas em três subcategorias: prática letiva (com influência direta na aprendizagem dos alunos), prática profissional na instituição e prática de formação.

A prática letiva dos professores é também caracterizada e analisada tendo por matriz a abordagem curricular, usualmente considerada como tradicional (usando expressões como “ensino transmissivo”, “ensino expositivo” e “ensino direto”) ou como inovadora (usando expressões como “ensino exploratório” ou, em inglês “*reform teaching*” e “*inquiry-based*”). Por exemplo, Potari e Georgiadou-Kabouridis (2009) situam as práticas dos professores em duas grandes abordagens de ensino: “exploratório” e “*instructive*”. Assumindo a perspectiva de teoria da atividade, falam em “ações” e “motivos”. Salientam as tarefas como elementos estruturantes da prática, falando em diferentes tipos de exercícios e em tarefas que levem os alunos a “investigar ideias matemáticas” (p. 18). Também referem aspetos da comunicação na sala de aula, por exemplo, referem que a professora colocava “questões de natureza mais aberta e encorajava as crianças a agir e a explicar as suas ações” (p. 18).

A descrição, análise e reflexão sobre os vários aspetos da prática dos professores pode contribuir para a sua melhoria. Nesse sentido, McDonough e Clarke (2003), com base em seis estudos de caso de professores considerados eficientes (desde o ensino pré-escolar até ao 2.º ano) assumem uma abordagem descritiva, indicando práticas com determinadas características, que na sua perspectiva, devem ser tidas em conta. As suas propostas incluem: (i) falar de forma clara para os alunos; (ii) propor-lhes tarefas adequadas e desafiantes, com diferentes tipos de resposta possível; (iii) estabelecer ligações com aprendizagens passadas; (iv) aproveitar os momentos de aprendizagem que surgem espontaneamente na sala de aula. Referem-se também ao recurso a diferentes metodologias, materiais e representações e à escolha de tarefas que provoquem o raciocínio matemático e a argumentação, para que os seus alunos expliquem o que pensaram e questionem o que ouviram e que apreciem e desfrutem a Matemática. Por fim, realçam a importância das expectativas que o professor deve ter relativamente aos seus alunos, bem como da reflexão e avaliação das tarefas. À semelhança destes autores, Boaler (2003) analisa algumas atividades observáveis na sala de aula tais como o trabalho, apresentação e discussão de resultados em grande grupo, o trabalho individual dos alunos,

o discurso unidirecional do professor e o seu questionamento aos alunos. Adverte, também, para o facto de, mais importante do que analisar o que os professores fazem, é saber como o fazem, que opções tomam e o que os influencia nessa escolha. Schoenfeld (2000), pelo seu lado, apresenta um modelo de análise do processo de ensino que pretende acomodar todos os tipos de ensino e funcionar em diversos níveis de análise (*grain size*), desde o planeamento curricular, ao planeamento das aulas, ao detalhe das interações fala a fala. Este modelo, que tem por base o conhecimento produzido em diversos campos de trabalho da Psicologia Cognitiva à Inteligência Artificial e à Educação, relaciona as tomadas de decisão do professor e as ações daí decorrentes em função do seu conhecimento, crenças e objetivos e, na sua perspetiva, fornece uma explicação sobre o que leva os professores a tomarem as suas decisões, no decurso do seu ensino. O autor apresenta os objetivos como metas que o professor se propõe atingir. Na sua perspetiva, estes podem ter vários níveis: objetivos abrangentes, anuais ou mensais, objetivos de aula e objetivos locais, nomeadamente, objetivos específicos que estão presentes em determinadas interações com os alunos. Relativamente à planificação, os objetivos podem ser predeterminados (previstos na imagem da aula) ou emergentes (surgindo espontaneamente no decorrer da aula). Além disso, divide os objetivos em três categorias – epistemológicos, de conteúdo e sociais – podendo uma dada ação decorrer, em simultâneo, dos três tipos de objetivos. Schoenfeld (2000) denomina como “plano de ação” a expectativa que o professor tem relativamente à sequência de ações que vai realizar na aula. Também aqui assinala vários níveis de análise, referindo que se pode começar por considerar um plano de ação em “larga escala”, fazendo uma decomposição sucessiva em planos de ação mais específicos que, por sua vez, podem ser divididos em segmentos ainda menores. Por outro lado, o autor denomina de “sequências de ação” aquilo que realmente ocorre e que pode ou não corresponder ao que o professor espera que aconteça e que são a base de análise do seu modelo. No seu modelo, cada aula é segmentada em unidades de análise sucessivamente mais pequenas. Esta decomposição em níveis sucessivos é estruturante da análise, sendo a descrição completa de uma aula feita a um nível muito específico. No entanto, este esquema permite apenas a descrição das sequências de ação, e numa análise completa, para além de incluir os objetivos implícitos, é necessário considerar muitas outras informações relativas a cada episódio. Por isso, Schoenfeld inclui, associada à sequência de ação, os respetivos objetivos (“*goal trace*”, p. 256). Este modelo permite fazer uma análise aprofundada da prática letiva dos professores sem perder a visão global de toda a sequência de ações que este realiza. Para

além de descrever os acontecimentos, permite relacioná-los com os objetivos, crenças e conhecimentos do professor. Esta análise da sala de aula pode ser articulada com a análise do discurso do professor (recolhida em entrevistas, conversas informais, etc.), levando a compreender melhor a forma como este atua na sala de aula.

De forma geral, a prática letiva dos professores surge associada à noção de atividades (e.g., Boaler, 2003; Ponte, Quaresma e Branco, 2012) e a ações ou sequências de ações (e.g., Schoenfeld, 2000). A matriz curricular é forte em alguns autores, como em Potari e Georgiadou-Kabouridis (2009), mas é pouco visível noutros, que assumem uma abordagem mais descritiva (e.g., McDonough e Clarke, 2003). Em algumas destas investigações, como em Schoenfeld (2000), os autores analisam a prática dos professores, descrevendo de forma pormenorizada as suas características, o que pode facilitar a identificação dos fatores que as influenciam.

4.2. Conhecimento dos professores

A prática dos professores relaciona-se com o seu conhecimento sendo importante compreender a ligação entre estes dois elementos e qual a influência que exercem entre si. Por exemplo, alguns autores como McDonough e Clarke (2003) valorizam a importância do conhecimento como elemento de sustentação das práticas profissionais. Assim, na sua investigação, estes autores referem que os professores considerados mais eficientes têm melhor conhecimento, não só sobre Matemática, mas também sobre Didática da Matemática. Na sua perspetiva, estes professores revelam mais segurança, o que lhes dá uma maior confiança para promover a motivação e o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. Outra autora, Newton (2009) conclui na sua investigação que os futuros professores precisam de aprofundar o seu conhecimento matemático, de forma a ganhar maior segurança. Refere que, após o estudo mais aprofundado dos conceitos relacionados com frações, os professores envolvidos no seu estudo passaram a dar maior relevância ao trabalho com frações na sala de aula e a encarar os conceitos e representações de forma mais positiva e com maior segurança. No mesmo sentido, para Ngan, Lopez-Real e Rao (2003), a falta de conhecimentos matemáticos faz com que os professores se mostrem mais desmotivados relativamente à Matemática, situação que pode ser exponenciada pelas más experiências vividas pelos professores enquanto alunos.

Outros autores problematizam de um modo diferente a relação entre conhecimento e prática profissional. Por exemplo, Boaler (2003) diz que, apesar de ser impossível dissociar o conhecimento da ação, nem sempre os professores com mais conhecimentos matemáticos são os que têm uma prática letiva mais rica e eficiente. Para esta autora, mais importante do que o conhecimento que o professor possui é a ação que desencadeia a partir dele e a forma como integra o que sabe no processo de ensino-aprendizagem dos seus alunos. Wilkins (2008) faz uma comparação entre dois grupos de professores (K-2 e 3-5) e refere que os professores do primeiro grupo têm um maior nível de conhecimento matemático comparativamente ao segundo e que, por sua vez, estes têm maior tendência para utilizar investigações na sala de aula. Na sua perspetiva, parece não haver um efeito direto da formação contínua na prática dos professores, mas sim uma influência indireta nas suas atitudes. Aborda também as atitudes dos professores, considerando que os que têm uma visão mais positiva do ensino revelam uma maior tendência para realizar investigações na sala de aula (*inquiry-based instruction*), acontecendo precisamente o inverso nos docentes com maior conhecimento matemático. Wilkins (2008) considera que alguns professores acreditam que o seu sucesso como alunos é resultado do ensino tradicional e que essa é a forma mais eficaz de trabalhar na sala de aula. Por outro lado, os professores que foram menos bem-sucedidos a Matemática podem estar mais dispostos a tentar algo diferente, na esperança de poupar os alunos a experiências negativas, semelhantes às suas. Desta forma, o autor sugere que devem promover-se momentos em que os docentes enriqueçam o seu conhecimento matemático e utilizem diferentes metodologias de ensino, de forma a compreender a sua importância.

De forma geral o conhecimento surge como uma forte influência na prática dos professores. Se por um lado, a falta de conhecimento matemático gera insegurança nos professores, por outro lado o conhecimento matemático *per se* não garante um bom desempenho. Além disso, há ainda a ter em conta que professores que tiveram um percurso escolar bem-sucedido no quadro de um ensino mais tradicional, consideram-no igualmente adequado para os seus alunos. Neste sentido, a reflexão sobre a prática constitui um elemento fundamental na mudança da prática letiva dos docentes.

4.3. Contexto escolar e discurso

Para além do conhecimento, é interessante verificar a influência que o contexto escolar tem na prática do professor, influenciando as suas decisões na sala de aula. Na minha experiência como professora, várias vezes ouvi os meus colegas referirem que se sentiam influenciados ou condicionados na sua prática e na forma como exploravam as tarefas na sala de aula. Identificavam a origem dessa influência noutros professores, nos alunos com quem trabalhavam, na escola onde lecionavam e nas tarefas que exploravam. Alguns autores focam-se nas razões que levam um professor a promover tarefas e rotinas que não se coadunam com o seu discurso. Por exemplo, segundo Potari e Georgiadou-Kabouridis (2009), o que numa primeira análise pode parecer incoerência – a professora defendia algo, mas na realidade agia de outra forma – era resultado da insegurança que sentia. No entanto, com a ajuda de um grupo de trabalho, a professora sentiu confiança para recorrer às experiências vividas na universidade, que considerava mais corretas, fazendo face às críticas que recebeu dos colegas no primeiro ano de trabalho. As autoras consideram que a prática de ensino pode ser modificada, adaptando-se aos diferentes contextos onde decorre. Desta forma, reconhecem o importante papel que o contexto assume no desenvolvimento da prática do professor, atribuindo-lhe um carácter pessoal, interativo e dinâmico, sendo construído pelo professor através da discussão e da reflexão na própria ação. No mesmo sentido, no estudo de Agudelo e Valderrama (2007), alguns professores identificam o contexto social da comunidade educativa e a falta de motivação, interesse ou de pré-requisitos dos alunos, como causadores de problemas na sala de aula. Além do referido pelos colegas, Pablo, um dos professores participantes, com uma prática mais inovadora, aponta também para a influência da natureza das tarefas propostas, que se prendem com as dificuldades que sente relativamente ao seu conhecimento do ensino da Matemática. Os autores mencionam também a importância de outros fatores contextuais, tais como a escassez de recursos, as preocupações com testes padronizados ou o comportamento dos alunos. Concluem que existe pouca investigação sobre a forma como os professores encaram o impacto que esses fatores têm na compreensão da sua prática.

No seu estudo com três professores do ensino pré-escolar e do 1.º ano de escolaridade, Ngan, Lopez- Real e Rao (2003) concluem que, apesar dos três defenderem as mesmas ideias, há maior coerência discurso-prática nos educadores de infância do que na professora de 1.º ciclo. Na prática, apesar de todos os participantes no estudo

defenderem a importância do raciocínio e da compreensão nos alunos, nas salas do pré-escolar existe uma grande variedade de atividades e metodologias de trabalho, enquanto, no 1.º ciclo, prevalecem as aulas expositivas centradas no professor. Ao analisar a razão pela qual isto se verifica, os autores consideram que há muita pressão, tanto da administração como por parte das famílias para que se cumpram os normativos estipulados pelo currículo do 1.º ciclo, o que faz com que os professores se afastem daquilo em que acreditam, para cumprir o que lhes é exigido. Para além disso, os manuais escolares têm uma grande influência na definição das tarefas a realizar na sala de aula. Apesar desta investigação se realizar em Hong Kong, as preocupações em “cumprir o programa” são idênticas às dos professores portugueses referidos por Ponte e Velez (2011b). Além disso, as razões apontadas pela professora do estudo de Ngan, Lopez- Real e Rao (2003), que, segundo ela, a afastam do que defende, são idênticas às razões referidas pelos professores portugueses: falta de tempo para diversificar e desenvolver tarefas, falta de disponibilidade para preparar e planificar atempadamente e necessidade de disciplinar os alunos. No estudo de Swan (2007), alguns professores também reconhecem que a sua prática é, em grande medida, condicionada pela falta de recursos, pelas expectativas dos alunos e colegas e pela pressão que sentem para concluir o programa no tempo disponível.

A investigação de Potari e Georgiadou-Kabouridis (2009) apresenta as dissonâncias entre o que a professora Christina aprendeu na sua formação inicial e o que efetivamente faz na sua prática, como consequência das pressões que sente na escola onde leciona e não como simples falta de coerência no seu discurso. Inicialmente, enquanto futura professora, Christina reconhecia a existência de restrições como as expectativas do supervisor, pais e colegas de curso, bem como a falta de familiaridade dos alunos com o ensino exploratório, acreditando que teria mais oportunidades quando tivesse a sua própria turma. Ao contrário do que seria expectável, no primeiro ano de trabalho, as suas conceções apenas eram visíveis na planificação de atividades de recreio relacionadas com conceitos matemáticos, enquanto na sala de aula, a realização de exercícios era a prática mais comum. Para os autores “parece que Christina trabalha em dois planos: o exploratório e o instrutivo” (p. 19), na medida em que por um lado, Christina se esforçava para apresentar resultados imediatos na aprendizagem dos seus alunos (o que não a deixava satisfeita), por outro lado, permanecia empenhada em desenvolver o seu pensamento matemático.

De forma geral, existem reconhecidamente vários fatores ligados ao contexto que influenciam de forma decisiva a prática letiva dos professores. Desta forma, a pressão

exercida pela direção das escolas, encarregados de educação e por outros professores acaba por ter muita influência nos professores e condicionar a sua prática. Assim, através da reflexão, e por vezes, do apoio de um grupo de professores, talvez seja mais fácil para os docentes encontrar estratégias para ultrapassar a pressão a que estão sujeitos.

4.4. Tarefas

De acordo com Bishop e Goffree (1986), na sala de aula, “são as tarefas e situações que dão oportunidade aos alunos de se envolverem na criação dos seus significados refletidos, da sua própria Matemática” (p. 9). As características individuais do professor determinam o tipo de tarefa que este propõe aos seus alunos e o modo como as implementa na sala de aula. Desta forma, é importante compreender que tarefas podem ser propostas e o que as caracteriza.

Ponte (2005) distingue quatro tipos de tarefas – problemas, exercícios, investigações e explorações – que caracteriza segundo o grau de desafio (reduzido ou elevado) e de abertura (aberto ou fechado). Para o autor, os problemas são desafiantes, apresentando um grau de dificuldade elevado e uma estrutura fechada. O professor deve analisar o grau de dificuldade do problema e adequá-lo aos seus alunos, caso contrário, corre o risco de os desmotivar perante uma atividade demasiado fácil ou demasiado difícil. Deve também evitar que os problemas apresentados tenham uma resolução idêntica e rotineira, pois facilmente passam a ser encarados como um exercício de treino e não como uma atividade desafiante. Pelo seu lado, os exercícios são uma forma de aplicar os conceitos trabalhados recentemente pelos alunos, de forma a consolidar os seus conhecimentos. No entanto, o professor não deve limitar o trabalho na sala de aula à realização de exercícios. Para o autor, as investigações, pressupõem alguma pesquisa de dados para que seja possível realizá-las. Os alunos têm de decidir quais os recursos e estratégias a utilizar, fazendo uma planificação dos passos a tomar. Finalmente, as explorações são idênticas às investigações, mas têm um grau de dificuldade mais reduzido. Para Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998), a realização de uma tarefa envolve três momentos principais: (i) introdução, em que é discutido o enunciado da tarefa e que pode ser realizada com a participação dos alunos ou assumida em exclusivo pelo professor; (ii) trabalho autónomo dos alunos, em que estes resolvem a tarefa de forma individual, a pares ou em pequeno grupo; e (iii) discussão coletiva de resultados, onde os

alunos apresentam e explicam as soluções encontradas sendo ainda neste momento que se sistematizam as ideias mais relevantes. Por sua vez, Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) identificam quatro possíveis ações do professor durante a exploração de uma tarefa, nomeadamente na discussão coletiva de resultados: (i) convidar; (ii) desafiar; (iii) apoiar ou guiar; e (iv) informar ou sugerir. Assim, tendo por base os autores supracitados, defini um quadro de análise onde enumero as ações dos professores, relacionando-as com as possíveis atividades dos alunos, relativas a representações na sala de aula (Tabela 4).

Tabela 4 – Ações dos professores relacionadas com a atividade dos alunos relativa a representações

Atividade dos alunos (relacionada com representações)	Ações do professor
Produzir/Escolher	Privilegiar a escolha livre de representações Desafiar para a escolha de representações diferentes das conhecidas Dar sugestões sobre representações adequadas Sugerir explicitamente ou dar exemplos
Usar	Desafiar para a utilização de uma representação Pedir para explicar ou interpretar uma representação Dar sugestões para salientar a utilização ou interpretação de uma representação Informar os alunos sobre a interpretação e utilização de uma representação (In)validar a representação escolhida pelos alunos
Transformar	Desafiar para o estabelecimento de tratamentos, conversões e conexões Conduzir ao estabelecimento de conexões Conduzir à identificação de tratamentos e conversões possíveis Informar sobre tratamentos e conversões
Refletir	Desafiar para a sistematização e avaliação das representações utilizadas Conduzir à sistematização de informação relevante e à avaliação do trabalho realizado Informar sobre aspetos relevantes e sobre a adequação das representações utilizadas

Nesta tabela, pressupõe-se a influência mútua entre as ações do professor e a atividade dos alunos. Na prática, as diferentes ações dos professores podem promover determinadas atividades nos seus alunos e, por sua vez, a atividade dos alunos influencia

as ações dos professores. Globalmente, as ações do professor podem ser distinguidas entre: (i) ações de desafiar ou pedir para interpretar, que possibilitam que os alunos ultrapassem as expectativas do professor, indo mais além; (ii) ações de conduzir ou dar sugestões, através das quais os professores orientam os alunos para uma determinada atividade; e (iii) ações de informar ou invalidar, em que os alunos recebem indicações sobre a atividade que devem desenvolver.

O recurso a tarefas variadas pode fazer com que os alunos tenham maior facilidade em se adaptar a diferentes situações, tornando-se, progressivamente, mais independentes e autoconfiantes. No entanto, são muitos os professores que dão primazia à realização de exercícios. Por exemplo, Bishop e Goffree (1986) descrevem a sala de aula como um local onde “normalmente, ordens, exposições, quadro e giz, trabalhos no quadro, perguntas e respostas, são os principais métodos de ensino utilizados, juntamente com trabalhos que “precisam de ajuda” no lugar, prática e ajuda individual às crianças” (p. 3). Estes autores referem ainda: “A variedade de tarefas e atividades, para possível uso do professor de Matemática, é (...) extremamente lata, o que torna surpreendente que a aula de Matemática típica seja um local tão rotineiro e ritualista como é frequentemente descrito” (p. 14). Indicam que o recurso ao exercício continua a sobrepor-se a problemas, projetos, investigações e explorações, embora lentamente estes venham a assumir maior destaque. Também Ponte (2005) refere que, nas salas de aula, “os exercícios têm tido um papel privilegiado, de tal modo que o professor por vezes nem se apercebe que podem existir outros tipos de tarefas” (p. 11).

Bishop e Goffree (1986) mencionam o contributo de diversas investigações para a perceção de um clima de descontentamento em relação às aulas de Matemática, às rotinas estabelecidas, à mecanização dos exercícios, aos momentos diretivos e exclusivamente protagonizados pelo docente. De forma a contrariar essa situação, em Portugal, o Programa de Matemática (ME, 2007a) refere que para além dos exercícios, “o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando atividades de investigação, desenvolvendo projetos, participando em jogos” (p. 8), sendo responsabilidade do professor propor os diferentes tipos de tarefas. No mesmo sentido, Ponte e Serrazina (2004a), assinalam o início de mudança na prática de alguns professores que “usam de modo significativo outros tipos de tarefa, como problemas, explorações, investigações e projetos” (p. 54). Paralelamente, as comunicações realizadas por professores e investigadores em encontros e congressos nacionais de educação e investigação matemática (EIEM, ProfMat, SIEM e outros) fazem

referência a este tipo de tarefas. No entanto, segundo Ponte e Serrazina (2004a), o exercício continua a ter um papel dominante, na prática letiva dos professores, mesmo quando estes tentam planificar tarefas de outra natureza:

As tarefas de natureza estruturada, em especial os exercícios, parecem continuar a ter um papel hegemónico nas práticas letivas dos professores. Não é muito claro se os problemas têm toda a importância que alguns dados aparentemente sugerem, mas tudo indica que as tarefas de natureza mais aberta (explorações, investigações, projetos) têm um papel reduzido na sala de aula. (p. 69)

Ponte e Serrazina (2004a) referem ainda que para “muitos professores do 1.º ciclo, a ideia de problema continua a estar muito ligada ao treino de procedimentos” (p. 53). Para além disso, é importante perceber que a partilha de materiais e propostas de trabalho entre docentes não assegura o sucesso das tarefas, na medida em que uma tarefa de investigação com bons resultados numa turma, pode transformar-se num exercício, noutra turma. Nesse sentido, Ponte (2005) refere que “entre as tarefas de exploração e os exercícios a linha de demarcação nem sempre é muito nítida. Um mesmo enunciado pode corresponder a uma tarefa de exploração ou a um exercício, conforme os conhecimentos prévios dos alunos” (p. 9). De qualquer forma, como alternativa aos exercícios, os professores podem optar por tarefas de exploração e investigação. Neste tipo de tarefas, de acordo com Bishop e Goffree (1986):

O professor, sabendo que várias soluções podem ser imaginadas pelos seus alunos, cria largos espaços para a atividade. Mas mais do que isso, é provável que ele queira estimular a discussão sobre as diferentes soluções, despertando os alunos para diferentes possibilidades, fazendo-os refletir sobre o seu próprio processo de aprendizagem e sobre o dos outros (...). (p. 10)

Estes autores alertam também para a importância da reflexão dos alunos e sugerem aos professores “gastar algum tempo a ajudar os alunos a refletir nas atividades anteriores. O pequeno grupo de trabalho (...) necessita de reflexão, para se poder ter a certeza que as crianças aprenderam fazendo” (p. 13).

A planificação das tarefas a usar é muito importante e, apesar de à partida parecer algo linear e simples, na verdade revela-se um processo complexo, não se reduzindo “à seleção de umas tantas tarefas” (Ponte, 2005, p. 12). Desta forma, alguns autores focalizam a sua análise no trabalho dos professores, durante a preparação das tarefas. Por

exemplo, Swan (2007) analisa um grupo de professores que refletem e partilham as suas experiências durante a exploração de tarefas. O autor conclui que o sucesso da exploração das tarefas depende da forma como os professores as dinamizam, em particular o papel que assumem (mais ou menos diretivo), a forma como introduzem a tarefa, o tipo de perguntas que fazem aos alunos durante a sua realização e a duração que atribuem à discussão entre alunos, mas também da reflexão que os professores fazem relativamente à exploração das tarefas. Na sua investigação, considera que há mudanças consideráveis na prática dos professores, na medida em que alguns fazem alterações nas tarefas propostas, adequando-as às suas conceções e crenças ou simplificando-as para evitar dificuldades nos alunos, outros consideram que as novas tarefas lhes permitem agir de acordo com as suas conceções e outros ainda, consideram que através da utilização destas tarefas foi possível sentir segurança para ultrapassar as suas dúvidas e receios e para iniciar novas formas de trabalho com os seus alunos. É interessante verificar que apesar das tarefas terem tido uma grande adesão por parte dos alunos, alguns professores continuam reticentes em utilizá-las na sala de aula. Nesse sentido, Swan (2007) reflete sobre o facto desse desconforto ter origem nas dúvidas e incertezas que surgem na utilização de tarefas que se distanciam das suas rotinas de sala de aula. Também em relação à planificação de tarefas, Bishop e Goffree (1986) referem que deve existir um ponto de partida, em que se define o percurso a desenvolver (estratégias, papel do professor e dos alunos, duração da tarefa) e a finalidade da tarefa (objetivos mínimos que devem ser cumpridos). Relativamente ao ponto de partida, o professor deve ter em conta aspetos tais como: (i) o tipo de tarefa que vai propor e de que forma pretende apresentá-la aos seus alunos; (ii) as características da turma, analisando as alterações que podem ser necessárias fazer para aplicar à turma ou a um determinado grupo em particular, tendo em conta o seu conhecimento prévio; e (iii) o grau de dificuldade da tarefa proposta, pois a linha entre uma tarefa desafiante e uma tarefa frustrante para os alunos é muito ténue. Se os alunos considerarem uma tarefa demasiado difícil, desistem rapidamente, e podem perturbar outros alunos. O professor deve também refletir nos objetivos que pretende atingir com a tarefa que propõe. Por exemplo, as tarefas podem ter o intuito de: (i) explorar as representações dos alunos, levando-os a criar as suas próprias representações ou usar certas representações de acordo com o que é necessário; (ii) aprofundar os conhecimentos dos alunos, permitindo-lhes conhecer outros tipos de resolução para além da sua; ou (iii) avaliar o desempenho dos alunos num determinado momento e a partir

dessa avaliação, propor novas tarefas que ajudem os alunos a ultrapassar as dificuldades sentidas.

Durante a preparação da tarefa, o professor deve procurar prever o que pode acontecer. Apesar de ser impossível antever todo o percurso dos alunos, é importante que os professores reflitam relativamente às dúvidas e dificuldades que podem surgir, bem como às interpretações que os alunos podem fazer. Ainley e Lutley (2007) consideram que cada professor tem um repertório de competências de atenção (“*attentional skills*”), resultado da sua experiência profissional, através do qual conseguem identificar os aspetos cognitivos e afetivos dos seus alunos. Os autores sustentam que levar em consideração o conhecimento dependente da atenção, o conhecimento da disciplina e o conhecimento didático dos professores pode facilitar a compreensão, caracterização e distinção dos vários aspetos da prática em sala de aula. A “atenção” que referem envolve a ação do professor num determinado momento, que consideram ser mais importante que a planificação das tarefas a propor. Assim, apesar das competências de atenção parecerem bastante difíceis de observar e analisar (na medida em que são resultado de um processo cognitivo não observável), os autores procuram fazer inferências a partir das entrevistas, de forma a compreender de que modo os professores interpretam as próprias ações e a razão que os leva a tomar determinadas escolhas.

De forma geral, é sublinhada a vantagem em propor tarefas diversificadas em sala de aula, nomeadamente exercícios, problemas, investigações e explorações. No entanto, nas salas de aula continua a dar-se preferência à realização de exercícios, o que pode ser desmotivante para professores e alunos. A mudança na prática dos professores, de forma a que optem pela escolha das tarefas diversificadas, é um processo moroso que envolve a planificação e reflexão conjunta de professores antes e depois da sua realização. Aparentemente, os professores sentem uma maior segurança quando existe um grupo de trabalho, onde lhes é possível discutir e preparar as tarefas que irão propor e simultaneamente, refletir sobre tarefas exploradas na sala de aula. Assim, para além da planificação e da reflexão, o sucesso da tarefa depende igualmente do papel que o professor assume na sala de aula, nomeadamente, o papel que atribui aos alunos, a forma como comunica e a atenção do professor em todo o processo.

4.5. Questionamento dos professores

Tal como acontece durante a exploração das tarefas propostas, as características de cada professor são determinantes na forma como comunicam com os seus alunos, em especial como e quando os questionam e qual o objetivo com que o fazem. Desta forma, para compreender a prática dos professores é importante compreender também como se caracteriza o seu questionamento. Vários autores têm direcionado a sua investigação para a comunicação na sala de aula, nomeadamente, o questionamento por parte dos professores. Para Ponte e Serrazina (2000) a comunicação na sala de aula é “um aspeto fundamental do ensino-aprendizagem da Matemática” (p. 118), sendo regulada pelo professor que tem de gerir a participação dos alunos, ouvi-los e solicitar a justificação e clarificação de ideias quando o considerar necessário e adequado. No mesmo sentido, Purdum-Cassidy, Nesmith, Meyer, Cooper, (2015) consideram que os tipos e os níveis de conhecimento que os alunos constroem são influenciados pelos diferentes tipos e níveis de questionamento por parte dos professores. Assim, o desenvolvimento das capacidades de questionamento é uma parte importante na aprendizagem dos professores, sendo que um dos aspetos fundamentais na planificação das tarefas é determinar as questões que se poderão fazer na sala de aula. Ainda em relação ao momento de preparação das tarefas, Ralph (1999) refere que existem algumas competências básicas para um questionamento eficiente, que incluem a planificação de questões chave, a elaboração de questões concisas e objetivas e que sejam desafiantes para os alunos e a gestão de tempo que possibilite aos alunos a oportunidade para pensar e responder à questão colocada.

Ponte e Serrazina (2000) identificam três tipos de comunicação na sala de aula: (i) exposição, em que um interveniente expõe uma história ou ideia para que os outros intervenientes oiçam, (ii) um dos intervenientes questiona os outros e (iii) discussão onde os intervenientes colocam questões, respondem a perguntas e expõem ideias. Relativamente ao questionamento, estes autores indicam três tipos de perguntas: (i) focalização, em que o professor orienta o aluno para que este consiga terminar a realização da tarefa, (ii) confirmação, em que o professor se certifica que os alunos sabem a resposta a uma determinada questão e (iii) inquirição, em que o professor pretende compreender como o aluno resolveu a tarefa. Boaler e Brodie (2004) também se referem

ao questionamento como uma parte crítica e desafiante na prática dos professores. A partir da comparação cruzada da resolução de tarefas em várias salas de aula, as autoras desenvolveram um quadro de análise que inclui o questionamento dos professores. Assim, Boaler e Brodie (2004) definem 9 categorias no questionamento dos professores: (i) recolher informações e guiar os alunos na resolução (ii) introduzir terminologia matemática (iii) explorar relações e significados matemáticos (iv) aprofundar e obter explicações por parte dos alunos (v) gerar discussão de ideias entre alunos (vi) estabelecer ligações entre ideias matemáticas e situações da vida real (vii) generalizar (viii) orientar e focar os alunos (ix) contextualizar. Na sua análise, as autoras referem que nas aulas dos professores com um ensino mais tradicional, 20% do tempo é dedicado à explicação por parte do professor relativamente a métodos e a conceitos e 16% em questionamento e que não há tempo destinado ao enfoque no aluno. Por outro lado, as aulas dos professores inovadores¹ têm uma maior percentagem de questionamento do professor aos alunos (32%) e uma menor percentagem de explicação de métodos e conceitos. Para além disso, nas aulas dos professores inovadores, os alunos trabalham mais em pequenos grupos e em 10% das aulas são o foco de atenção, ou seja, apresentam o seu trabalho aos colegas ou assumem algum tipo de responsabilidade na aprendizagem da turma. Outra das grandes diferenças entre os professores com ensino mais tradicional e os professores inovadores está ainda relacionada com o tempo que os alunos despendem em trabalho individual e em trabalho em grupo. Assim, nas aulas dos professores mais tradicionais, os alunos trabalham individualmente cerca de 48% do tempo, o que contrasta com 8% nas aulas dos professores inovadores.

Ao analisar o questionamento dos professores, Boaler e Brodie (2004) concluem que mais de 95% do questionamento usado por professores tradicionais é do tipo 1 (recolher informações e guiar os alunos na resolução). Por outro lado, apesar de 60 a 75% do questionamento usado por professores inovadores ser também do tipo 1, verifica-se uma maior variedade no tipo de questionamento. Esta diversidade no questionamento dos professores é considerada pelas autoras como um elemento importante que modela e influencia a natureza das discussões em sala de aula e no surgimento de oportunidades cognitivas para os alunos. As autoras referem também que quando os professores utilizam um questionamento mais conceptual, os alunos tendem a fazer o mesmo.

¹ Traduzido do inglês “reform teachers”

Em relação à classificação dos tipos de questionamento dos professores, Watson e Mason (1998) identificam seis tipos do que caracterizam como atividades, onde agrupam alguns tipos de questionamento dos professores: (i) Exemplificar e especializar; (ii) Completar, eliminar e corrigir; (iii) comparar, classificar (*sorting*), organizar; (iv) Modificar, variar, reverter e alterar; (v) generalizar e conjecturar e (vi) explicar, justificar, verificar, convencer, refutar.

Moyer e Milewicz (2002) referem que apesar de ser uma atividade elementar que aparentemente não carece de muito conhecimento, na realidade, um questionamento eficiente requer uma capacidade de questionamento oral bem desenvolvida. A partir de uma investigação em que foi analisado o questionamento de futuros professores, as autoras identificam três tipos de perguntas: (i) ler listas de perguntas (*checklisting*), em que os professores fazem sucessivamente várias perguntas, independentemente das respostas que possam obter dos alunos e sem dar seguimento às respostas dos alunos; (ii) dar instruções, em que os professores guiam a resposta dos alunos, dão pistas sobre a resposta acertada ou abandonam o questionamento, apresentando a resposta certa ou explicando o conceito que pretendem que os alunos aprendam; e (iii) aprofundar e fazer o *follow up*, em que os professores questionam os alunos de forma a investigar as suas respostas. De acordo com as autoras, em contraste com as duas primeiras categorias, apresentar e fazer o *follow up* demonstra da parte do professor um maior enfoque no pensamento do aluno. Referem ainda que enquanto alguns dos futuros professores fazem o *follow up* perante uma resposta errada, outros fazem-no independentemente da resposta, recorrendo a perguntas mais generalistas (“Como pensaste?”). Em conclusão, consideram que as três categorias de questionamento são um contributo importante relativamente ao questionamento por parte de jovens professores, apesar de reconhecerem que cerca de um quarto dos futuros professores abandona o questionamento e opta por informar os alunos sobre a resposta ou explicar o conceito, enquanto outros professores recorrem preferencialmente às listas de perguntas, em sala de aula, em especial durante a discussão em grande grupo.

Ainda em relação às questões colocadas pelos professores, Mason (2000) define-as como instrumentos pedagógicos que envolvem os alunos e avaliam a sua compreensão de ideias e técnicas. Refere ainda que quando os professores preparam uma tarefa e as respetivas questões, são impulsionados pela tentativa de consciencializar os alunos para certas características, para automatizar a sua utilização ou técnica, para desafiar os alunos a reconhecer a importância de uma técnica e para encontrar dificuldades ou novas

informações. No entanto, as questões colocadas raramente refletem o processo de exploração matemática. Para o autor, a natureza e o estilo do questionamento na sala de aula começariam a mudar, se os professores, ao invés de verbalizar a primeira questão que lhes surge na mente, se questionassem inicialmente sobre o que gostariam de consciencializar nos alunos. Assim, o autor indica três objetivos principais no questionamento por parte dos professores: (i) focalizar, em que através do efeito de funil (*funneling effect*) o professor questiona os alunos de forma a focá-los num determinado aspeto; (ii) testar, em que o professor testa a compreensão dos alunos, a forma como articulam ideias e estabelecem conexões e (iii) inquirir, em que o professor questiona os alunos de forma a compreender como os alunos estão a pensar, o que pretendem e quais os aspetos que valorizam e desvalorizam no seu pensamento. De acordo com o autor, este objetivo é bastante difícil de atingir, quando se sabe previamente a resposta. Assim, sugere que os alunos devam também ser encorajados a questionar-se uns aos outros. Mason (2000) alerta ainda para o facto de que os alunos, quando são questionados pelos professores, pressupõem que estão a ser testados. Por essa razão, mesmo quando surgem perguntas de focalização ou de inquirição, os alunos interpretam-nas como sendo de teste.

Perry, VanderStoep e Yu (1993) consideram que apesar da análise das respostas dos alunos ser importante, a análise do questionamento dos professores permite avaliar os momentos da sala de aula que promovem a atividade cognitiva dos alunos. Assim, a partir da categorização do questionamento a alunos de 1.º ano em diferentes países (que consideram ser facilmente generalizável a outros anos de escolaridade), os autores categorizam o tipo de questionamento como: (i) calcular ou lembrar uma regra (*computation or rule recall*), em que o professor solicita ao aluno que faça um cálculo, questiona-o com perguntas sobre valor de posição, pede aos alunos para recordarem uma determinada regra que aprenderam anteriormente; (ii) calcular em contexto, em que o professor questiona os alunos recorrendo a materiais manipulativos ou a um contexto realista num determinado problema; (iii) criar um problema, em que o professor pede aos alunos que criem problemas, mas não apenas para os resolverem de seguida (e.g. dar aos alunos uma equação e pedir-lhes que criem um problema que possa ser resolvido com essa equação); (iv) desenvolver estratégias de resolução de problemas, quando o professor questiona os alunos de forma a que expliquem como resolveram o problema e (v) desenvolver o conhecimento concetual (*conceptual knowledge*), quando o professor pede aos alunos para generalizar, abstrair, ou conhecimento concetual. Perry, VanderStoep e Yu (1993) concluem que ao contrário dos professores americanos, os professores

asiáticos agem como se esperassem que os seus alunos fossem capazes de responder a questões conceptuais complexas, discutir sobre uma solução encontrada e comparar as diferentes soluções encontradas e explicar as maiores diferenças entre elas. Os autores consideram que o tipo de questionamento dos professores asiáticos promove a formação de um conhecimento conceptual matemático rico e vasto, característica demonstrada pelos alunos asiáticos.

Para Blosser (1975), se os professores conhecerem o tipo de perguntas que existem, conseguirão promover um questionamento mais diversificado. A autora identifica quatro categorias de perguntas: (i) gerenciais, que orientam os alunos; (ii) retóricas, utilizadas para enfatizar uma ideia ou uma afirmação; (iii) fechadas, que têm um número limitado de respostas, sendo utilizadas para dar mais enfoque num determinado ponto e para dar ao professor um feedback sobre o conhecimento do aluno (iv) abertas, que têm uma grande variedade de respostas possíveis, sendo usadas para promover a discussão entre alunos, a formulação de hipóteses e inferências e a interação entre alunos. A autora adverte para a importância da formulação de perguntas e refere que, por vezes, os professores têm uma boa pergunta para os alunos, mas falham na sua formulação, fazendo perguntas muito vagas ou demasiado longas. Blosser (1975) considera ainda que é importante que o professor proporcione aos alunos algum tempo para que possam pensar e formular uma resposta adequada e para que possam partilhar as suas respostas com os colegas.

Tendo em conta a importância que o questionamento dos professores tem durante a exploração de uma tarefa e a partir dos autores supracitados, elaborei uma tabela de análise relativa ao questionamento dos professores (Tabela 5).

Tabela 5 – Tipos de questionamento do professor.

Tipos de questionamento	Tipos de perguntas	Exemplos
Focalização	Perguntas retóricas	Já vimos que temos o par AB, certo?
	Perguntas processuais	Podem abrir na página...?
	Perguntas orientadoras	Então e se somasses?
Confirmação	Perguntas fechadas	Com quantos ficamos se juntarmos 10?
	Perguntas abertas	Podemos resolver a tarefa de outra forma?
Inquirição	Perguntas abertas	Concordas com a resposta do colega? Porquê?

Após a análise das categorias estabelecidas pelos autores supracitados, considere-se três tipos de questionamento dos professores, aos quais correspondem diferentes tipos de perguntas. O questionamento por focalização é utilizado pelo professor com o objetivo de focalizar o aluno num determinado aspeto, geralmente de ordem técnica, e divide-se em três tipos de perguntas: (i) perguntas retóricas, utilizadas para reforçar uma ideia ou conceito sem que seja esperada qualquer tipo de resposta por parte dos alunos; (ii) perguntas processuais, utilizadas para dar instruções; e (iii) perguntas orientadoras, utilizadas para instruir os alunos numa determinada direção. O questionamento por confirmação é utilizado pelo professor com o objetivo de obter uma resposta do aluno, que o professor sabe *à priori* e divide-se em dois tipos de perguntas: (i) perguntas fechadas, em que só existe uma resposta possível; e (ii) perguntas abertas em que existe mais do que uma resposta possível e em que há a possibilidade do aluno responder de várias formas. Por fim, no questionamento por inquirição, em que existe apenas um tipo de pergunta (inquirição aberta), há várias respostas possíveis e o professor não sabe exatamente o tipo de resposta que o aluno dará. Muitas vezes, este tipo de perguntas é feito para determinar processos de resolução ou para procurar processos de resolução alternativa.

4.6. Abordagens curriculares

A prática dos professores pode ser influenciada por diferentes abordagens curriculares, sendo importante compreender em que diferem estas abordagens, o que as caracteriza e qual o papel que atribuem a professores e alunos. Ponte (2005) identifica duas abordagens distintas: através do “ensino direto”, centrado no professor como fonte de conhecimento e caracterizado pela predominância de exercícios como forma de consolidação da aprendizagem e através do “ensino-aprendizagem exploratório” centrado nos alunos, mas moderado pelo professor e em que a “sua característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (Ponte, 2005, p. 13). Da mesma forma, Boaler (2003) e Newton (2009) distinguem duas abordagens distintas na prática dos professores: tradicionais e inovadoras. Referem que na abordagem tradicional é dada primazia aos manuais escolares e à realização de exercícios, que os alunos devem praticar individualmente. A fonte de informação é o professor e é ele quem

define a metodologia a utilizar pelos alunos, que têm um papel passivo como recetores do conhecimento. Por sua vez, a prática de abordagem inovadora prima pela importância dada à resolução de problemas de solução aberta. O professor leva os alunos a explorar, em grupo, as tarefas propostas, para assim aprenderem e descobrirem a informação necessária e encoraja-os a propor ideias e teorias e a questionar as conclusões a que chegaram. Numa primeira análise, seria fácil acreditar que a segunda forma exige menos ao professor, pois enquanto no “ensino direto” é necessária uma planificação mais pormenorizada, no “ensino-aprendizagem exploratório” o que acontece é, em certa medida, determinado pelos alunos. No entanto, esta perspetiva, não poderia estar mais longe da realidade, pois quando os alunos trabalham individualmente, o nível de complexidade do trabalho do professor restringe-se à planificação, supervisão, apoio e fornecimento de informação. Neste processo, o aluno não é levado a olhar, criticamente, o seu trabalho, nem tão pouco é conduzido de forma a perceber por que razão errou. Nesse sentido, Bishop e Goffree (1986) referem que é “muito mais difícil, mas também muito mais importante ser capaz de ajudar o aluno a localizar a origem do erro e a utilizar procedimentos autocorretivos” (p. 20). Assim, numa tarefa de discussão e apresentação de hipóteses, a função do professor torna-se mais complexa, à medida que o papel do aluno se torna mais ativo no seu processo de ensino-aprendizagem.

A dificuldade e complexidade acrescida numa abordagem não tradicional parece contribuir para que na sua prática, os professores tenham uma abordagem mais centrada no professor. Ao analisar um grupo de professores, Agudelo e Valderrama (2007) classificam a maior parte dos professores participantes, como seguidores de uma “abordagem formal e instrumentalista dos manuais escolares” (p. 77), assumindo um papel central de transmissão de conhecimentos. Contudo, em oposição à abordagem instrumentalista-transmissiva dos seus colegas, Pablo (um dos participantes) é a exceção, preferindo que os seus alunos descubram e compreendam os conteúdos abordados, atribuindo-lhes sentido.

Independentemente das tarefas propostas na sala de aula ou da sua abordagem de ensino, o professor pode optar por uma de quatro modalidades de trabalho: individual, em pares, em pequeno grupo e em grande grupo. O trabalho individual dos alunos é o que parece trazer um ambiente de maior tranquilidade e organização na sala de aula, sendo a modalidade do trabalho em grupo mais dinâmica e exigente para o professor. Face à aparente desorganização e ao ruído que surge associado ao diálogo entre os elementos de um grupo, muitas vezes os professores consideram que os alunos não sabem trabalhar em

grupo. Nesse sentido, Bishop e Goffree (1986) referem que “existe a necessidade de ensinar à turma as competências e ‘regras’ da atividade do grupo-turma, igualmente é necessário que o professor ensine competências de aprendizagem em pequeno grupo” (p. 19). Ao propor tarefas no âmbito do trabalho de grupo, o professor precisa ter em mente que para além dos benefícios inerentes a esta modalidade, há também alguns riscos, que podem ser minimizados. Por exemplo, alguns alunos tendem a liderar os grupos onde estão inseridos, o que pode limitar o desempenho dos seus colegas. Da mesma forma, ao juntar alunos com mais e menos dificuldades, o professor pode estar a contribuir para a frustração de ambos (não se conseguem fazer entender, têm diferentes ritmos de trabalho ou comunicam de forma diferente. Assim, é recomendável uma gestão atenta deste tipo de atividade, através da monitorização da relação de cada aluno com o grupo onde está inserido e da reflexão nas mudanças que podem ser feitas em tarefas futuras. Nesse sentido, são também vários os documentos curriculares que recomendam a diversificação dos modos de trabalho na sala de aula (ME, 2007a; NCTM, 2007).

De forma geral, podemos identificar duas abordagens distintas na prática dos professores. A primeira abordagem, referida como ensino direto, transmissivo ou tradicional é caracterizada pelo papel dominante do professor que estabelece as tarefas, corrige erros e define a intervenção dos alunos. Em oposição a esta abordagem totalmente centrada no professor, surge o ensino exploratório, de *inquiry* ou inovador, em que os alunos têm um papel mais ativo e influente. O papel do professor continua a ser decisivo, mas como orientador e promotor da intervenção equilibrada dos alunos. Independentemente da abordagem curricular, as diferentes modalidades de trabalho (individual, pares, pequeno e grande grupo) devem ser utilizadas, de forma a enriquecer a aprendizagem e vivências dos alunos.

4.7. Reflexão em contexto de grupo de trabalho

A reflexão dos professores na sua prática pode ser um contributo importante para mudar a forma como exploram uma tarefa. Essa mudança, que muitas vezes consiste em dar resposta às necessidades dos alunos, sair das rotinas instituídas e arriscar a realização de outro tipo de tarefa, implica abandonar a sua zona de conforto (Skovsmose, 2001), na medida em que “dar ênfase aos aspetos dinâmicos do ensino da Matemática significa abandonar o caminho seguro” (Bishop e Goffree, 1986, p. 8). Para Boaler (2003), um

professor habituado a refletir na sua prática, quotidianamente, a qualquer instante consegue alterar uma determinada tarefa, mesmo que esta já esteja a decorrer. Desta forma, é importante criar oportunidades de discussão, onde os professores possam refletir na sua prática. Nesse sentido, Ngan, Lopez-Real e Rao (2003) discutem a importância da autorreflexão dos professores na mudança da prática dos professores. No seu estudo, a professora participante (1.º ciclo) que inicialmente não reconhece as discrepâncias entre o que defende e o que pratica, após a análise e reflexão das suas aulas gravadas, adota uma postura mais crítica em relação ao seu trabalho. Assim, a professora começa a refletir não só nas razões que contribuem para as diferenças entre o seu discurso e a sua prática, mas também no que pode fazer para mudar a sua prática e nos desafios que tem que enfrentar (neste caso, a pressão social para o cumprimento do currículo). Da mesma forma, Potari e Georgiadou-Kabouridis (2009), propõem um projeto com base na discussão de ideias e na reflexão, que integra Christina (a professora participante no estudo) e cinco colegas da escola onde trabalha pelo segundo ano consecutivo. A sua integração neste projeto leva-a a sentir-se mais segura e progressivamente, torna-se mais autocrítica, apresentando maior facilidade em identificar as suas fragilidades e maior agilidade em ultrapassá-las (p. 21). Para além disso, como resultado deste processo de reflexão, registam-se algumas alterações na sua prática letiva, na medida em que os alunos assumem um papel mais ativo na sua sala de aula, realizando tarefas “conceptualizadas como pontos de partida para construções matemáticas” (p. 21). Da mesma forma, Ainley e Lutley (2007) referem a importância da reflexão e análise dos professores relativamente ao seu conhecimento pedagógico e ao seu conhecimento dependente da atenção, de forma a adaptarem as suas planificações à realidade da sala de aula e conseguirem antecipar mais eficazmente as necessidades e dificuldades dos alunos.

Deste modo, a realização de sessões de grupo de trabalho, onde os professores tenham a oportunidade de analisar e refletir sobre a sua prática pode contribuir para promover a reflexão em grupo. Assim, através da troca de experiências e da partilha e discussão de dificuldades pode ser possível reduzir os medos e inseguranças dos professores e ao mesmo tempo, aumentar a sua capacidade autocrítica.

4.8. Síntese

A prática dos professores pode ser encarada como uma atividade de carácter recorrente, socialmente organizada, ou então como ações realizadas em contexto profissional. Desta forma, a prática letiva dos professores pode ser analisada a partir de uma abordagem curricular, ou seja, entre a abordagem tradicional, em que se privilegia a exposição pelo professor e a realização de exercícios pelos alunos e a abordagem inovadora, em que os alunos realizam tarefas diversificadas, que constituem o ponto de partida para a construção do conhecimento na sala de aula. Para além disso, a prática dos professores relaciona-se também com o seu conhecimento e por isso algumas investigações têm procurado compreender qual a sua influência. Por exemplo, Ngan, Lopez-Real e Rao (2003), valorizam a influência do conhecimento na prática profissional e consideram que os professores com menor conhecimento matemático parecem mais desmotivados em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática. Há ainda outros fatores que influenciam a prática dos professores como o questionamento em sala de aula, o tipo de tarefas propostas e a forma como são exploradas. Relativamente ao questionamento, vários autores (*e.g.* Ponte e Serrazina, 2000; Mason, 2000) analisam-no e categorizam-no, relacionando as abordagens curriculares dos professores com o tipo de questionamento colocado aos alunos. O contexto escolar é outro fator a ter em conta na prática letiva dos professores, na medida em que sob a sua influência, os professores fazem a sua interpretação do currículo formal e estabelecem prioridades. Assim, o currículo formal, a pressão exercida pela direção das escolas, pelos encarregados de educação e por outros professores condicionam a sua prática, bem como as tarefas que propõem aos alunos. Desta forma, a existência de grupos reflexivos de trabalho que promovam a discussão e reflexão dos professores, pode proporcionar condições que facilitem a discussão, reflexão e mudança na abordagem à exploração de tarefas.

Capítulo 5

Metodologia de Investigação

Apresento de seguida as opções metodológicas desta investigação qualitativa e interpretativa que segue um design de estudo de caso. Assim, descrevo o contexto do estudo, os seus participantes e o modo como funcionaram as sessões de grupo de trabalho. Descrevo ainda, os instrumentos de recolha de dados e os processos usados na sua análise, refiro as questões éticas e indico as fases deste estudo. Por fim, identifico o quadro de análise que utilizo na análise de resultados.

5.1. Opções metodológicas

Esta investigação é um estudo qualitativo que se insere no paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994), tendo por base o trabalho realizado com um grupo de professores do 3.º ano de escolaridade. Patton (1987) refere que este tipo de estudo tem uma natureza qualitativa que requer um carácter descritivo não quantitativo. Assim, optei pela realização de um estudo qualitativo que me permitirá fazer uma investigação aprofundada e detalhada com um grupo restrito de participantes, sem as limitações das contagens e medições de um estudo quantitativo (Patton, 1987).

Esta investigação enquadra-se nas cinco características definidas por Bogdan e Biklen (1994) para os trabalhos de natureza qualitativa e interpretativa. Assim, (i) os dados são recolhidos diretamente em ambiente natural, sendo eu, como investigadora o instrumento principal de recolha de dados; (ii) os dados são recolhidos, analisados e apresentados de forma descritiva, sem recorrer a medições em escalas quantitativas, tendo sido feita a sua recolha através da captação de imagem, som e alguns registos escritos;

(iii) o decurso da ação e a forma como tudo decorreu têm primazia sobre os resultados ou produtos obtidos, de forma a perceber a razão de ser dos acontecimentos; (iv) os dados são analisados indutivamente, sem partir de pressupostos definidos à partida, mas construindo hipóteses iniciais à medida que a análise é feita; e (v) a perspetiva dos participantes é analisada de forma a compreender os significados que atribuem ao que dizem e fazem e à interpretação que fazem das suas experiências.

Optei pelo paradigma interpretativo por considerar que é o mais adequado ao que pretendo analisar com a minha investigação. Através da observação do que acontece com um determinado grupo de professores, pretendo interpretar as suas perspetivas e os significados por detrás do seu discurso e das suas ações, tal como indica Erickson (1986). Este autor refere que para além do enfoque na mente e no significado subjetivo de cada participante, deve também ser analisada a relação entre os significados e as perspetivas dos atores e as circunstâncias de ação na qual esta decorre.

Yin (1989) considera que o estudo de caso é uma importante estratégia de investigação empírica enquanto para Bogdan e Biklen, (1994), o estudo de caso é um bom ponto de partida para investigadores com experiência reduzida. Por sua vez, Ponte (2006) refere que o objetivo do estudo de caso “é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspetos que interessam ao pesquisador” (p. 2).

Este estudo decorre numa “área de trabalho delimitada [sendo a] recolha de dados e as atividades de pesquisa [...] canalizadas para terrenos, sujeitos, materiais, assuntos e temas” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 90). Tendo em conta o objetivo da investigação, a realização de estudos de caso prende-se com a necessidade de analisar detalhadamente e de categorizar a exploração de vários tipos de tarefas (no âmbito da resolução de problemas com Organização e Tratamento de Dados, com Números inteiros e Numerais decimais), através da observação da prática letiva de diferentes professores (sob o quadro de um grupo de trabalho), relativamente às representações matemáticas. Partindo do pressuposto de que cada tarefa possibilita formas diversificadas de exploração, potenciadas pelas características individuais dos professores, o estudo de caso surge como o design mais adequado ao tipo de investigação que pretendo realizar.

5.2. Sessões de grupo de trabalho

Tendo em conta a importância de proporcionar momentos que potenciem a interação, a troca de experiências e a reflexão conjunta de professores, optei pela realização de sessões de grupo de trabalho (preparação e reflexão pós aula). Desta forma é possível aceder às diferentes perspetivas e reflexões dos vários professores, num ambiente mais informal, em que não se sintam analisados ou avaliados. Assim, para além da observação da exploração das tarefas em sala de aula, a realização de sessões de grupo de trabalho permite compreender e caracterizar a forma como as tarefas são preparadas e refletidas, o que se reflete na sua realização em sala de aula.

Realização de sessões de grupo de trabalho. No agrupamento de escolas onde decorre este estudo, os professores que lecionem o mesmo ano de escolaridade (no 1.º ciclo) são encorajados a reunirem-se com alguma frequência, para planificarem em conjunto o seu trabalho na sala de aula. No mesmo sentido, através das reuniões de Departamento, pretende-se que todos os professores partilhem informações e façam sugestões importantes para todo o grupo. Deste modo, administrativamente, estas reuniões de trabalho, nas escolas, são encaradas como uma forma de promover o sucesso educativo dos alunos através da prática dos professores. No entanto, nas reuniões de Departamento dos professores de 1.º ciclo, denota-se um maior enfoque na discussão de problemas relacionados com a micro gestão da escola e com menor atenção à discussão de dificuldades com conteúdos pedagógicos. Apesar de os docentes se reunirem com alguma regularidade, nessas reuniões, é planificada a calendarização para a realização de tarefas comuns às turmas de cada ano, sem muito espaço para a discussão e reflexão. Fora destes momentos formais, em situações quotidianas, as experiências na sala de aula são partilhadas frequentemente e surgem de forma natural nas conversas entre professores. Hargreaves (1998) refere que estas conversas informais surgem com maior facilidade, porque não implicam implicitamente alterações nas planificações, nem na dinâmica de sala de aula. Por outro lado, a realização de reuniões mais formais, implica uma contratualização perante o grupo, bem como a exposição e análise sistematizada da própria prática, situação que alguns professores tendem a evitar por se sentirem mais fragilizados. No entanto, para Jaworski (2003) o professor é um elemento pensante com voz própria em que só através de uma postura crítica em relação à sua prática pode promover mudanças em sala de aula. A reflexão tem assim um papel muito importante na alteração da prática dos docentes e no aumento do seu conhecimento. A autora dá vários

exemplos de investigações em que a reflexão conjunta levou à mudança da prática dos professores, que, sem a ajuda dos seus pares, não usufruiriam dos vários momentos de reflexão, que por sua vez, teriam sido menos frequentes e produtivos. Assim, conclui que a interação entre os professores, promoveu o aumento do conhecimento e da motivação dos docentes, que passaram a ter uma postura mais crítica, questionando mais a sua prática. Nesse sentido a participação e intervenção de um elemento externo ao grupo, que atue como agente facilitador de momentos de reflexão, pode ser algo bastante positivo para os diferentes participantes. Wagner (1997) indica três formas distintas de professores e investigadores interagirem: (i) recolha de dados, em que o investigador observa e recolhe a informação que necessita. O papel do professor resume-se ao fornecimento de dados, enquanto a intervenção do investigador na prática dos professores, é bastante reduzida; (ii) parceria, em que para além de observar, o investigador quer conhecer e perceber as perspetivas e opiniões do professor, por detrás da sua prática. Existe alguma interação, apesar do investigador continuar responsável por toda a investigação; (iii) coaprendizagem, em que a investigação é conduzida de forma a que o investigador e o professor têm um papel ativo na planificação de todo o processo, havendo uma interação muito forte. No mesmo sentido, Ruthven e Goodchild (2008) referem que o investigador deve criar afinidade com os professores que investiga e tentar perceber as suas perspetivas e preocupações, para conseguir uma melhor análise dos dados recolhidos. Estes autores referem também os receios dos docentes relativamente aos investigadores, pois muitos professores pressupõem que serão avaliados e criticados. Para além destas ideias pré-concebidas, há expectativas de parte a parte relativamente à investigação que irá decorrer e que correm o risco de ser goradas, desmotivando os participantes. Por exemplo, enquanto os professores podem esperar que o investigador assuma o papel de formador, assumindo-se como a fonte de conhecimento e sugerindo tarefas – tal como aconteceu em Menezes-Correia (2005), no caso da professora Matilde –, simultaneamente, o investigador pode esperar um papel mais incisivo por parte dos docentes. Desta forma, o papel de cada um e a forma como a investigação irá decorrer devem ser negociados e bem definidos desde o início, desmistificando alguns receios de parte a parte e esclarecendo todos os participantes na investigação.

5.3. Contexto do estudo e participantes

Este estudo decorre num agrupamento vertical de escolas, na zona da Grande Lisboa. Todos os professores participantes lecionam no 1.º ciclo do ensino básico e distribuem-se pelas EB1/JI deste Agrupamento.

Agrupamento. Relativamente ao agrupamento onde a investigação decorre, integra desde 2007 o Programa dos Territórios Educativos de Intervenção Prioritária (TEIP). Este programa (ME, 2007b) tem como objetivo melhorar a qualidade das aprendizagens e aumentar o sucesso educativo dos alunos (eliminando o abandono escolar precoce e o absentismo), em escolas onde os contextos sociais são potenciadores de risco de insucesso educativo. Assim, através deste programa, os agrupamentos envolvidos recebem recursos extraordinários, de forma a promover a articulação entre a escola, as instituições e os parceiros sociais locais e consequentemente, melhorar o processo de aprendizagem dos alunos. No ano letivo 2012/2013, uma das mais-valias deste programa é a possibilidade de o agrupamento contratar dois professores (um para Língua Portuguesa e outro para Matemática) que apoiam os professores titulares de turma na planificação e dinamização de tarefas diversificadas na sala de aula.

À época da recolha de dados, este agrupamento era constituído por várias escolas de diferentes valências, num total de aproximadamente 1200 alunos, entre os 3 e os 26 anos (somatório de ensino diurno e ensino noturno). Com uma população discente de cerca de 25% de alunos de origem portuguesa e de 75% de alunos com origem noutros países (na sua grande maioria, provenientes dos PALOP), as dificuldades económicas e o parco acompanhamento familiar às crianças são uma realidade bastante comum. Nestas famílias, a maioria dos adultos está sem emprego ou a receber o Rendimento Social de Inserção e os restantes obtêm os seus rendimentos laborando na área da construção civil e da prestação de serviços de limpeza.

Características gerais. Os docentes participantes neste estudo lecionam, neste agrupamento, há relativamente pouco tempo (entre 2 e 6 anos) e foram selecionados de acordo com o ano de escolaridade que lecionavam, pois pretendia trabalhar com um grupo de professores do 3.º ou 4.º ano de escolaridade. O facto de pertencerem todos ao mesmo agrupamento, ou seja à mesma comunidade educativa, significa que pretendem atingir os mesmos objetivos e competências gerais. No entanto, à semelhança do que aconteceu na investigação de Canavarro (2003), no ano letivo 2012/2013, a sua prioridade é “cumprir o programa da disciplina, e afirmam fazê-lo, mas . . . sentem necessidade de clarificar

que o fazem à sua maneira” (p. 559). Há ainda a referir que eu mantinha uma boa relação de trabalho com todos eles, desde que integraram a equipa docente do agrupamento, o que possibilitou à partida um ambiente mais informal e descontraído, sendo expectável que durante as reuniões de trabalho, ninguém se sinta avaliado, nem pressionado a “dar respostas corretas”. Assim, tendo em conta estes fatores e conhecendo as dificuldades identificadas pelos vários docentes em entrevistas e conversas informais, propus-lhes que trabalhássemos em sessões de grupo de trabalho, convite que aceitaram. Da mesma forma, a realização desta investigação foi encarada pelo agrupamento de escolas como uma forma de dinamizar as reuniões mensais de ano de escolaridade, que são realizadas desde o ano letivo 2010/2011. É de salientar que, à data da realização desta investigação, o agrupamento onde se realizou esta investigação, procurava promover a interação e o trabalho em grupo entre os docentes, o que fez com que esta investigação fosse ao encontro não só das necessidades dos professores, mas também do agrupamento onde lecionavam.

Professores Participantes. Nesta investigação, participaram quatro professores de 1.º ciclo, sem vínculo ao Agrupamento (eram todos professores contratados). Todos demonstram uma grande preocupação com os seus alunos, não apenas na vertente pedagógica, mas também na vertente familiar e pessoal. Nas sessões de grupo de trabalho, mostram-se muitas vezes inquietos perante problemas da vida familiar dos seus alunos e procuram frequentemente auxiliá-los na sua resolução. Relativamente à aprendizagem dos alunos, admitem sentir alguma ansiedade e frustração quando não conseguem levá-los a compreender os conceitos escolares. Na sua opinião, o facto de lecionarem em escolas TEIP faz com que existam certos condicionamentos no processo de aprendizagem dos alunos, que parecem justificar as taxas elevadas de insucesso escolar.

No início do ano letivo, entrevistei os professores participantes (guião de entrevista - Anexo 1), de forma a conhecer as especificidades de cada um (identificados neste documento com nomes fictícios). Sónia é uma jovem professora (a mais nova do grupo), licenciada em Ensino – Professores do Ensino Básico – 1.º ciclo. Conhece uma grande variedade de materiais estruturados aos quais pode recorrer (e.g., Tangram, Blocos lógicos, Ábaco, Cuisenaire), mas reconhece não o fazer com a frequência com que gostaria. Trabalha com a sua turma desde o 1.º ano de escolaridade e mantém com as crianças uma relação próxima e afetuosa. Na organização da sala de aula, opta por juntar os alunos com mais dificuldades com os que têm menos dificuldades, por considerar que se podem ajudar mutuamente. No entanto, apesar de estarem organizados a pares, Sónia

admite que os alunos trabalham, na maioria das vezes, individualmente. Na sua perspetiva, será muito difícil que os seus alunos trabalhem noutra modalidade de trabalho, pois não estão habituados a partilhar e a discutir ideias. No entanto, de forma geral, considera a sua turma participativa e interessada.

Carla é uma jovem professora (a mais velha do grupo), licenciada em Ensino – Professores do Ensino Básico – 2.º ciclo – Variante Português/Inglês. Conhece vários materiais estruturados, que utiliza esporadicamente, mas reconhece não sentir motivação ou necessidade de fazer. É o segundo ano que leciona no agrupamento, sendo a primeira vez que trabalha com esta turma. À semelhança do que acontece na sala de Sónia, os alunos estão organizados em pares, mas trabalham individualmente, sem interagir entre si. Carla refere que os seus alunos raramente trabalham a pares (“É impensável pô-los a trabalhar a pares [em matemática]! Pô-los a trabalhar a pares, só em expressões... Se eu começo a trabalhar a pares, tenho a aula por água abaixo”). A heterogeneidade da sua turma preocupa-a bastante e considera que se esforça muito para se assegurar de que todos os alunos encontram e compreendem a solução de cada tarefa. A professora refere ainda a sua preocupação constante com a utilização correta da Língua Portuguesa (“Tento sempre levá-los para a Língua Portuguesa, porque, às vezes, o fracasso da matemática tem precisamente a ver com a não interpretação dos dados”). Durante a resolução de problemas, ao contrário dos outros professores, privilegia a organização dos dados, através das categorias “Dados, Indicação e Operação”. Na sua opinião, esta estratégia, bem como o recurso à decomposição (mesmo em cálculos com várias parcelas) tem um efeito estruturante na aprendizagem e compreensão dos alunos. Relativamente às restantes turmas de 3.º ano, refere frequentemente que, na sua turma, os alunos têm um melhor desempenho, revelam menos dificuldades de aprendizagem e apresentam um maior nível de abstração e compreensão.

Ricardo é um jovem professor licenciado em Ensino – Professores do Ensino Básico – 2.º ciclo – Variante Educação Física. Apesar de trabalhar com esta turma desde o ano anterior, Ricardo manteve apenas 9 alunos (em 21) da turma original. À semelhança do que acontece nas outras turmas, os seus alunos permanecem sentados a pares, mas trabalham individualmente. Refere que sente necessidade de interromper frequentemente a exploração de uma tarefa, porque, independentemente da tarefa proposta, os seus alunos interagem frequentemente uns com os outros, para discutir assuntos externos ao âmbito escolar. Considera ainda que, na sua turma, existem “os alunos mais fracos e onde há mais dificuldade para começar a trabalhar”. Faz também referência às representações a

que recorre na sala de aula e considera utilizar “vários tipos de representações porque acho que é mais fácil. A capacidade de abstração deles é muito reduzida... E se eles estiverem a visualizar as coisas, conseguem organizar melhor o raciocínio”. Indica que não utiliza a decomposição como estratégia na resolução de tarefas, porque a considera como um elemento gerador de confusão (“Acho que aquilo só os baralha mais!”).

Sandra é uma jovem professora licenciada em Ensino – Professores do Ensino Básico – 2.º ciclo – Variante Matemática/Ciências. Leciona pelo segundo ano consecutivo no agrupamento, como professora de apoio de matemática, ao abrigo do projeto das escolas TEIP. Durante a semana, o seu horário está distribuído pelas duas escolas do 1.º ciclo do agrupamento e, no ano letivo 2012/2013, o seu trabalho incide primordialmente nas turmas de 3.º e 4.º anos de escolaridade (10 turmas). Assim, semanalmente, em cada uma das turmas abrangidas, Sandra trabalha em cooperação com os professores titulares de turma. Conhece uma grande variedade de materiais estruturados com que pode trabalhar (e.g., Tangram, Blocos lógicos, Ábaco, Cuisenaire) e refere que gostaria de explorar tarefas de cunho exploratório, que se distanciassem do trabalho habitual em sala de aula. No entanto, lamenta a resistência que lhe parece existir por parte dos colegas em aderir a este tipo de tarefas. Apesar de estar habilitada a lecionar no 2.º ciclo, refere a sua predileção pelo trabalho com alunos do 1.º ciclo e confessa o seu desejo de um dia ter uma turma sua.

Grupo de trabalho. O grupo de trabalho era composto por cinco elementos (quatro professores e a investigadora), sendo “um grupo (...) suficientemente grande para que [o investigador] não sobressaia, mas suficientemente pequeno para que não se deixe submergir pela tarefa” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 92). Nas sessões de grupo de trabalho (sessões de preparação e sessões de reflexão pós aula), realizadas quinzenalmente, durante dez meses, os participantes sugeriram e analisaram tarefas que se iriam propor na sala de aula e refletiram sobre as tarefas realizadas. Nesta dinâmica do grupo, tive um papel participante, sugerindo tarefas para explorar e provocando a discussão e a reflexão sobre tarefas propostas (através da análise de excertos dos vídeos, trechos de transcrições, imagens das representações que surgiam durante a exploração das tarefas). Algumas das tarefas exploradas em sala de aula foram sugeridas por mim, enquanto outras foram da iniciativa dos professores (Tabela 6).

Tabela 6 – Lista de tarefas analisadas

	Tarefa	Origem da tarefa
Números inteiros	Teatro na escola	Professores
	Irmãos Doentes	Professores
	Visita de Estudo	Professores
Organização e tratamento de dados	Prato Preferido	Investigadora
	Preferes Maçã, Laranja ou Banana?	Investigadora
	Ementa de Refeitório	Investigadora
Representação em numeral decimal	Os bolos	Professores
	As moedas	Investigadora
	Pensamento Relacional	Investigadora

As tarefas escolhidas partiram das necessidades dos alunos, identificadas pelos professores. Assim, na primeira sessão do grupo de trabalho, os professores manifestaram interesse em explorar com os seus alunos algumas tarefas, no âmbito da resolução de problemas, que incluíssem representações gráficas, representações de números inteiros e representações de numerais decimais, de modo a reforçar a compreensão e utilização deste tipo de representações.

A observação, em contexto de sala de aula, decorreu quinzenalmente (intercalada com as sessões de preparação e com as sessões de reflexão pós aula), nas salas de três dos docentes do grupo de trabalho. Durante as observações em sala de aula, como investigadora, assumi um papel não participante, que me permitiu a observação das aulas sem outras interferências para além do professor. Para além do(a) professor(a) responsável pela turma, estava sempre presente outra das professoras do grupo.

5.4. Recolha e análise de dados

Os dados foram recolhidos, transcritos e sistematizados, para mais tarde se proceder à sua análise em profundidade. Durante a recolha de dados, a minha participação variou consoante o momento e assim, tive um papel participante, durante as sessões de grupo de trabalho e não participante durante a observação das aulas. Neste processo, procurei conseguir responder às questões do meu estudo, tomando as devidas precauções, de forma a evitar que, durante a análise dos dados, surgissem alguns dos problemas que tipicamente resultam de uma recolha de dados ineficiente (Erickson, 1986). Assim, de

acordo com este autor, tive em atenção a quantidade e a variedade de dados recolhidos (para ser possível a triangulação dos dados), a recolha de dados foi feita em diversos momentos (durante dez meses) e escrutei situações plausíveis de refutação de hipóteses formadas.

Instrumentos para a recolha de dados. Os dados foram recolhidos de quatro formas principais: (i) diário de bordo das sessões de grupo de trabalho e registos de conversas informais, (ii) observação e gravação de aulas, (iii) recolha de documentos produzidos em aulas e sessões de grupo de trabalho, e (iv) realização e gravação de entrevistas semiestruturadas aos professores participantes, no início da investigação. A forma como decorreu a recolha de dados e a calendarização das sessões de grupo de trabalho e das observações em sala de aula foram discutidas e negociadas com os professores. Além disso, numa reunião preliminar, também os informei sobre os objetivos desta investigação e esclareci dúvidas relativamente a todo o processo. Antes da gravação de imagens, informámos os encarregados de educação da realização deste estudo, tendo sido pedidas as autorizações para a recolha de imagens. Durante a observação e gravação de imagens, a exploração das tarefas foi captada na íntegra para proporcionar uma análise mais completa (Erickson, 1986). Através da observação não participante das aulas, pretendi compreender as rotinas e atitudes que caracterizavam a prática dos professores participantes durante a realização das tarefas. Paralelamente à observação não participante na dinamização da tarefa, recolhi algumas das produções dos alunos. Merriam (1988) refere que a recolha de documentos produzidos é uma boa fonte de informação pois, para além de não ter as limitações das entrevistas e das observações, que podem ser influenciadas pela presença da investigadora, são de fácil acesso. Os documentos produzidos durante as sessões de grupo de trabalho, os registos em diário de bordo, as transcrições das gravações efetuadas e as entrevistas dos professores foram primeiramente catalogados para permitir a análise dos dados.

Análise de dados. Numa primeira fase, à medida que os dados foram recolhidos, foram simultaneamente organizados, categorizados e sistematizados (Merriam, 1998), de forma a facilitar a sua análise (Bogdan & Biklen, 1994; Merriam, 1988; Patton, 1980; Yin, 1984). Na segunda fase de análise, de acordo com Merriam (1988) os dados foram consolidados, reduzidos e interpretados. Assim, comecei por rever todos os dados recolhidos e, a partir dessa leitura, procurei formular algumas hipóteses iniciais e testá-las (Erickson, 1986). Para procurar evidências que confirmassem ou refutassem as hipóteses formuladas, efetuei uma pesquisa sistemática nos dados recolhidos,

segmentando os diferentes episódios em unidades mais pequenas, que foram agrupadas consoante os momentos de interesse.

Merriam (1988) indica ainda que devem ser elaboradas categorias conceptuais de análise que permitam a interpretação dos dados. Este processo de categorização ocorre de forma intuitiva e sistemática, partindo dos objetivos do estudo, das orientações e conhecimento do investigador e dos constructos dos participantes. À semelhança das hipóteses iniciais, estas categorias também foram reformuladas e adaptadas com o decurso da categorização dos dados. Tal como Erickson (1986) refere cada tipo de dados recolhidos foi analisado e categorizado de forma diferente, consoante o seu conteúdo. Erickson (1986) denomina este tipo de conteúdo como “descrição particular” (p. 149), considera-o o núcleo essencial do relatório da pesquisa de campo e indica que se apoia em levantamentos sinóticos de padrões nas unidades básicas de análise, a que chama “descrição geral” (p. 149). Entre estes dois tipos de conteúdo está o “comentário interpretativo” (p. 149), que se situa entre a descrição particular e geral, para ajudar o leitor a fazer conexões entre os detalhes relatados e o argumento mais abstrato que faço a partir das hipóteses iniciais. Finalmente, Merriam (1988) indica uma terceira fase da análise de dados, a elaboração de inferências e o desenvolvimento de teorias, tendo em vista explicar alguns dos aspetos da prática educativa e inferir e intervir sobre atividades futuras. Assim, os dados recolhidos foram analisados através de análise de conteúdo, depois de reler atentamente as transcrições efetuadas e de identificar as ideias e as informações mais importantes, que depois organizei por categorias. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006) este tipo de análise exige a utilização de critérios claramente definidos e um enfoque nas “palavras utilizadas nas respostas, as ideias ou opiniões expressas e as interpretações e justificativas apresentadas” (p. 137). Assim, debrucei-me no conteúdo dos dados recolhidos, comparando as informações encontradas, interpretando o sentido e interpretação do que foi dito e escrito. A opção de fazer análise de conteúdo prende-se com o facto de segundo Bardin (1977) pretender procurar um sentido que não está nítido logo na primeira leitura dos dados recolhidos. Segundo esta investigadora, existem mensagens obscuras ou com duplo sentido que precisam ser interpretadas, e para isso é necessário a análise cuidadosa da análise de conteúdo, pois por trás delas existe um sentido que convém desvendar. Dessa forma, quando os pesquisadores fazem a análise de conteúdo, procuram informação implícita nos dados recolhidos. Assim, a análise de conteúdo pode ser aplicada em todo o tipo de fonte de dados, desde entrevistas, depoimentos por escrito, livros, imagens, filmes, pinturas,

cartazes e toda a comunicação não verbal. A análise de conteúdo dos dados recolhidos organizou-se em três etapas (Bardin, 1977): (i) pré-análise que implicou a organização e escolha do material a analisar; (ii) exploração do material em que a informação recolhida foi categorizada e codificada e (iii) tratamento de resultados em que, de acordo com a autora, se desvenda a ‘linguagem oculta’, por trás de cada mensagem transmitida nos dados recolhidos.

Durante a análise dos dados, procurei ainda ter em conta os três critérios definidos por Kirk e Miller (1986): validade, fidelidade e objetividade. Para assegurar a validade da investigação, os dados foram recolhidos de quatro modos diferentes de forma a permitir a respetiva triangulação e uma análise mais correta. Relativamente à fidelidade dos documentos, procurei documentar de forma inequívoca o momento e o local da respetiva recolha e fazer os meus registos (diários de bordo e registos das conversas informais) de forma precisa, logo depois de cada observação, para que não se perdessem detalhes importantes. Por sua vez, a validade na análise dos dados foi feita através do confronto da experiência empírica com o conhecimento teórico de forma a fazer uma interpretação válida e aceite dos acontecimentos observados.

De forma geral, os dados recolhidos foram analisados de acordo com os três momentos de cada tarefa: introdução da tarefa, trabalho autónomo dos alunos e discussão coletiva (Ponte, 2005). Por sua vez, as representações dos alunos foram categorizadas de acordo com a Tabela 2 e tendo em conta a definição de tratamentos e conversões de Duval (2006). As ações dos professores foram categorizadas de acordo com a tabela 4 e o seu questionamento foi categorizado de acordo com o indicado na tabela 5.

5.5. Questões éticas

Durante esta investigação tive em conta o Código de Ética do IE e o Código de Ética da AERA (AERA, 2011) que estabelecem princípios e normas para a conduta dos investigadores em educação. O Código de Ética da AERA (AERA, 2011) enuncia cinco princípios fundamentais: (i) Competência Profissional, que indica que o investigador deve procurar manter um nível elevado de competência no seu trabalho, reconhecendo as suas limitações; (ii) Integridade, devendo o investigador ser honesto, correto e respeitador dos outros, conduzindo a sua atividade de forma a ser merecedor de confiança; (iii) Responsabilidade Profissional, Científica e Académica, que indica que o investigador deve seguir um alto padrão de exigência profissional e científica, responsabilizar-se pelo

seu trabalho e também ter consciência de que pertence a uma comunidade de investigadores; (iv) Respeito pelos Direitos Individuais, Dignidade e Diversidade, que refere que o investigador deve respeitar os valores dos outros, incluindo atitudes e opiniões diferentes das suas, e evitar que a realização da sua investigação provoque danos a terceiros; e (v) Responsabilidade Social, que indica que o investigador deve tornar público o conhecimento decorrente da sua investigação, contribuindo para o conhecimento científico e académico e para o bem comum.

Antes da recolha de dados, tomei medidas para que todos os participantes só fossem envolvidos após o seu consentimento informado. Assim, solicitei a autorização para a realização da investigação à Direção do Agrupamento e aos professores e, antes da recolha de dados, pedi autorização de recolha de imagens aos encarregados de educação dos alunos. No documento que formalizou estas autorizações, os participantes foram informados sobre a natureza da investigação, o meu papel como investigadora e o seu papel como participantes, a opção de poderem abandonar a investigação a qualquer momento e a garantia do seu anonimato. Em relação à confidencialidade dos dados, garanti a proteção dos dados confidenciais recolhidos e não permiti a sua utilização abusiva. Durante a condução da minha investigação, tomei as medidas necessárias para evitar prejudicar alguém ou causar qualquer tipo de dano, evitando situações promotoras de qualquer tipo de discriminação. Tomei também medidas para que todos os dados e informações correspondam à realidade, e não sejam fabricados, falsificados ou plagiados. Por fim, todos os autores consultados no decurso da minha investigação que influenciam de forma significativa o quadro conceptual do estudo estão citados.

Capítulo 6

Exploração de tarefas com números inteiros

6.1. Momento de trabalho Nº 1 – Tarefa “Teatro na escola”

Sessão de preparação da aula

Os professores têm uma ideia prévia do tipo de tarefa que querem explorar e sentem necessidade de trabalhar uma situação problemática com números inteiros a partir do manual escolar. Numa reunião informal, que decorreu enquanto aguardávamos por um dos professores para iniciar uma sessão de grupo de trabalho, Sónia e Sandra recordam que realizaram uma tarefa no 1.º ano que nomearam como “Calções e camisolas” em que perante a informação de que existem três camisolas de cores diferentes e três calções de cores diferentes, os alunos têm de descobrir o número de pares possíveis. Nesta reunião, registada em Diário de Bordo, as professoras recordam como positivo o recurso a material manipulável (os alunos recortavam as representações pictóricas das camisolas e das calças, pintavam-nas de acordo com as instruções do problema e conjugavam-nas, juntando pares de “peças de roupa”). Perante a minha questão sobre o tipo de representações que poderiam surgir se realizassem a mesma tarefa no 3.º ano, todos os professores concordam que os seus alunos já não necessitariam de recorrer a material manipulável para solucionar o problema. No entanto, Ricardo e Sónia consideram que alguns alunos (uma percentagem reduzida) desenhariam as camisolas e os calções, recorrendo a representações pictóricas. Por seu lado, Carla crê que muitos dos seus alunos utilizariam as representações formais da adição e da multiplicação. Sandra discorda dos colegas e, tendo em conta as dificuldades dos alunos das três turmas, considera que muitos utilizariam representações icónicas na forma de tabelas ou esquemas. Assim, os professores consideram que seria interessante realizar uma tarefa do género dos “Calções

e camisola” com os seus alunos de forma a comparar estratégias e representações utilizadas pelos alunos. Aparentemente, mostram-se também curiosos relativamente ao raciocínio e à explicação que os alunos dariam relativamente ao trabalho realizado. Assim, depois de encontrarem a tarefa “Teatro na escola” no manual escolar (tarefa 1 do Anexo 2), os professores propõem-se a realizá-la com os seus alunos. No entanto, consideram desnecessário explorar a tarefa “Teatro na escola” na sessão de preparação da aula, por já conhecerem a tipologia da tarefa (a partir da conversa registada em diário de bordo) e porque na sessão de preparação de aula temos de explorar outras tarefas que são desconhecidas para os professores. Para a realização desta tarefa, nas suas turmas, Sandra e Carla optam por juntar as duas turmas, de forma a conseguirem realizar com os seus alunos, todas as tarefas planificadas previamente com a investigadora.

Turmas da Carla e da Sónia – Dinamização feita por Sónia

Introdução da tarefa

Para a realização desta tarefa, de acordo com o que tinha sido combinado previamente, os alunos de Carla e Sónia são reunidos numa mesma sala. A introdução é feita por Sónia que começa por ler o enunciado da tarefa e pede a um aluno que continue a fazê-lo, para depois discutir a tarefa com os alunos:

Sónia: Então vamos lá! Temos aqui um problema... Atenção que as perguntas... Às vezes nos problemas parecem muito fáceis... Não é? . . . Os problemas têm mais do que um passo, mais do que uma questão... É ou não é? Já verificámos isso em vários problemas! . . . O que é que nos diz aqui a introdução do problema? Temos quantos meninos do 3.º A, Paulo?

Paulo: Seis!

Sónia: Meninos?

Paulo: Não... Dois, três!!

Sónia: Temos três meninos do 3.º A que queriam ser reis e temos três meninas...

Paulo: Que queriam ser rainhas!

Sónia: Que queriam ser rainhas... Certo? Então vamos lá... Vamos pensar que isto é aqui o nosso teatro da escola... Como é que isto ia acontecer?

No início da introdução da tarefa, Sónia dá sugestões e informa relativamente à interpretação do enunciado da tarefa (número de alunos, a importância de saber que o

problema pode ter mais do que um passo). Para isso, questiona os alunos através de (i) perguntas de focalização retóricas (“Às vezes nos problemas parecem muito fáceis... Não é?”), para reforçar a ideia de que problemas que à partida parecem fáceis de resolver podem revelar-se mais difíceis; e (ii) a perguntas de focalização processuais (“O que é que nos diz aqui a introdução do problema?”) para ajudar os alunos a começar a interpretar o enunciado da tarefa; (iii) e perguntas de focalização orientadoras (“Temos quantos meninos do 3.º A, Paulo?”), para que os alunos identifiquem e compreendam as condições do problema.

Em relação às representações a utilizar, para além da representação verbal do enunciado, Sónia sugere o recurso a uma representação ativa (“Vamos pensar que isto é aqui o nosso teatro da escola... Como é que isto ia acontecer?”). De seguida, aproveitando a dúvida de um aluno relativamente ao significado da palavra “par”, uma representação verbal, a professora fala para a turma:

Sónia (enquanto passa ao lado de um aluno que lhe pergunta discretamente o que é um par) Olhem... Um par... É um rei e uma rainha... É um par! Têm que ver por tentativas até me chegarem à resposta... Primeiro têm que ver quais são as hipóteses e depois é que dão a resposta!! Não quero ver só a resposta!... Posso ter dois pares e meio?

Alunos: Não! (silêncio)

Sónia: O que é um par? Quantas pessoas eu tenho que ter para fazer um par?

Telmo: Um grupo de dois!

Sónia: Se eu quero um par de rei e rainha... Então um par tem que ter um rei e uma rainha!

Sónia faz a negociação de significados da representação verbal “par” (“É um rei e uma rainha!”) sugerindo o seu tratamento e, em seguida, sugere aos alunos que resolvam a tarefa através de estratégias de resolução por tentativa-erro. Na sequência, volta a debater o significado da palavra “par” e, desta vez, desafia os alunos para a interpretação da representação, através de uma pergunta de confirmação aberta (“Posso ter dois pares e meio?”). Perante a resposta “Não” dos alunos, seguida de silêncio, altera as suas ações e opta por focalizar os alunos, sobre a interpretação da representação através de uma pergunta de confirmação fechada (“Quantas pessoas eu tenho que ter para fazer um par?”), obtendo finalmente a interpretação de Telmo, que fornece outra representação verbal de “par” (“Um grupo de dois!”).

Trabalho autónomo dos alunos

À medida que observa o trabalho dos alunos, Sónia depara-se com a representação verbal de Rodrigo (Figura 1) e intervém, falando para toda a turma:

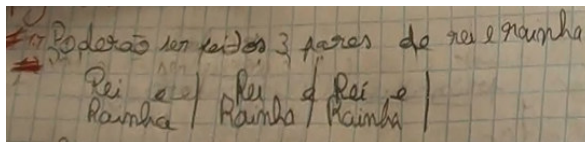


Figura 1 – Representação verbal de Rodrigo.

Sónia: Olha... O nome do rei e da rainha... Onde é que estão? Não tens que dizer quem são? Eu não quero ver só a resposta! Quantos pares... Aí diz: “Quantos pares”, não é? Mas eu só vou aceitar a resposta... Quando vocês me justificarem com quais são os pares!

Alunos: Professora eu já fiz!! Eu já fiz todos!!

Sónia: Vocês têm que indicar os pares para depois poderem responder quantos são... Está bem? Eu não quero ver só a resposta! Eu quero ver a resposta e a justificação! Quais são os pares!!

Perante a condição explicitada pela professora de que os alunos teriam que exemplificar os pares rei/rainha, Rodrigo decidiu fazê-lo através de uma representação verbal com pares anónimos. Sónia aproveita esta oportunidade e pede para interpretar o enunciado da tarefa, questionando a turma através de perguntas de confirmação fechadas (“O nome do rei e da rainha... Onde é que estão?”). Em seguida, dá sugestões para salientar a utilização ou interpretação da representação e sugere a utilização da representação verbal que os alunos poderão utilizar (os nomes) questionando os alunos através de uma pergunta de focalização retórica (Vocês têm que indicar os pares para depois poderem responder quantos são... Está bem?). Desta forma, a professora promove simultaneamente a sistematização de informação que considera mais relevante como o recurso ao nome das personagens (“O nome do rei e da rainha... Onde é que estão?”) e a importância de justificar a resposta dada (“Eu não quero ver só a resposta! Eu quero ver a resposta e a justificação!”).

Outro aluno, Ângelo, tem uma resposta idêntica à de Rodrigo, mas Sónia questiona-o de forma a compreender o seu raciocínio (Figura 2):

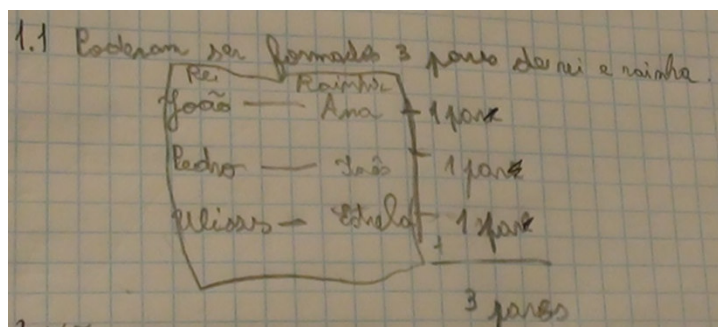


Figura 2 – Representação icónica de Ângelo (esquema com representações verbais).

Sónia: Explica-me lá o que é isto...?

Ângelo: Eu fiz uma tabela... Com o rei e a rainha... Então fica... O João com a Ana... Um par! O Pedro com a Inês. Um par! O Ulisses com a Estrela. Um par! Ao todo dá três pares!

Sónia: Hum... Então e porque é que o João não gosta da Inês nem da Estrela? Estão zangados?

Ângelo: Não! (ri-se) Eu é que queria fazer assim! Fiz ao calhas!

Sónia (irónica): Então está mal feito...

Ângelo: Nãooooo! Fiz ao calhas escrevendo o nome com o par!

Sónia: Mas ele [no manual] pergunta... Quantos pares! Quantos são possíveis!! Não diz: “Diz-me três!”. Diz-me: “Quantos são possíveis!”

Ângelo: Aaaah! Está mal!

Sónia: Não está mal... Está incompleto...

Sónia começa por pedir a Ângelo para interpretar a representação utilizada, através de uma pergunta de inquirição (“Explica-me lá o que é isto...?”) de forma a perceber o processo de resolução do aluno que o conduziu a uma resposta incompleta. Após a explicação de Ângelo, a professora consegue perceber que o aluno conjugou três pares e deu por terminada a resolução da tarefa, sem considerar a possibilidade de que cada elemento pode fazer par com três colegas diferentes. Assim, Sónia pretende que Ângelo compreenda que a resposta está incompleta e tenta que o aluno chegue à resposta. Por isso, opta por dar sugestões para salientar a utilização da representação escolhida, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Então e porque é que o João não gosta da Inês nem da Estrela? Estão zangados?”). Através da intervenção da professora, Ângelo apercebe-se de que a sua resposta não é a mais adequada e Sónia deixa-o terminar a tarefa autonomamente.

Enquanto Sónia observa a turma, Joaquim reclama que não vai conseguir terminar a tarefa dentro do prazo estipulado porque está a perder demasiado tempo a efetuar uma representação pictórica (Figura 3). Perante esta reclamação e ao ver a representação usada pelo aluno, Sónia provoca a turma:



Figura 3 – Representação pictórica de Joaquim.

Sónia: Olha... Oiçam lá uma coisa! Alguém vos disse: “Percam imenso tempo a desenhar os bonecos?”... Ou para desenharem o rei e a rainha?

Fernando: [Desenhar o rei e a rainha?!?] Não! Para quê? Eles têm nomes!

Sónia: Exatamente! Eles têm nome! Não precisam desenhar o rei e a rainha! Joaquim... Se achas que vais demorar imenso tempo... Então não o percas...

Tendo em conta que Joaquim assumiu que deveria utilizar uma representação pictórica, desenhando pormenorizadamente os elementos do problema, Sónia opta por invalidar a representação utilizada pelo aluno e dar sugestões sobre o recurso a outras representações mais adequadas, questionando a turma através de perguntas de focalização retóricas. Após a intervenção de Fernando, Sónia sugere a Joaquim que não desene o rei e a rainha, dando-lhe pistas para a utilização de uma representação diferente e promovendo a escolha livre de outra representação (“Se achas que vai demorar imenso tempo... Então não o percas...”).

Depois de cerca de vinte minutos de trabalho autónomo, Sónia apercebe-se que há vários alunos com dificuldade em definir uma estratégia de resolução do problema e decide intervir, na sequência de um pedido de André:

André: Professora, não estou a perceber...

Sónia: Se tens três meninos e três meninas... Como é que os podes juntar?

(silêncio) Quem é que pode ser o rei e quem é que pode ser a rainha?

(silêncio) Olha eu vou dar aqui uma ajuda... Eu para ter um par... O que é que eu tenho que ter aqui neste caso?

Alunos: Um rei e uma rainha...

Sónia: Um rei e uma rainha! Um rei mais uma rainha (escreve no quadro -
Figura 4)

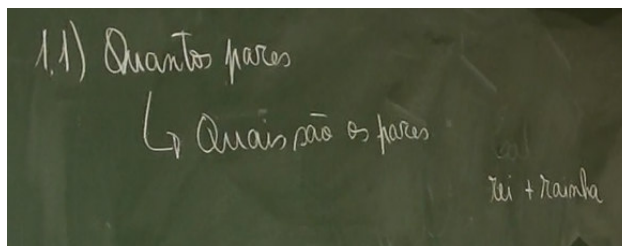


Figura 4 – Representação icónica utilizada por Sónia (esquema com representações verbais).

Sónia: Entãooooo... O que eu quero que vocês me digam... Quem é que pode ser o rei... Quantos meninos é que nós temos? Quantos meninos é que nós temos que podem ser reis?

Alunos: Três!

Sónia dá sugestões aos alunos para salientar a utilização ou interpretação do enunciado da tarefa de forma a ajudar à formulação de uma estratégia. Para isso, começa por questionar os alunos através de uma pergunta de inquirição (“Como é que os podes juntar?”). Face ao silêncio dos alunos, recorre a perguntas de confirmação fechadas (“Quem pode ser o rei e quem pode ser a rainha?”, “Quantos meninos é que nós temos?”). Quando os alunos identificam que existem três rapazes que poderão ser o rei, Sónia continua a questioná-los: com perguntas de confirmação fechadas (“Quem são?”):

Sónia: Quem são? . . .

Alunos: João, Pedro e Ulisses!

Sónia: Temos o João, o Pedro e o Ulisses (escreve o nome dos alunos no quadro) E quem é que quer ser a rainha? Quantas são as possibilidades das meninas que querem ser as rainhas?

Alunos: A Ana, a Inês e a Estrela...

Sónia: A Ana, a Inês e a Estrela... (escreve no quadro o nome das alunas). Quando eu vos pergunto... Quantos pares... Quantos pares poderão ser formados, eu quero que vocês me digam quem é que pode ser o rei e quem é que pode ser a rainha... Há só uma possibilidade de rei e de rainha?

Alunos: Nãooooo!

Sónia: Só há um menino que pode ser o rei?

Alunos: Nãooooo!

Sónia: Então só posso ter um rei mais uma rainha? Não! Então eu quero que vocês me digam toooodas as possibilidades... Todas as hipóteses de formar um par! Eu tenho três meninos... E tenho três meninas! Quantos pares diferentes é que eu posso formar? Está bem? Quantos pares diferentes! Já perceberam agora? Quais são esses pares diferentes!? Se eu pegasse em três meninos da vossa sala e três meninas... Quantos pares diferentes é que eu podia... Ter? Já percebeste André? Imagina que eu chego aqui e digo: “Eu vou escolher um rei e uma rainha!”... Vocês, três

meninas, colocavam o braço no ar que queriam ser rainhas... Três meninos queriam ser o rei... E agora... Quais é que eram as possibilidades... E eu dessas possibilidades ia escolher uma! Então eu quero que vocês me digam: Quantas são essas possibilidades? Antes de sabermos quantas são, têm que dizer-me quais são as possibilidades! . . .

Sónia pede aos alunos que interpretem o enunciado da tarefa, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“Quem são?”, “E quem é que quer ser a rainha?”). Em seguida, sugere e dá exemplos de como os alunos poderão resolver a tarefa através da representação verbal do nome dos elementos do enunciado da tarefa, questionando-os através de perguntas de confirmação fechadas (“Só há um menino que pode ser o rei?”). No final da sua intervenção, a professora (i) informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes para a resolução da tarefa (formar pares, descobrir todos os pares possíveis, existência de três rapazes e três raparigas), questionando a turma através de perguntas de focalização retóricas (“Então só posso ter um rei mais uma rainha? Não!”, “Já perceberam agora?”); (ii) contextualiza o enunciado da tarefa nas vivências dos alunos (que estão atualmente envolvidos no projeto do teatro da escola), sugerindo a utilização de uma representação ativa (“Imagina que eu chego aqui e digo: “Eu vou escolher um rei e uma rainha!”... Vocês, três meninas, colocavam o braço no ar que queriam ser rainhas...” e (iii) reforça a importância de justificar a resposta dada, sendo necessário encontrar todos os pares possíveis (“Então eu quero que vocês me digam toooodas as possibilidades... Todas as hipóteses de formar um par!” Antes de voltar a observar o trabalho de Joaquim,).

Depois desta intervenção, a professora volta a observar o trabalho de Joaquim (Figura 5):

João/Ana	João/Inês	João/Estrela
Pedro/Inês	Pedro/Ana	Pedro/Estrela
Ulisses/Estrela	Ulisses/Inês	Ulisses/Ana

Figura 5 – Representação icónica de Joaquim (esquema com representações verbais).

Sónia: O que é que estás a fazer?

Joaquim: Então este é o primeiro grupo... João com a Ana... Pedro com a Inês... O Ulisses com a Estrela! Este é o... Já fiz um grupo! E depois fiz uma barra que é para dividir o primeiro grupo e agora vou fazer o segundo! O João, Inês. Pedro, Ana. Ulisses, Inês... E Ulisses e Ana! E não há mais nenhuma! Já está!

Depois de observar a representação utilizada pelo aluno, Sónia pede-lhe que a interprete, através de uma pergunta de confirmação aberta (“O que é que estás a fazer?”) e Joaquim explica sem dificuldade que utilizou uma representação icónica (fazendo um esquema com o nome das personagens). A professora sente-se satisfeita com a representação e com a interpretação e utilização que aluno fez da representação escolhida e decide voltar a falar com Ângelo (Figura 6), que anteriormente tinha apresentado uma resposta incompleta (Figura 2).

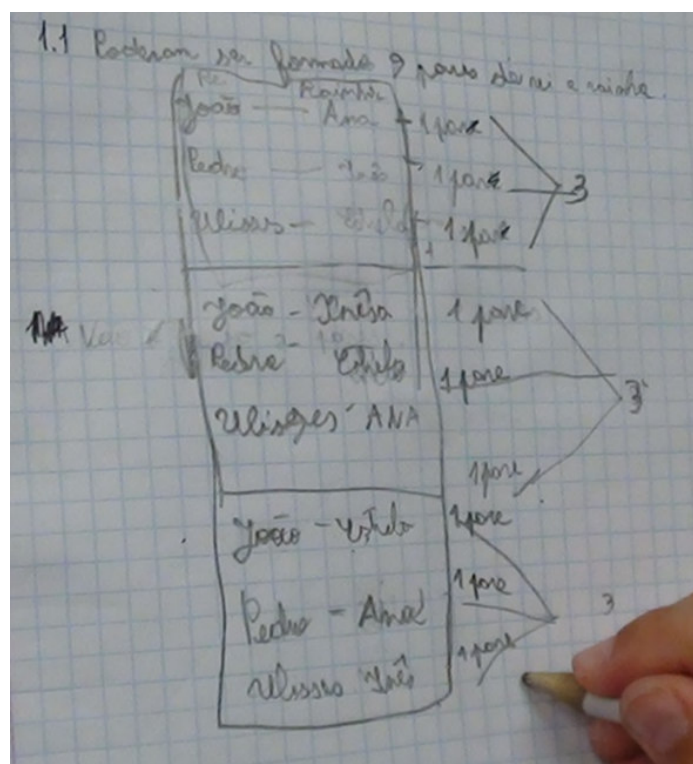


Figura 6 – Representação icónica de Ângelo (2.ª tentativa de resolução)

Sónia: O que estás a fazer?

Ângelo: Então... Como disseram [no enunciado do problema] quantos pares possíveis... Eu fiz... Com... Tipo... O João com a Inês e... Por aí fora... E... Percebi que ... Cada [grupo] vai dar três... Cada... Ai... Se uma vez [um grupo] já está feita... Vai dar três! Outra [outro grupo]... Dá um par, outro par, outro par... Dá três! Outro par, outro par, outro par! Dá três!

Sónia: E tu aqui repetes o quê?

Ângelo: Só repito os meninos! Depois troco as meninas! Depois... Agora vou fazer a conta e ver!

Sónia pede a Ângelo para interpretar a representação utilizada, através de uma pergunta de confirmação aberta (“O que estás a fazer?”) e o aluno explica por que razão considera que são nove as soluções possíveis, descrevendo facilmente o seu raciocínio. Depois de ouvir esta explicação, Sónia recorre a uma pergunta de confirmação fechada (“E tu aqui repetes o quê?”) de modo a compreender a estratégia que Ângelo utilizou para resolver a tarefa. Assim, consegue perceber que o aluno fixou o nome dos meninos sempre pela mesma ordem, alternando o nome das meninas. Sentindo-se satisfeita com esta resposta, Sónia aborda Francisco, que utiliza outra representação icónica (Figura 7 – Representação icónica de Francisco (esquema com representações icónicas, verbais e simbólicas)).

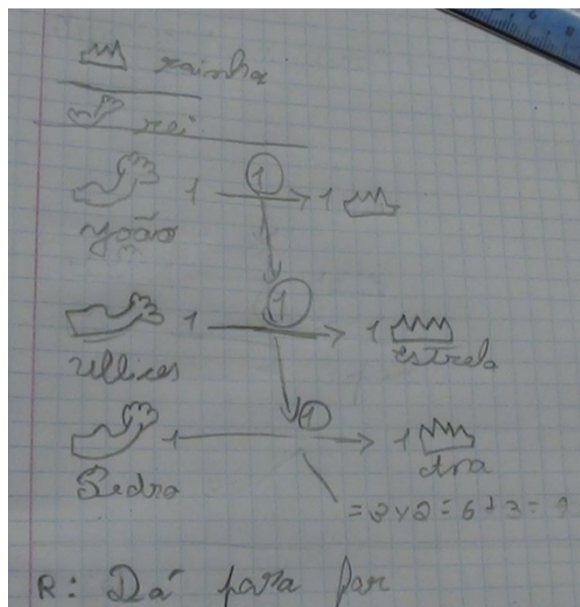


Figura 7 – Representação icónica de Francisco (esquema com representações icónicas, verbais e simbólicas).

Sónia: O que estás a fazer?

Francisco: Eu fiz... Hum... Os reis e as rainhas por desenhos... E depois...

Escrevi os nomes por baixo... E depois fui ver que dava cada um... Um par... E depois juntei esses pares e deu-me três! E depois foi... Fazer... Três vezes dois! Que me deu seis!

Sónia: Porque é que multiplicaste por dois?

Francisco: Porque eu descobri que não era só um par... Era para ser ao todo quantos pares davam... (silêncio)

Sónia: Sim, mas porque é que fizeste três vezes dois?

Francisco: Ai isso eu não sei explicar... (silêncio)

Ao observar a representação de Francisco, Sónia desafia-o a interpretar a representação escolhida, de forma a perceber a representação do aluno e a estratégia que

utilizou. Para isso, recorre a uma pergunta de inquirição (“O que estás a fazer?”) mas o aluno responde de forma pouco clara. Assim, a professora volta a questioná-lo através de outra pergunta de inquirição (“Porque é que multiplicaste por dois?”). Através da explicação de Francisco, Sónia percebe que o aluno conseguiu identificar três pares possíveis, mas não sabe como encontrar o resultado (nove pares) que, entretanto, outros alunos começaram a comentar. Assim, a forma que determinou para “encontrar” os nove pares foi através de uma representação simbólica ($3 \times 2 = 6 + 3 = 9$), que, embora matematicamente incorreta, traduz um raciocínio interessante. Sónia opta por não invalidar a representação escolhida nem por lhe sugerir o recurso a outra representação, preferindo prosseguir para a discussão coletiva.

Discussão coletiva

Tendo em conta as dificuldades de uma quantidade significativa de alunos, Sónia pede a Luís (que durante o trabalho autónomo dos alunos encontrou apenas seis pares possíveis), que apresente a sua resposta.

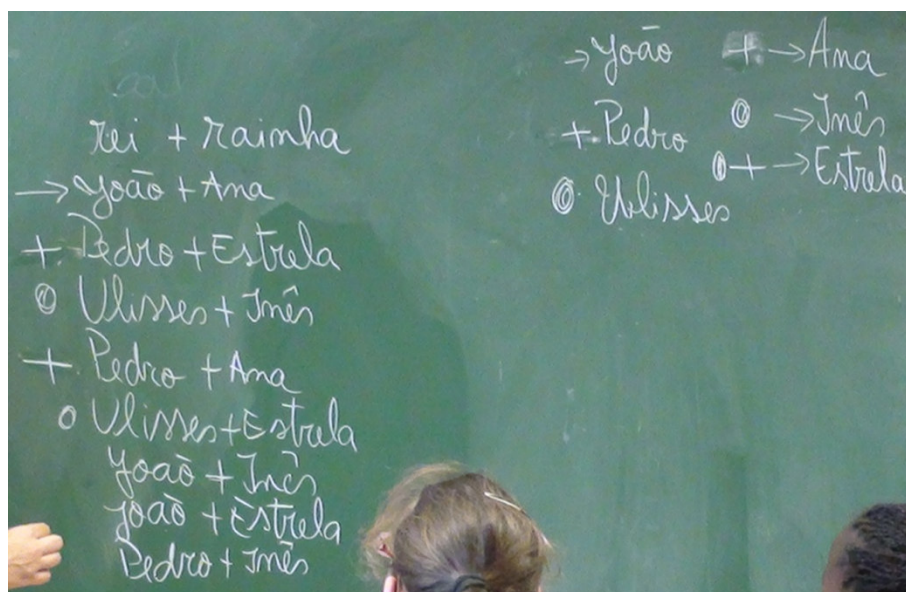


Figura 8 – Representação icónica utilizada por Sónia (esquema com representações icónicas e verbais).

Sónia: Vamos lá tentar... . . . Luís. . . Quantos pares descobriste?

Luís: Seis!

Alunos: Ahhhhh!!!

Sónia: Seis... Quem é que descobriu mais pares? (alunos levantam o dedo no ar). Primeiro: Luís ... Quais são os teus pares?

Luís: João e Ana...

Sónia: O João e a Ana e... Eu vou escrever aqui no quadro... João e Ana...
(professora escreve os pares identificados pelo aluno enquanto ele os refere: João e Ana, Pedro e Estrela, Ulisses e Inês, Pedro e Ana, Ulisses e Estrela e João e Inês). . . Acabaste?

Alunos: Professora eu sei mais! Professora eu sei mais!!

Luís: Não?! Aaa... Já! Já, já...

Sónia: Já... . . . Então diz-me uma coisa...Tens... Vamos lá a olhar para o João! Vamos olhar para o primeiro rei... Temos o João (assinala o João no quadro com uma seta) com a Ana (assinala a Ana no quadro com uma seta)... E... Voltaste a fazer o par do João com a Inês... (assinala a Inês no quadro com uma seta) . . . Então e o João não pode fazer par com mais ninguém?!?

Luís e restantes alunos: Pode!!

Luís: ... Com a Estrela...

Alunos: A Estrela!!

Sónia: Porque é que tu não consideraste o João com a Estrela? Porque é que não fizeste esse par?

Luís: Professora não me lembrei...

Sónia: Não te lembraste? Mas agora... Parece-te bem que o João faça par com a Estrela?

Luís: Sim...

Sónia: Então vou acrescentar? (aluno acena positivamente com a cabeça).
Então temos aqui sete!

Sónia dá sugestões a Luís para salientar a interpretação da representação utilizada. Para isso, questiona-o através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantos pares descobriste?”, “Quais são os teus pares?”). Simultaneamente, regista no quadro os pares identificados pelo aluno, recorrendo à representação verbal que alguns colegas utilizaram durante o trabalho autónomo e acrescenta representações icónicas (setas, círculos e cruces) para relacionar um conjunto de pares (Figura 8). Quando Luís termina a explicação, Sónia recorre novamente a questões de confirmação fechadas (“Então e o João não pode fazer par com mais ninguém?!?”) e alguns dos seus colegas, ao perceber que a resposta está incompleta, oferecem-se para encontrar os pares em falta. Quando Luís também reconhece que a sua resposta está incompleta e identifica outro par possível, Sónia pede-lhe para interpretar a representação que utilizou e questiona-o através de uma pergunta de inquirição (“Porque é que tu não consideraste o João com a Estrela?”), de forma a compreender o que falhou na estratégia do aluno, mas Luís não consegue explicar. Sónia prossegue com a discussão coletiva:

Carlos: Mas oh professora são mais dois!

Sónia: São? Então vamos ao João? Vamos voltar ao João? O João pode fazer par com mais alguém?

Alunos: Nãoooo!

Sónia: Pois... Ele já fez par com a Ana, com a Inês e agora com a Estrela...

Para além da Estrela pode fazer par com mais alguém, Luís?

Luís: Não!

Sónia: Já não temos mais rainhas... Então vamos continuar a olhar para os teus exemplos... Tu puseste o Pedro com a Estrela... Vamos ao Pedro...

E ele fez par com a Estrela (assinala Pedro e Estrela com uma cruz)... E a seguir fez par com a Ana (assinala Pedro e Ana com uma cruz)... E o Pedro não pode fazer par com a Inês?

Luís: Pode!

Sónia: Também te voltaste a esquecer? Foi? (aluno assente com a cabeça)

Então vou acrescentar o Pedro e a Inês! Então agora temos o Ulisses com a Inês e o Ulisses com a Estrela... E olha... Eu volto a perguntar... Afinal... O Ulisses pode fazer par com mais alguma menina? Ele já fez com a Inês e com a Estrela...

Luís (pensativo): Ah! Pode fazer com a Ana!

Sónia: Pode fazer par com a Ana... Muito bem! Então, vamos aqui acrescentar o Ulisses mais a Ana! E há mais alguma possibilidade Luís?

O Ulisses pode fazer par com mais alguém?

Luís: Não!

Sónia: E o Pedro? Pode fazer par com mais alguma menina? Além daquelas que já fizemos? (aluno acena que não com a cabeça). Já vimos que o João também não... Então... Ao todo... Quantos pares é que nós conseguimos? (conta os pares que registou no quadro, em voz alta com os alunos) Nove! Então... Poderão ser formados... Quantos pares?

Alunos: Nove pares!

Sónia, com o intuito de promover a sistematização e compreensão da solução encontrada, realiza ações que alternam entre dar sugestões para salientar a interpretação ou utilização da representação (“Então vamos continuar a olhar para os teus exemplos...”), informar sobre a informação mais relevante (“Ele já fez par com a Ana, com a Inês e agora com a Estrela...”) e informar sobre a utilização da representação (“Vamos ao Pedro...”). Ao conjugar estas ações e recorrendo alternadamente a perguntas de focalização retóricas (“Também te voltaste a esquecer? Foi?”) e de confirmação fechada (“O Ulisses pode fazer par com mais alguma menina?”), a professora consegue que os alunos compreendam que existem nove pares e que não há mais pares além dos que foram enumerados.

Quando termina a discussão da tarefa, Sónia decide dar sugestões aos alunos relativamente à utilização da representação simbólica da multiplicação. Nesse sentido, propõe a resolução da segunda alínea da tarefa (“Durante os ensaios, a Inês desistiu de ser rainha. Quantos pares rei/rainha ainda poderão ser formados?”). No trabalho autónomo dos alunos, aqueles que terminaram primeiro a tarefa tiveram oportunidade de resolver esta segunda alínea. Laura é uma dessas alunas (Figura 9).

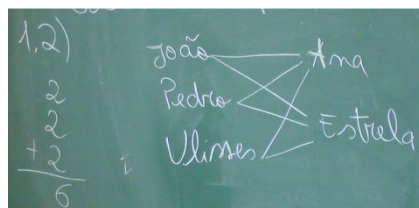


Figura 9 – Representação icónica (esquema com representações simbólicas) e representação simbólica utilizadas por Sónia.

Sónia (para Laura): Então se ela desistiu de ser rainha... Quantos pares agora é que eu vou poder formar?

Laura: Seis...

Sónia: Porque é que são seis?

Laura: Porque o João pode ser com a Ana e com a Estrela...

Sónia: Tens duas hipóteses para o João, não é?

Laura: Sim...

Sónia: Então o João pode fazer par com a Ana e com a Estrela... Sim?

Laura: O Pedro pode fazer com a Ana e com a Estrela...

Sónia: Sim...?

Laura: E o Ulisses pode fazer com a Ana e com a Estrela... Que dá seis!

Sónia: O que a Laura me está a dizer... É que... o João pode fazer par com a Ana ou com a Estrela (Une com um traço João e Ana e João e Estrela)... Têm duas possibilidades para o João (escreve o algarismo 2 ao lado da representação icónica – Figura 9) ... O Pedro pode fazer par com a Ana ou com a Estrela (completa o esquema unindo com traços Pedro e Ana e Pedro e Estrela)... Também duas possibilidades para o Pedro (escreve o algarismo 2 por baixo do primeiro) e tenho o Ulisses com a Ana e o Ulisses com a Estrela (termina o esquema). Tenho mais duas possibilidades (Escreve o algarismo 2 por baixo dos anteriores)! Então ao todo são... Seis (transforma a lista de algarismos “2” na representação simbólica da adição)!

Sónia pede a Laura para interpretar a representação que utilizou questionando-a através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos pares agora é que eu vou poder formar?”) e de confirmação aberta (“Porque é que são seis). A certa altura, apesar da

aluna responder com facilidade às questões que coloca, a professora altera as suas ações e informa os alunos sobre a utilização da representação icónica da aluna, questionando-a através de perguntas focalização retórica (“Tens duas hipóteses para o João, não é?”, “Então o João pode fazer par com a Ana e com a Estrela... Sim?”). Simultaneamente, Sónia transforma a representação verbal da aluna numa representação icónica (na forma de esquema), para depois sugerir a utilização da representação simbólica da multiplicação, informando os alunos sobre a conversão entre as diferentes representações (Figura 10):

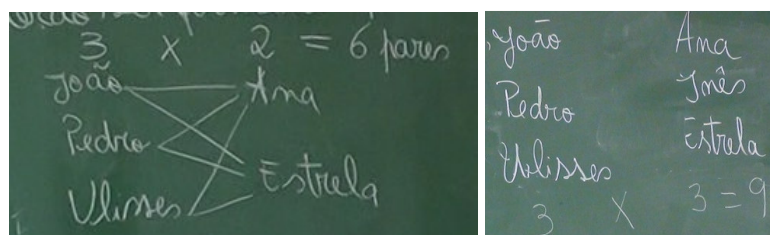


Figura 10 - Representações utilizadas por Sónia.

Sónia: Então... Na pergunta “Quantos pares...” respondem... Poderão ser formados... Seis pares... Então agora vão concentrar as antenas... Então agora vou-vos ensinar uma batota! Que eu só ensino a quem merece! Lembram-se no primeiro exercício quantos meninos é que nós tínhamos? (ao mesmo tempo que os alunos)... Três...!! E quantas meninas tínhamos...? (ao mesmo tempo que os alunos) Três!!! Então se temos três meninos e três meninas (escreve o algarismo 3 por baixo do nome das meninas e outro algarismo 3 por baixo do nome dos meninos). Eu tenho... (escreve o sinal \times entre os dois algarismos 3)...

Alunos: Nove!

Sónia: Nove hipóteses! Temos três meninos a combinar com três meninas! É ou não é? O João está a combinar com a Ana, com a Inês e com a Estrela... Pode combinar com três meninas! Cada um dos meninos pode combinar com três meninas! Pode fazer três pares!! Então três vezes três... Eu tenho... Nove pares! Vamos ver o que aconteceu aqui na situação de quando a Inês desistiu de ser rainha... Com quantos meninos é que eu fiquei? (ao mesmo tempo que os alunos) Três!! Cada menino... Conseguia formar quantos pares? (ao mesmo tempo que os alunos) Dois!!!

Aluno: Fica três vezes dois!

Sónia: Eu tenho três meninos e quantas meninas? Duas! Então cada menino... Cada um dos três meninos consegue formar dois pares... Então três vezes dois... Eu tenho... Seis pares!

Sónia informa os alunos sobre a conversão das representações icónicas utilizadas na representação simbólica da multiplicação, através de perguntas de focalização retóricas (“E quantas meninas tínhamos...? Três!!!”). Além disso, pela forma como regista as representações simbólicas no quadro, conduz os alunos ao estabelecimento de conexões entre todas as representações registadas no quadro (Figura 10).

De uma forma geral, durante a introdução da tarefa, a maioria das ações de Sónia visam apoiar a interpretação do enunciado da tarefa por parte dos alunos e a sistematização de informação relevante. Para isso, recorre maioritariamente a questões de focalização (retóricas, processuais e orientadoras). Nesse sentido, utiliza (i) representações ativas, de forma a promover a compreensão das representações por parte dos alunos, através do estabelecimento de conexões entre as representações verbais do enunciado da tarefa e as representações das vivências dos alunos e (ii) representações verbais do enunciado da tarefa o que se revela problemático, na medida em que alguns alunos não compreendem o significado da palavra “par”. A professora pede aos alunos para interpretar a representação verbal através de perguntas de confirmação aberta. Desta forma, através da negociação de significados procura resolver o problema da interpretação da representação.

No início do trabalho autónomo dos alunos, Sónia volta a apoiar os alunos na interpretação do enunciado da tarefa, sente necessidade de explorar novamente o enunciado da tarefa, dando sugestões sobre a sua interpretação através de perguntas de confirmação fechadas e focalização retórica. Quando aborda individualmente os alunos, na maioria das vezes começa por pedir-lhes que interpretem a representação utilizada através de questões de inquirição (“Explica-me...”, “Não estou a perceber...”). Se os alunos não respondem a este tipo de questionamento, Sónia altera as suas ações, dando sugestões para salientar a utilização ou interpretação de uma representação e informando relativamente à interpretação e utilização das representações utilizadas, e questiona-os de forma mais estruturada, colocando questões de confirmação.

Durante a discussão coletiva, as ações de Sónia caracterizam-se maioritariamente por: (i) dar sugestões aos alunos de forma a salientar a interpretação e utilização da representação escolhida (o que simboliza a representação e como, quais são os pares e como se descobriram, de que forma a representação permite a identificação dos pares existentes), questionando os alunos com perguntas de inquirição e de confirmação e (ii) informar sobre aspetos relevantes e sobre a adequação da representação utilizada, recorrendo a perguntas de focalização retórica. Neste terceiro momento da aula, as

representações dos alunos têm menor relevância, servindo como ponto de partida para a discussão. Sónia opta por introduzir as suas representações icónicas com o intuito de promover a compreensão das representações por parte dos alunos e para facilitar o estabelecimento de conexões com a representação formal que sugere no final da discussão. No entanto, tendo em conta que a discussão termina com a introdução da representação simbólica da multiplicação, não é clara a compreensão que os alunos tiveram da representação formal que foi introduzida. Assim, o facto de os alunos conhecerem a representação da multiplicação não significa que tenham compreendido a sua utilização para a resolução desta tarefa.

Resumidamente, nos dois primeiros momentos da resolução da tarefa (introdução e trabalho autónomo dos alunos), Sónia promove maioritariamente a escolha livre de representações e não sugere à partida representações específicas. A generalidade dos alunos escolhe a representação que vai utilizar e mesmo nas sugestões que dá, Sónia é um pouco vaga referindo-se às representações icónicas como “esquemas” ou invalidando uma representação sem referir ao aluno em causa que tipo de representação pode usar em alternativa. Para além disso, a professora dá indicações aos alunos para que estes justifiquem por escrito as suas respostas, talvez com o intuito de lhe facilitar a análise das suas soluções e representações. Desta forma, as ações de Sónia possibilitam o surgimento de diferentes tipos de representação que poderão ser discutidas durante a discussão em grande grupo, o que possibilitaria o estabelecimento de conexões entre representações.

O tipo de questionamento da professora varia consoante as dificuldades dos alunos. Assim, quando os alunos estão num impasse ou não conseguem responder às suas questões de natureza mais aberta, a professora opta por informá-los relativamente a aspetos que considera mais relevantes e, para isso, recorre a perguntas de focalização retóricas ou de confirmação fechadas. Por sua vez, as perguntas de inquirição são as menos utilizadas e ocorrem maioritariamente, quando aborda os alunos individualmente.

Turma do Ricardo - Dinamização feita por Sandra

Introdução da tarefa

Na turma de Ricardo a tarefa é dinamizada por Sandra que, depois de pedir a um aluno que leia o enunciado do problema, questiona a turma de forma a perceber se compreenderam o que é pretendido:

Sandra: Então vamos lá tomar atenção... André o que é que tu percebeste do exercício? (aluno lê novamente o enunciado). Sem ler... Olha, sem ler... (...)

André: Então... O João, o Pedro e o Ulisses querem ser reis... A Ana, a Inês e a... Querem ser rainhas...

Sandra: Queriam ser rainhas... E qual era a pergunta?

André: A pergunta era quantos pares de reis e rainhas...

Sandra: Quantos pares de reis... O que é um par de rei e rainha? (alunos começam a falar ao mesmo tempo e mostram estar confusos) (...) Então vamos tomar atenção... Boris! Quando é que eu tenho um par rei/rainha?

Boris: Quando é um casal...

Sandra: Quando tem um casal... Tem que ter um rei e uma rainha! Então e com esses meninos eu quero ter par rei/rainha... Vamos tentar descobrir, quantos pares é que eu consigo formar com esses meninos... Para já... Quantos meninos é que eu tenho?

Boris: Três!

Sandra: E quais são os meninos?

Alunos: O João, o Pedro e o Ulisses... (a professora escreve no quadro)

Sandra: E as meninas? Quais são as meninas?

Alunos: A Ana, a Inês e a Estrela... (professora escreve no quadro)

Sandra pede a André que interprete as condições do problema, através de uma pergunta de inquirição (“André o que é que tu percebeste do exercício?”). Face à dificuldade do aluno em responder à sua pergunta, Sandra dá sugestões para salientar a interpretação do enunciado da tarefa, questionando o aluno através de perguntas de confirmação fechadas (“E qual era a pergunta?”). Desta forma, apercebe-se que existe um problema na interpretação da representação verbal “par” e opta por pedir a Boris que a interprete, questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta (“Quando é que temos um casal?”), o que faz com que o aluno sugira outro significado (a representação verbal “casal”). No seguimento da definição dada por Boris, a professora conduz à sistematização da informação que considera mais relevante para a realização da tarefa (cada par deve ter um rei e uma rainha, quem são e quantos são os rapazes e as raparigas, existência de vários pares possíveis) através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantos meninos é que eu tenho?”, “Quais são as meninas”).

Assim que termina a introdução da tarefa, alguns alunos, como Leonardo, tentam descobrir rapidamente a solução da tarefa, resolvendo-a oralmente. Sandra aproveita a intervenção do aluno e fala para toda a turma:

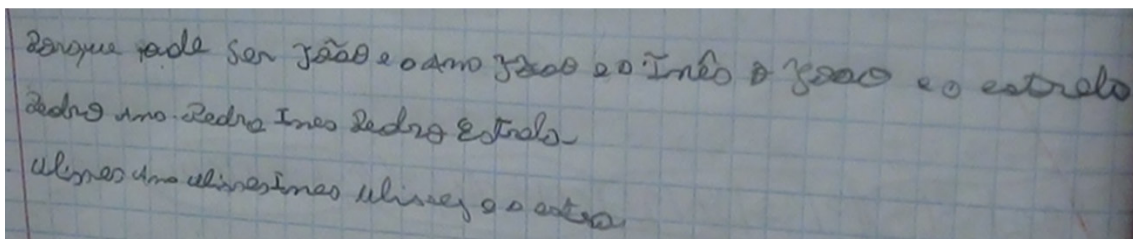
Sandra (interrompe-o): Então faz lá... No teu caderno! Está bem? Não quero ouvir os “por exemplos”... Quero que tu me faças... Por esquemas! Quero que tu me expliques porquê! Eu não quero que me digam só quantos são! Quero que me expliquem, quais são os pares! E porquê! Porque é que vocês acham que é determinado número! Vamos lá!

Trabalho autónomo dos alunos

Sandra (para a investigadora): Ele deu-me logo a resposta...

Sandra (para Carlos): Então ao todo quantos são?

Sandra (para investigadora): É assim um esquema esquisito (Figura 11) mas... É... É correto...



97

Sandra (para o aluno): Então ao todo quantos pares são? (...)

Carlos: Nove!

Sandra: E porquê? Como é que tu viste? (silêncio do aluno) Estiveste a formar esses pares... Ou olhaste e viste logo que podiam ser nove?

Carlos: Eu fiz num quadro (referindo-se à representação que utilizou)... O João e a Ana, João e a Inês e o João e a Estrela... E depois fiz igual nas outras vezes [conjuguei um rapaz com todas as raparigas]...

Sandra: Olhaste para o quadro e fizeste os pares foi? Então mas agora vamos dar a resposta... Quantos pares são? E vamos tentar fazer o exercício a seguir...

Carlos conseguiu conjugar mentalmente todos os pares possíveis de rei/rainha e registou-os no caderno. Quando interpela o aluno, Sandra pede-lhe para interpretar a representação utilizada, questionando-o através de uma pergunta de confirmação fechada. Perante a facilidade de resposta do aluno, pede-lhe novamente para interpretar a representação utilizada, recorrendo a perguntas de inquirição (“E porquê? Como é que tu viste?”). O aluno explica sem dificuldade como conjugou de forma organizada cada rapaz com as três raparigas, seguindo sempre a mesma ordem (“E depois fiz igual nas outras vezes”). Satisfeita com a representação e justificação do aluno, Sandra observa o trabalho de outros alunos. Quando encontra respostas que incluem representações diferentes da de Carlos, a professora questiona mais demoradamente os alunos, de forma a perceber se estes compreendem a representação que utilizaram.

Leonardo é habitualmente o primeiro a terminar as tarefas propostas. No entanto, desta vez, passa algum tempo compenetrado no seu trabalho, tentando encontrar uma “representação diferente” (Figura 12):

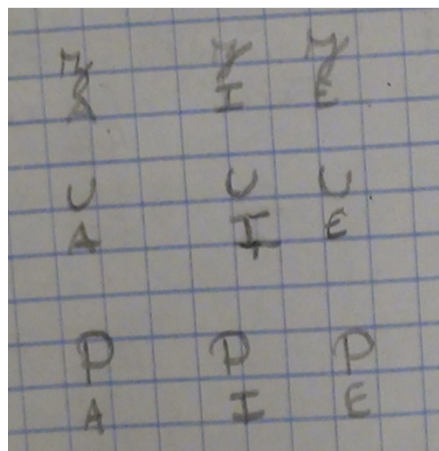


Figura 12 – Representação icónica de Leonardo (esquema com representações verbais).

Sandra: Então Leonardo... Explica-me lá...

Leonardo: O “J” tá aqui... É de João... O “I” é de Inês... Ai!...Então... (apontando para as iniciais) Ana, Inês e Estrela. O U que é do Ulisses é Ana, Inês e Estrela. (aponta para o P) é do Pedro com Ana, Inês e Estrela... São os nove pares que podemos formar...

Sandra: Os nove pares que podemos formar, muito bem! Gostei desta representação!

Sandra pede a Leonardo para interpretar a representação utilizada, através de uma pergunta de inquirição (“Explica-me lá...”). O aluno explica e justifica com facilidade a existência dos nove pares e Sandra elogia-o em voz alta, para que toda a turma oiça. Ao fazê-lo, a professora pretende motivar os restantes alunos para que, à semelhança de Leonardo, encontrem “representações diferentes”.

Discussão coletiva

Depois do trabalho autónomo dos alunos, Sandra dá início à discussão coletiva. Para isso, pede a vários alunos que apresentem as soluções encontradas. O primeiro aluno é Jonas, um aluno muito tímido e inseguro com quem a professora tinha discutido a sua solução correta, durante o trabalho autónomo (Figura 13).

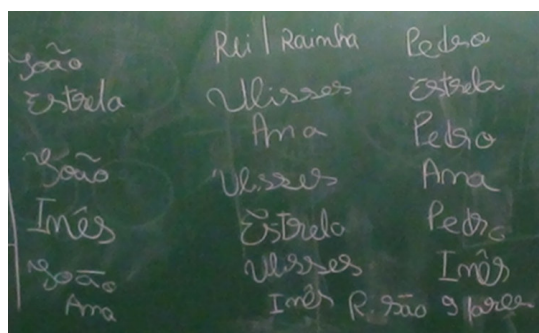


Figura 13 – Representação icónica de Jonas (esquema com representações verbais).

Sandra: Então vamos lá... João e a Estrela, o João e a Inês... Vamos lá... (...) Então e quantos pares são?

Jonas: São nove...

Sandra: Então... Escreve isso aqui em baixo... (Jonas escreve a resposta). Então... Vamos lá todos tomar atenção... Jonas... Queres tentar explicar esse esquema que fizeste? Explica-me lá porque é que tu fizeste assim? (...)

(silêncio)

Jonas: Fiz aqui o João... (silêncio)

Sandra: E porque é que tu escolheste o João? O João e a Inês? O João e a Estrela...? Porquê? Porque é que tu fizeste um esquema assim?

Jonas: Para fazer quais os pares que dava para fazer... Então eu fiz [os pares]...

Sandra: Fizeste os pares... E não sabes porquê? Apeteceu-te fazer assim? Foi?

Jonas: Então... Estava a tentar fazer um rapaz... (silêncio)

Sandra: Estavas a tentar fazer um rapaz e depois a rapariga... É isso?

Jonas: É...

Sandra: Está bem... Toda a gente fez assim?

Alunos: Nãoooooo...

Anteriormente, Sandra verificou que a representação e o raciocínio do aluno estavam corretos, e decide pedir-lhe para interpretar a representação que utilizou, questionando-o através de uma pergunta de confirmação fechada (“Então e quantos pares são?”) e de perguntas de inquirição (“Queres tentar explicar esse esquema que fizeste?”, “E porque é que tu escolheste o João?”). No entanto, face ao silêncio e à dificuldade que Joanas tem em explicar como utilizou a sua representação, Sandra opta por informar a turma sobre a interpretação e utilização da representação de Jonas, questionando o aluno através de perguntas de focalização retórica (“Estavas a tentar fazer um rapaz e depois a rapariga... É isso?”). Depois de Jonas, Sandra pede a Mauro que apresente a sua representação (foi o único a recorrer a este tipo de representações).



Figura 14 – Representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais) 1.ª parte.

Sandra: Como é que tu fizeste? . . .

Mauro: Eu escrevi os nomes . . . Posso fazer [no quadro]?(Figura 14)

Sandra: Isso é o quê?

Mauro: O que está ligado? É um par!

Sandra: É um par... Qual é o par?

Mauro: Ulisses e Ana!

Sandra: Ulisses e Ana! Ele tem ali um par... Ulisses e Ana! Mais? (aluno continua a fazer pares e Sandra lê o que o aluno faz)... Pedro e a Ana... João e a Ana... E a seguir (Figura 15)?

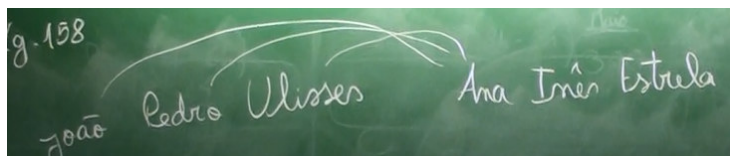


Figura 15 – Representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais) 2.ª parte.

Mauro: Pedro e Inês...

Sandra: O Pedro e a Inês... E o João e a Inês... E era a Estrela... O João e a Estrela... E a seguir o que é que tu fizeste? Acho que já me perdi! (aluno indica que falta fazer pares com a Estrela). Ah! Falta a Estrela, sim! Então... Fizeste o João e a Estrela...

. . . Ai... Já me perdi com tanto risco... Mas é exatamente o que está a acontecer... Se vocês repararem... Quantos pares é que pode fazer o João?

Alunos: Nove!!

Sandra: Quantos pares é que fez aqui o Mauro (aponta para o esquema de Mauro e circula o início das três linhas – Figura 16)?

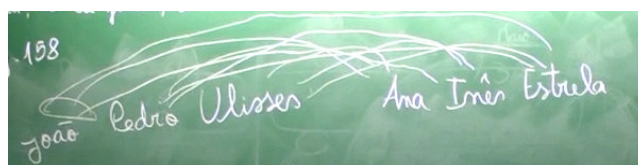


Figura 16 – Representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais) 3.ª parte e representação icónica utilizada por Sandra.

Alunos: Trêsss!!

Sandra: Três pares... O Pedro pode fazer...

Alunos: Trêsss!!!

Sandra: E o Ulisses pode fazer...

Alunos: Trêss!!

Sandra: Mais três pares! OK, podes sentar-te... Muito bem!

Sandra começa por pedir a Mauro para interpretar a representação utilizada, questionando-o através de perguntas de inquirição (“Como é que tu fizeste?”, “E a seguir?”). No final da apresentação de Mauro, a professora conduz ao estabelecimento de conexões entre as representações de Jonas e de Mauro e informa os alunos quanto ao tratamento das representações, de forma a que estes compreendam que, apesar de serem representações diferentes, exprimem a mesma solução e são ambas apropriadas. Nesse sentido, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantos pares é que pode fazer o João?”) enquanto utiliza uma representação icónica (uma forma circular que rodeia os pares que cada rapaz pode fazer – Figura 16).

Por último, Sandra pede a Mariana que explique a representação simbólica que utilizou (Figura 17):

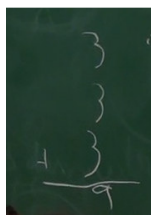


Figura 17 – Representação simbólica de Mariana.

Sandra: Mariana ... Queres vir explicar o que é que tu fizeste? (aluna vai ao quadro) Como é que resolveste o teu exercício... Diz lá... Olhem que eu quero ouvir a Mariana! (...)

Mariana: A Inês e o João, a Ana e o João, a Estrela e o João. Depois fiz outra vez a Estrela com o Ulisses, a Inês com o Ulisses e a Ana com o Ulisses (enquanto enumera os pares, a aluna conta-os pelos dedos).

Sandra: Ela viu que... Podia fazer os... A Ana com o João, A Inês com o João e a Estrela com o João... Então o João pode fazer quantos pares?

Alunos: Três...

Sandra: Com três não foi? Então vá...Coloca lá... (aluna escreve “3” no quadro) Depois ela fez a Ana e o Pedro, a Inês com o Pedro e a Estrela com o Pedro. Então quantos pares é que pode fazer o Pedro...

Alunos: Três!!

Sandra: E ela...Colocou lá o 3... Depois fez a Inês com o Ulisses, a Estrela com o Ulisses e a Ana com o Ulisses... Quantos pares é que pode fazer o Ulisses?

Alunos: Três!!

Sandra: E a seguir o que é que tu fizeste?

Mariana: Fiz a soma...

Sandra: E a seguir fez a soma! Muito bem!

Mariana: E [também] dava nove!

Sandra pede a Mariana para interpretar a sua representação simbólica, questionando-a através de perguntas de inquirição (“Queres vir explicar o que é que tu fizeste?”). À semelhança de Jonas, a aluna tem muitas dificuldades em apresentar a sua resolução aos colegas. Assim, apesar de anteriormente não ter revelado dificuldades em explicar individualmente a sua resposta, perante a turma, a aluna sente-se insegura e recorre a uma representação ativa, contando pelos dedos, para se assegurar que a sua resposta está correta. Face às dificuldades de Mariana, Sandra altera as suas ações e opta por informar os alunos sobre a interpretação e utilização desta representação, questionando a aluna através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos pares é que

pode fazer o Ulisses?”) e perguntas de focalização retóricas (“Com três não foi? “). No final, pede novamente à aluna para interpretar a representação utilizada, questionando-a através de uma pergunta de inquirição (“E a seguir o que é que tu fizeste?”). Desta vez, Mariana sente-se mais confiante, conseguindo terminar a explicação (“Fiz a soma”) e explicitar a conexão entre a representação que utilizou e as representações apresentadas por Jonas e Mauro (“E [também] dava nove!”).

Em seguida, Sandra provoca os alunos de forma a captar a sua atenção:

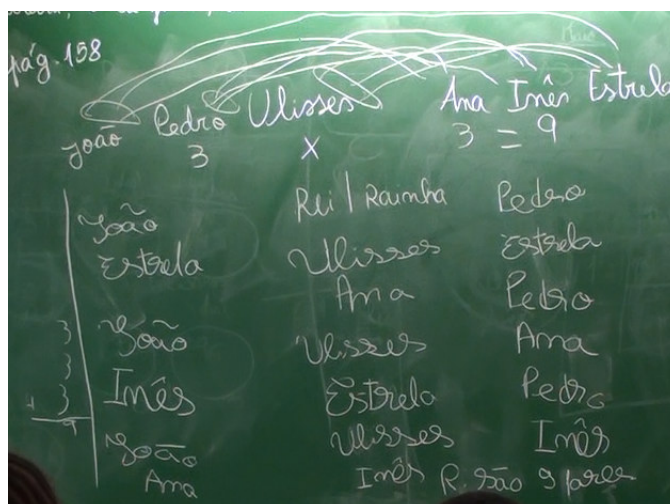


Figura 18 – Representações apresentadas e registadas no quadro pelos alunos e pela professora (icónicas e simbólicas).

Sandra: Olha então vou-vos ensinar um truque...!! Então vamos lá tomar atenção... Quantos rapazes é que eu tenho?

Alunos: Três!!

Sandra: E quantas meninas?

Alunos: Três!!

Sandra: Cada menino pode fazer três pares...

Fernando: Professora! São três pares de três!

Mauro: É três vezes três!

Sandra: Então também podes fazer 3x3 (escreve no quadro – Figura 18) que dá...

Alunos: Nove!!

Ao referir aos alunos que “lhes vai ensinar um truque” Sandra capta-lhes imediatamente a atenção. Inicialmente, parece que a professora informa novamente os alunos relativamente às condições do problema, recorrendo a perguntas de focalização retórica. No entanto, Sandra desafia-os implicitamente para a conversão das representações apresentadas na representação simbólica da multiplicação. Assim, a professora, através das suas ações e questões e com o auxílio das representações dos

alunos, procura mostrar que há “três pares de três” e que a representação simbólica 3×3 é igualmente adequada para a resolução da tarefa. Contudo, apesar dos esforços da professora, não é possível saber quantos alunos da turma, compreenderam a conversão das representações sugerida por Sandra.

De uma forma geral, durante a introdução da tarefa, Sandra pede a um dos alunos que interprete as condições do problema, através de uma pergunta de inquirição. Perante a dificuldade dos alunos, altera as suas ações, dando sugestões para salientar a utilização ou interpretação de uma representação e conduzindo-os na interpretação do enunciado da tarefa através de questões de confirmação fechada. Simultaneamente, ressalta junto dos alunos a importância de justificar por escrito as resoluções para que possam ser discutidas no final e, apesar de não sugerir especificamente qual a representação que devem utilizar, refere que poderão recorrer a esquemas para resolver a tarefa. A representação verbal (“par”) que consta no enunciado da tarefa revela-se problemática, na medida em que alguns alunos desconhecem o seu significado. Ao pedir a Boris para encontrar outro significado para esta representação verbal, Sónia obtém rapidamente outro termo (“casal”) como sinónimo de “par”.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra altera as suas ações à medida que avalia as respostas dos alunos. Com alunos que apresentam respostas incompletas, dá sugestões sobre a interpretação da representação utilizada. Por outro lado, quando os alunos apresentam uma resposta completa e, simultaneamente, uma representação diferente da representação icónica utilizada pela maioria da turma, as suas ações alteram-se. Assim, pede aos alunos que interpretem a representação utilizada, questionando-os através de perguntas de inquirição. No que diz respeito às representações por estes usadas, Sandra questiona-os com o intuito de perceber como resolveram o problema, se compreendem a representação que usaram e se a conseguem interpretar. Tal como fez durante a introdução da tarefa, promove a escolha livre de representações através do elogio a alunos que recorrem a representações diferentes da maioria da turma.

Na discussão coletiva, Sandra convida três alunos com “representações chave” para apresentar as suas respostas à turma. No início das apresentações, a professora pede aos alunos que expliquem aos colegas como interpretam a representação utilizada, questionando-os através de perguntas de inquirição. No entanto, as dificuldades dos alunos em comunicar o resultado à turma e a necessidade que a professora sente em sistematizar a informação por eles transmitida, faz com que informe a turma sobre a interpretação das representações utilizadas, questionando os alunos com perguntas de

focalização retórica (face a dificuldades de comunicação) e com questões de confirmação fechadas (para sistematizar informação). Durante a apresentação e discussão das diferentes representações, conduz os alunos de forma a evidenciar o estabelecimento de conexões entre as representações apresentadas.

O modo como a professora organiza a apresentação das representações dos alunos (da menos abstrata para a mais abstrata) permite uma formalização gradual das representações que, no final, potencia o surgimento da representação simbólica da multiplicação como adequada à resolução da tarefa. Para além disso, a decisão de manter registadas no quadro as representações dos alunos, parece facilitar a visualização e identificação de conexões entre as representações.

Reflexão pós aula

Nesta sessão de grupo de trabalho apresento aos professores algumas das representações produzidas pelos alunos (planificação – Anexo 3; instrumento de trabalho – Anexo 4) e estes comentaram as representações apresentadas:

Investigadora: Esta tarefa gerou imensas representações da parte dos vossos alunos...

Sónia (mostrando-se surpreendida): Imeras mesmo!

Investigadora: O que é que vocês têm a dizer destas representações? . . .

Sónia: Aqui [nesta tarefa] a representação mais formal é a multiplicação que já não sei onde a vi... $3 \times 3 = 9$ (apontando para a representação de uma das professoras, no quadro da sala)!

Sandra: Sim... Temos três meninos, temos três meninas... Então dá “ n ” pares...

Durante a reflexão sobre esta tarefa, os professores mostram-se positivamente surpreendidos com a variedade de tipos de representação que surgiram por parte dos alunos e Sónia fica satisfeita ao encontrar a representação simbólica da multiplicação entre as várias representações. Tendo em conta que Sandra e Sónia dinamizaram as tarefas conjuntamente, estas professoras são as mais participativas na discussão, o que contribui para que o grupo reflita com o intuito de compreender as representações e as estratégias dos alunos (Figura 19):

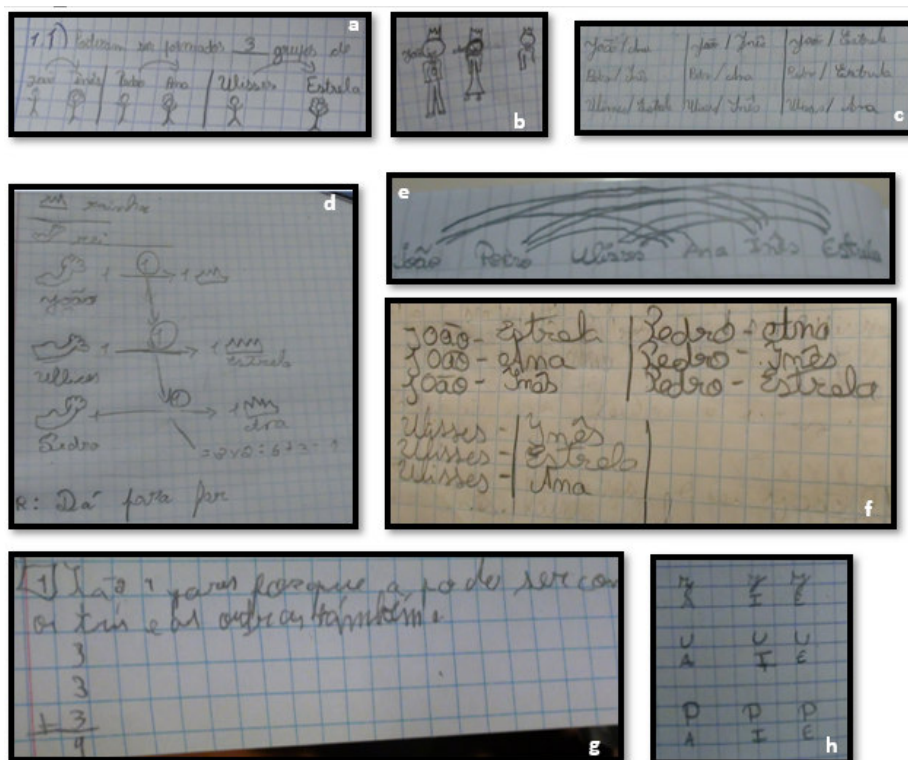


Figura 19- Representações dos alunos, analisadas na sessão de reflexão pós aula.

Sónia: Aqui [na representação g) – Figura 19] também é uma representação formal! Foi pela adição em vez de ir pela multiplicação! Não é!?

Investigadora: Exatamente...

Sónia: Os outros fizeram combinações! Através... Fizeram esquemas!

Investigadora: Então e entre os esquemas do a) e do b) e mesmo...

Sónia: O b) não é muito perceptível... Se queres que te diga... Tens só três imagens!

Investigadora: O b) são meninos desenhados em pormenor...

Sónia: O b) acho que não [é uma representação eficaz]... Não tens aqui nenhuma combinação! . . .

Carla: Aí... Exatamente! Isto aqui é mesmo só... [bonecos]

Sónia tenta categorizar as representações dos vários alunos. Em primeiro lugar procura um exemplo de representação simbólica, depois enumera algumas representações icónicas que denomina de esquemas e, no final, refere a representação pictórica que desvaloriza. De modo semelhante, os outros professores discutem as representações utilizadas por alguns dos alunos e parecem surpreendidos por surgirem representações pictóricas na resolução desta tarefa, em especial Carla que previra que os alunos recorreriam maioritariamente a representações simbólicas. Depois de uma primeira análise global, os professores analisam cada uma das representações apresentadas:

Sónia: E no primeiro (refere-se à representação a))? Ela combina... Mas só tem três combinações! Não tem aqui... Nove combinações! Certo?

Sandra: Porque ela depois viu que podia trocar os outros meninos...?

Carla: Exato!

Investigadora: Não, a resposta era só isto...

Sónia: O que ela fez... Na terceira combinação (representação c)...

Começa sempre com o mesmo nome... João, João, João... E troca o par!

Em baixo, Pedro, Pedro, Pedro... Troca o par! Foi uma forma de ela se organizar com as combinações e não se perder! Esta está bem assim!

Acho que está bem organizado!

Carla: Exatamente!

A certa altura, para além de analisarem o tipo de representação, os professores tentam inferir e avaliar as estratégias utilizadas pelos alunos. Ao discutirem entre si, recorrem por vezes a perguntas de focalização retórica e a perguntas de inquirição. A representação d) gera muitas dúvidas nos professores:

Sónia: A d)... Acho assim um bocado complexo... Primeiro porque falta aqui uma combinação! Ela só tem seis combinações! Onde é que está a outra combinação?

Investigadora: Só tem seis?

Sónia: Tem João, Ulisses, Estrela, Pedro, Ana...

Sandra: Não, não! O João pode fazer com uma, com outra e com outra...

Sónia: Aaaahhh!

Sandra: O Ulisses pode fazer com uma, com outra e com outra!

Sónia: Isto está um bocado para o baralhado...

Investigadora: É um esquema...

Sónia: É um esquema mais... . . . Formal em baixo... $3 \times 2 = 6 + 3 = 9$... Esta parte do $3 \times 2 = 6$... Deve ser o primeiro de cima que é o $+3$... Penso eu...

Ou o de baixo! O último de baixo! Ele não associou foi logo o 3×3 ! Fez...

Sentiu necessidade de fazer uma multiplicação e depois uma adição!

Os professores analisam o tipo de representação usada pelo aluno para resolver a tarefa (representações icónicas e representações simbólicas da adição e da multiplicação). O facto de o aluno usar duas representações simbólicas intriga-os, o que os leva a analisar o processo de resolução da tarefa. Assim, consideram que o aluno fez primeiro uma resposta incompleta ($3 \times 2 = 6$) que alterou para uma resposta completa um pouco mais tarde ($3 \times 2 = 6 + 3 = 9$):

Investigadora: E aqui a f)? (silêncio)

Sónia: Fez combinações! Usando sempre o mesmo nome! Esta é igual à c)! Ela organizou foi de forma diferente!

Investigadora: Sim... Em vez de ser em linha, foi em coluna...

Sónia: A e)... Foi ligando... Se bem que este aqui pode induzir em erro porque às tantas são tantos traços... Que se eles não contarem bem... Podem-se enganar!

Investigadora: Mas o raciocínio? Está correto?

Sónia e Carla (simultaneamente): Está correto!

Sandra: A h) ele pôs nomes... É igual à c) e à e) só que utilizou... Em vez de escrever o nome... Usou a letra do nome!

Carla: Fez a abreviatura!

Sónia: É muito mais à frente! Isto é que se chama poupar tempo! (silêncio)

Os professores consideram que a penúltima e a última representação são semelhantes à terceira, sendo a representação h) a mais abstrata e mais difícil, mas também mais eficiente para os alunos (“É muito mais à frente! Isto é que se chama poupar tempo!”). Sónia considera a representação e) interessante, mas preocupa-a o facto das ligações entre os nomes poderem confundir os alunos (“Se bem que este aqui pode induzir em erro porque às tantas são tantos traços...”).

As representações utilizadas pelos professores também são alvo de análise e Sandra reflete um pouco sobre a representação simbólica que introduziu:

Sandra: Fui eu que lhes ensinei... Depois de já tudo explorado! Já todas as tentativas [representações]... Vá! Vamos lá pensar! Temos três meninos, temos três meninas... Se cada menino pode formar 3 pares... Então... 3x3 dá nove!

Ao refletir sobre a discussão coletiva, Sandra explicita a sua intenção no desafio que colocou à turma (“Vá! Vamos lá pensar!”). Indica que depois de discutir as representações anteriores (a que chama “tentativas”) sentiu necessidade de desafiar os alunos a encontrar a representação simbólica que nenhum deles tinha encontrado individualmente (“Fui eu que lhes ensinei...”).

Depois de analisar as representações dos alunos, o grupo analisa as representações dos professores (instrumento de trabalho – Anexo 4):

Investigadora: Em relação às representações dos professores... Temos aqui...

Sónia: ... A batotice!

Sandra: A representação formal...

Investigadora: Porque é que tu lhe chamas batotice?

Sónia: É a maneira mais rápida dos alunos resolverem isto!

Investigadora: Mas é uma batota?

Sónia: Não... Mas neste caso... Eu apresento como... Como não é a estratégia que eles utilizam... Eu utilizo sempre a palavra batota para captar a atenção deles! Tudo o que lhes ensinas como proibido... Eles aprendem!

Sónia designa o informar os alunos sobre a representação simbólica da multiplicação, ao invés de desafiar os seus alunos como Sandra, por “fazer batota”. Esclarecendo de seguida que, sinalizar este tipo de informação como “batota”, é uma estratégia que utiliza para captar a atenção dos alunos e que servirá para que aprendam rapidamente a informação transmitida pela professora.

De uma forma geral, os professores mostram-se agradavelmente surpreendidos pelo surgimento de vários tipos de representações por parte dos alunos. Quando analisam as diferentes representações tendem a categorizá-las, tentando interpretar o raciocínio dos alunos e identificar as estratégias utilizadas, privilegiando sempre as representações simbólicas em detrimento das restantes representações.

6.2. Momento de trabalho Nº 2 – Tarefa “Os irmãos doentes”

Sessão de preparação da aula

Depois de sugerir aos professores que propusessem algumas tarefas (planificação – Anexo 5), nesta sessão de grupo de trabalho, Carla sugere a realização das tarefas que constam em duas páginas do manual para debatermos (Anexo 6). Quando analisamos as tarefas, Carla e Sónia estão mais inclinadas para as tarefas 2.2, 2.4, e 3, mas o grupo não está totalmente de acordo e sugere outras tarefas como a tarefa 1 e a 2.3:

Sandra: Eu gosto do primeiro porque é um problema do dia a dia deles!

Investigadora: Como é que acham que eles vão resolver este...

Sandra: Eles vão resolver pela sequência... (silêncio) . . . O problema é que tu tens 24h e tens que dividir por 8... Portanto dá 3 comprimidos por dia...

Sandra mostra-se entusiasmada com a tarefa 1 (Anexo 6) por considerar que é uma tarefa relacionada com a realidade dos alunos. No entanto, na sua perspetiva, a tarefa

será difícil para os alunos, na medida em que terão dificuldade em fazer a analogia de que um dia tem vinte e quatro horas e que poderão resolver a tarefa com a representação simbólica da multiplicação. Ricardo discorda do grau de dificuldade que Sandra atribui à tarefa:

Ricardo: Eu acho que sim, [que eles conseguem resolver a tarefa sem dificuldades] porque ainda a semana passada estivemos a resolver um exercício desses [e eles tiveram facilidade em perceber]... Acho que era do livro de fichas... . . . Ah já achei! Era a “Inês está doente”... Mas pronto... Já trabalhámos dentro das 24h... Por isso é que te estava a dizer que muito provavelmente, nesse exercício vão-se lembrar que o dia tem 24h horas porque trabalhámos isso a semana passada...

O professor recorda que recentemente os alunos tiveram que recorrer à analogia de que um dia tem vinte e quatro horas e isso não constituiu problema. Nesse sentido, considera que a tarefa é adequada aos alunos.

Carla tem uma opinião totalmente oposta à de Sandra, relativamente ao grau de dificuldade desta tarefa:

Carla: Eu acho que a dos comprimidos, há miúdos que chegam lá muito rapidamente e não é o que me interessa... Estando nós a trabalhar a multiplicação e a divisão... Apontei precisamente para isso... (silêncio do grupo) . . . Por mim [escolham as tarefas]... A Sandra vai estar a orientar [dinamizar a tarefa na minha sala]...!

Ao contrário de Sandra, Carla considera que a tarefa é demasiado fácil para os seus alunos. A professora prefere a realização de exercícios que incluam a divisão e a multiplicação de números inteiros, mas não consegue convencer os colegas, que prosseguem com a exploração da tarefa. Entretanto, questiono o grupo relativamente às estratégias e representações que os alunos poderão utilizar para a resolução da tarefa e coloco a hipótese de dividirem vinte comprimidos por seis horas e concluírem que a toma de comprimidos será de três dias e meio:

Sónia: Não!!

Sandra: Ai não, não, não... E alguns até vão dizer que um toma de menos tempo em menos tempo e vai acabar mais rápido... . . . [Alguns alunos devem usar] Tabelas, sim! Mas acho que é mais a sequência...

Para os professores, os alunos não utilizarão estratégias ou representações diversificadas. Na sua opinião, os alunos recorrerão maioritariamente a representações icónicas e alguns terão dificuldade em interpretar as representações verbais do enunciado da tarefa, o que faz com que o grupo discuta esta questão:

Investigadora: E que representações utilizariam para ajudar os alunos a interpretar o enunciado da tarefa? . . .

Sandra: Eu aqui ajudaria por dia... Quantos comprimidos tomam por dia...
. . . [Quer dizer] na Introdução não... Eu [primeiro] deixava-os resolver...

Face aos potenciais problemas que anteveem durante a resolução da tarefa, os professores têm dificuldade em refletir relativamente a representações e tipos e ações que poderão ter durante a realização da tarefa. Assim, referem-se à sua participação durante o trabalho autónomo dos alunos e à discussão coletiva como os momentos adequados para ajudar os alunos na interpretação do enunciado da tarefa.

Durante a preparação da exploração da tarefa em sala de aula, Carla e Sónia decidem que, à semelhança do que fazem habitualmente, juntarão as duas turmas e explorarão a tarefa conjuntamente. Assim, desta vez, decidem que será Sandra a dinamizar a tarefa.

De uma forma geral, apesar de concordarem em realizar a tarefa na sala de aula com os seus alunos, os professores têm baixas expectativas relativamente à forma como eles resolverão a tarefa. Assim, consideram que os alunos recorrerão maioritariamente a representações icónicas (esquemas) e que o recurso a representações simbólicas será reduzido. Relativamente às representações a utilizar pelos professores, estes preveem que utilizarão provavelmente tabelas para sistematizar a informação necessária, mas sobretudo nos segundo e terceiro momentos da tarefa.

Turmas da Carla e da Sónia – Dinamização feita por Sandra

Introdução da tarefa

De acordo com o que tinha sido combinado durante a preparação da aula, nesta tarefa os alunos de Carla e Sónia realizam a tarefa conjuntamente, dinamizada por Sandra.

Sandra: Joana...Então do que é que fala o exercício?

Joana: Fala sobre dois irmãos que estavam com febre... E... Eles têm que tomar comprimidos...

Sandra: E tomavam os dois da mesma maneira?

Joana: Não...

Sandra: Então? Como é que tomavam?

Joana: Um tomava de seis em seis horas e outro tomava de oito em oito horas...

Sandra: Boa! E o que é que nos pede? O que é que nos pergunta?

Joana: Pergunta... Para ver quem acaba os comprimidos primeiro...

Sandra: Então primeiro temos que saber quantos comprimidos têm que tomar... Não é? Então vamos lá tentar descobrir... Quais dos dois irmãos...Acaba primeiro os comprimidos... Vamos lá...

Sandra faz a introdução da tarefa de forma muito rápida e concisa. Depois de pedir a um aluno que leia o enunciado da tarefa, Sandra pede a Joana que o interprete, questionando-a através de perguntas de confirmação aberta (“Então do que é que fala o exercício?”) e de confirmação fechada (“E tomavam os dois da mesma maneira?”), focando-se na informação e nos aspetos chave do enunciado da tarefa (número de irmãos, forma como tomam os comprimidos, identificação do que é pedido na tarefa). No final, dá sugestões para a resolução da tarefa, questionando os alunos através de uma pergunta de focalização retórica (“Então primeiro temos que saber quantos comprimidos têm que tomar... Não é?”).

Trabalho autónomo dos alunos

A professora dá indicações aos alunos para que trabalhem individualmente e autonomamente enquanto Sandra, Sónia e Carla observam o que fazem. Cerca de oito minutos depois, muitos alunos já deram por terminada a resolução da tarefa, e respondem que um dos irmãos terminará mais cedo os comprimidos porque os toma de seis em seis horas. Assim, Sandra sente necessidade de intervir novamente:

Sandra: Olhem... Vocês não podem olhar só para as horas que eles têm que tomar os comprimidos!! Eles têm o mesmo número de comprimidos?

Alunos: Não!

Sandra: Não! Então também têm que tomar atenção ao desenho e olhar para o número de comprimidos que cada um tem... O primeiro... Olha... O primeiro podem achar que o primeiro menino é o Dorin e que o

segundo menino é o seu irmão...(representa os irmãos no quadro – Figura 20)... A professora desenha muito bem, não é? Então vamos lá...Em conjunto... Tomar atenção... Quantos comprimidos é que tem o Dorin para tomar?

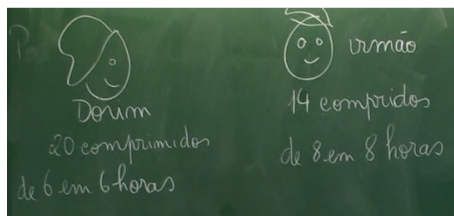


Figura 20 – Representação icónica utilizada por Sandra (esquema com representações pictóricas e verbais)

Aluno: Seis...

Sandra: O Dorin não tem seis comprimidos... Contem lá os comprimidos que o Dorin tem que tomar...

Alunos: Vinte!

Sandra: Quantos é que tem cada embalagem...?

Alunos: Dez!!! Vinte!!!

Sandra: Uma embalagem são dez comprimidos... Tem lá duas embalagens... Então quantos comprimidos tem para tomar?

Alunos: Vinte!!!

Sandra: Vinte... E como é que ele toma cada um dos comprimidos?

Alunos: De seis em seis horas...

Sandra: Então ele tem 20 comprimidos e toma de seis em seis horas... E o irmão? Quantos comprimidos é que o irmão tem que tomar?

Alunos: 14!

Sandra: São 14? São 14! Cada embalagem tem 7... São duas embalagens... Então o irmão tem 14 comprimidos... Como é que ele toma Pedro? Pedro, como é que o irmão do Dorin toma os comprimidos?

Pedro: hum... Toma de 8 em 8 horas...

Sandra: Então... Toma de oito em oito horas... E o que é que eu pretendo saber...André? O que é que eu pretendo saber? (silêncio) Eu sei que o Dorin tem vinte comprimidos para tomar... Toma de seis em seis horas... O irmão tem 14 comprimidos... Toma de 8 em 8 horas... O que é que eu pretendo saber? Qual é a pergunta?

André: Quem é que acaba primeiro os comprimidos!

Tal como Sandra tinha previsto durante a preparação da tarefa, uma das dificuldades dos alunos prende-se em assumir que a criança que toma os comprimidos de seis em seis horas os terminará primeiro. Desta forma, Sandra pede novamente aos alunos para interpretar o enunciado da tarefa questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos é que tem cada embalagem...?”, Quantos comprimidos é que o irmão tem que tomar?”). Simultaneamente converte a respostas dos alunos numa

representação icónica que faz no quadro e que utiliza para sistematizar a informação que considera mais relevante (personagens, números de comprimidos e hora da toma dos comprimidos – Figura 20).

Depois da sua intervenção, a turma volta a trabalhar autonomamente.

André: É o irmão Dorin...

Sónia: Porquê?

André: Porque tem menos comprimidos... O irmão do Dorin...

André: E o irmão do Dorin toma os comprimidos de quanto em quanto tempo?

Aluno: O irmão do Dorin?

André: Sim... Olha lá para o quadro...

Aluno: De oito em oito horas...

André: E o Dorin?

Aluno: De 6 em 6 horas...

André: E o Dorin? Quanto é que demora o Dorin a tomar os comprimidos todos até ao fim? Pensa lá...

André: É uma conta de vezes!

Sónia: Uma conta de vezes como? Diz lá à professora?

André: E... 6 vezes... Ai, oh! Não, não dá!

André responde acertadamente e Sónia desafia-o para a utilização de uma representação, questionando-o através de uma pergunta de inquirição (“Porquê?”). Quando se apercebe de que a resposta correta do aluno se baseia no pressuposto incorreto de que o irmão com menos comprimidos os acabará mais depressa, Sónia altera as suas ações e conduz o aluno na interpretação do enunciado da tarefa questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“E o irmão do Dorin toma os comprimidos de quanto em quanto tempo?”). Quando André sugere o recurso a uma representação simbólica, Sónia desafia-o para a utilização da representação escolhida, questionando-o através de uma pergunta de inquirição (“Uma conta de vezes como?”). No entanto, o aluno recua na escolha que fez e Sónia deixa-o trabalhar autonomamente.

Os alunos revelam inúmeras dificuldades na interpretação do enunciado da tarefa e na escolha de uma representação adequada para a resolução da tarefa. Assim, vários não conseguem resolver, escolhendo representações inadequadas, não sabendo utilizar as representações que escolheram ou recorrendo apenas a uma representação verbal para comunicar o resultado. Ao deparar-se com um destes alunos, Sónia intervém:

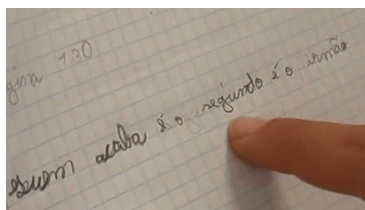


Figura 21 – Representação verbal de Fernando: “Quem acaba é o segundo irmão”.

Fernando: Professora já fiz (Figura 21)!

Sónia: Hum... Aqui diz: Quem acaba é o segundo... Isto não se percebe bem! “Quem acaba é o segundo é o irmão”? Tu não dás nenhum tipo de justificação... E diz “Explica como pensaste”... Ali!

Fernando: Mas professora, eu fiz de cabeça...

Sónia: Então agora vais explicar aqui (aponta para o caderno) como é que tu pensaste!

Ao deparar-se com a representação escolhida por Fernando, Sónia invalida-a e indica ao aluno que justifique a sua resposta, privilegiando a escolha livre de uma representação adequada (“Então agora vais explicar aqui como é que tu pensaste!”) e deixa o aluno a trabalhar autonomamente.

Enquanto isso, Carla ajuda outro aluno que sentiu necessidade de escolher uma representação simbólica, mas que não sabe utilizá-la de forma a dar resposta à questão da tarefa:

Carla (enquanto complementa o esquema do aluno – Figura 22): Ora num dia toma quatro [comprimidos]... Então os vinte comprimidos vai tomá-los em quanto tempo? (silêncio) Num dia toma quatro... No segundo dia vai tomar quantos?

Paulo: [mais] Quatro...

Carla: Então quatro mais quatro...Oito! E então... Já chegámos aos vinte?

Paulo: Mais 4...12...(soma mais quatro com os dedos)... 16... 20...

Carla: Sim... Então quantos dias?

Paulo: Cinco?

Carla: Cinco dias! Demora cinco dias! Podes pôr aí em baixo! E [agora fazes o mesmo com] o irmão!

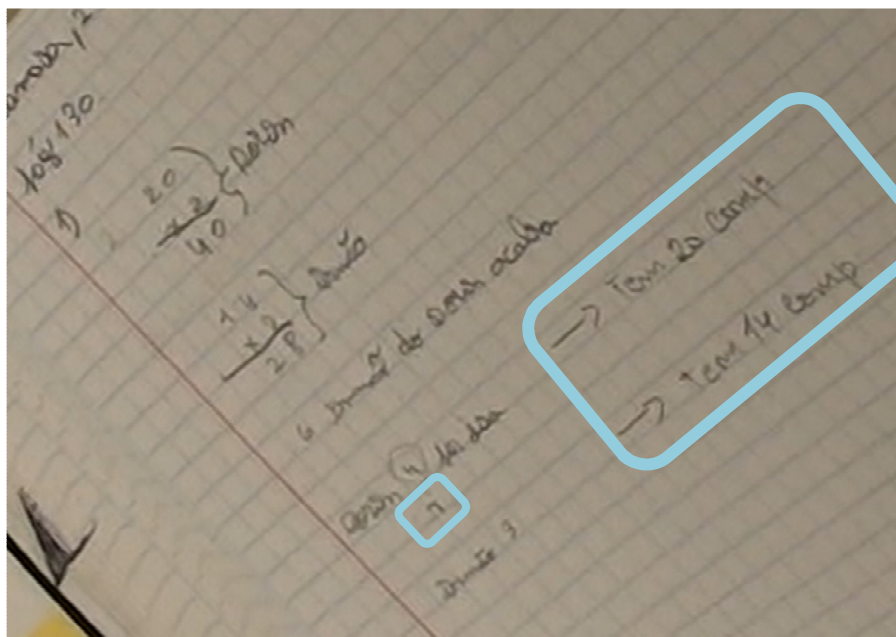


Figura 22 – Representação icônica criada por Paulo e Carla.

Carla sugere uma representação (esquema que começou a fazer a partir das anotações do aluno – Figura 22) e informa Paulo sobre a utilização da representação sugerida. Para isso, questiona-o através de perguntas de confirmação fechada (“No segundo dia vai tomar quantos?”) e perguntas de focalização orientadora (“Então quatro mais quatro...Oito! E então... Já chegámos aos vinte?”).

Para além de Fernando e de Paulo, outros alunos, na tentativa de encontrar uma representação simbólica adequada, tentam resolver a tarefa dividindo vinte comprimidos por seis horas. Assim, Sandra tenta novamente ajudar os alunos na interpretação do enunciado da tarefa:

Sandra: Tomem lá todos atenção! Quando nós lemos o exercício nós lemos que o Dorin tem quantos comprimidos para tomar?...Toma de seis em seis horas!... Eu não tenho o Dorin a tomar 6 comprimidos numa hora... Como alguns de vocês me estão a dizer...Está bem? Eu não tenho os vinte comprimidos... E o Dorin vai tomá-los todos em seis horas...! O que é que vai acontecer? Imaginem que vocês vão ao médico e têm um medicamento para tomar! Têm um comprimido! A mãe chega a casa e dá um comprimido... No caso do Dorin deu um comprimido...Quando é que dá o outro comprimido?

Aluno: Daqui a seis horas!

Sandra: Passadas seis horas! Então 6 horas depois volto a dar outro comprimido!! No caso do outro irmão... O que é que a mãe vai fazer!?

Aluno: De oito em oito!

Sandra: Vai dar um comprimido... Então primeiro... Deu um comprimido ao Dorin e outro ao irmão... O segundo comprimido... Ao Dorin vai dar

passadas 6 horas... Passadas seis horas... Dá um comprimido ao Dorin e dá logo o comprimido ao irmão? Não!

Aluno: Só passadas duas horas!

Sandra: Ainda tem que esperar duas horas...Então passadas 8 horas do primeiro comprimido o irmão toma o segundo... A seguir...O que é que a mãe vai fazer?

Aluna: Passadas 6 horas...

Sandra: Passadas seis horas de ter dado o comprimido ao Dorin...Vai-lhe dar outro... E assim sucessivamente até gastar os vinte comprimidos! . . . No caso do irmão, são oito [horas]... Volta a dar o comprimido... Passado oito horas...Outro comprimido até ter tomado quantos comprimidos?

Alunos: Catorze!

Sandra: Catorze! O que eu quero saber é... Começando a dar os comprimidos aos dois ao mesmo tempo... Quem é que termina primeiro os seus comprimidos! Vamos lá continuar a resolver!

Desta vez, Sandra informa os alunos sobre a interpretação do enunciado da tarefa e questiona-os através de perguntas de confirmação fechada (“... o Dorin tem quantos comprimidos para tomar?”) e de focalização retórica (“Dá um comprimido ao Dorin e dá logo o comprimido ao irmão? Não!”). Simultaneamente conduz ao estabelecimento de conexões entre as representações verbais do enunciado da tarefa e as representações das vivências dos alunos, contextualizando a tarefa na realidade dos alunos. Os alunos continuam a trabalhar autonomamente mais um pouco. Depois de Sandra intervir, Sónia discute com António a representação icónica que utilizou:

hora	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Comprimido da	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	

Figura 23 – Representação icónica de António (esquema com representações simbólicas).

António: Professora eu fiz assim! E cheguei aos 14 (Figura 23)!

Sónia: Quantas 8 horas são?

António: Ih! Agora vou contar (começa a contar com os dedos)

Sónia: O que é que tu fizeste António?

António: Uma tabela!

Sónia: Mas como é que tu organizaste? Ele fez 8,8,8... Como é que tu te organizaste?

António: Como aaaa... Ele precisa de 14 hum... Comprimido por 8 horas... Então eu tive uma ideia e fui fazer... Um, dois... Até catorze... Depois... Depois... Até chegar ao último 8! Depois...

Sónia: Então e o outro irmão, António?

António: Vou fazer agora!

Sónia: Mas olha... Eu ainda não sei quantos dias ele demora a tomar! Sei as horas... Mas não sei os dias! E agora? Como é que tu vais fazer?

António: Pode acordar o irmão durante a noite!

Sónia: Não, mas eu quero saber quantos dias ele demorou a tomar os comprimidos! Tens aí horas! Quantas horas tem um dia?

António: 24! (começa a apagar o que fez)

Sónia: Não apagues! Não apagues, amor! Não apagues nada! Tem 24 horas e eu agora quero saber isto aqui, transformado em dias... Quantos dias são?

Apesar da resposta de António não estar completa, Sónia opta por não invalidar a representação ou a resposta do aluno, talvez porque António é um dos poucos alunos que utilizou uma representação icónica (um esquema com o formato de uma tabela) para resolver a tarefa proposta. Ao invés, Sónia pede-lhe que interprete a representação que escolheu, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Quantas 8 horas são?”, “Quantas horas tem um dia?”), confirmação aberta (“Mas como é que tu organizaste?”, “Então e o outro irmão, António?”). Através do questionamento de Sónia, António compreende que a resposta está incompleta e decide procurar uma nova representação em que consiga incluir os dois elementos da tarefa. No entanto, Sónia sugere explicitamente que não o faça, indicando-lhe que continue a utilizar a representação que escolheu inicialmente e que autonomamente descubra a resolução da tarefa.

Discussão coletiva

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra analisou as respostas da turma e decide pedir a Laura que apresente os seus resultados à turma durante a discussão coletiva.

Sandra: . . . Vocês quando não conseguem pensar no Dorin, também podem pensar: “E se eu fosse o Dorin? O que é que ia acontecer?!”. Isso é uma estratégia, está bem? Laura... Então o que é que tu me disseste? Se... O Dorin, neste caso que eras tu, não é? Se tomasses o comprimido de seis em seis horas... Ao fim de um dia, quantos comprimidos é que tu já tinhas tomado?

Laura: Quatro!

Sandra: Quatro? Porquê?

Laura: Porque um dia tem vinte e quatro [horas] e se ele tomou de seis em seis horas tinha que fazer qual é o número que na tabuada do seis dá vinte e quatro...

Sandra: Exatamente! A Laura viu que se fosse tomar um comprimido de seis em seis horas... Ao fim de um dia já tinha tomado quatro comprimidos! Porque ela viu que o dia tem quantas horas, André?

André: Vinte e quatro!

Sandra: Vinte e quatro! E quantas vezes as seis horas cabem no vinte e quatro? Na tabuada do seis, qual é o número que vezes seis dá vinte e quatro? . . .

André: Quatro!

Sandra: Quatro! Por isso é que tomaram quatro comprimidos por dia (escreve no quadro “Dorin – 4 comprimidos por dia”).

Sandra começa por conduzir os alunos no estabelecimento de conexões entre as representações verbais do enunciado da tarefa e as representações das vivências dos alunos, uma estratégia que parece ter resultado em Laura. Em seguida, informa os alunos relativamente à representação e à primeira parte da estratégia utilizada pela aluna para resolver a tarefa (descobrir quantos comprimidos o primeiro irmão toma por dia). Desta forma, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Ao fim de um dia, quantos comprimidos é que tu já tinhas tomado?”), “Porque ela viu que o dia tem quantas horas, André?”), de confirmação aberta (“Quatro? Porquê?”) e de perguntas de focalização retórica (“Isso é uma estratégia, está bem?”, O Dorin, neste caso que eras tu, não é?”). Depois de determinar o número de comprimidos que o primeiro irmão toma num dia, Sandra continua a discussão coletiva:

Sandra: . . . Então se [o Dorin] vai tomar quatro comprimidos por dia...

Ao fim do segundo dia, quantos comprimidos já tomou (começa a reproduzir o esquema de Laura no quadro?

Alunos: Oito!

Sandra: Oito! Oito comprimidos são dois dias (registar o que vai dizendo no quadro).

. . . (repete as mesmas questões em cada um dos dias)

Sandra: E agora... Ao fim do quinto dia... Quantos comprimidos tomou?

Alunos: Vinte!

Sandra: Vinte! Então quantos dias é que o Dorin leva a tomar os comprimidos todos?

Alunos: Cinco!

Sandra: Cinco dias! O Dorin leva a tomar os comprimidos todos...Cinco dias!

Sandra pede aos alunos que interpretem a representação icónica de Liliana que começa a reproduzir no quadro, questionando-os através de perguntas de confirmação

fechada (“Ao fim do segundo dia, quantos comprimidos já tomou?”). À medida que os alunos respondem acertadamente, Sandra repete as mesmas questões de confirmação fechada, enquanto preenche o esquema que reproduziu no quadro e informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes da representação (a cada dia acrescem quatro comprimidos que terão de se continuar a acrescentar até perfazer os vinte). Depois dos alunos determinarem que serão necessários cinco dias para o primeiro irmão tomar os vinte comprimidos, Sandra prossegue:

Sandra: . . . Então e agora? O que é que aconteceu ao irmão? Quando nós fomos ver a questão do irmão... Quantos comprimidos é que o irmão tomava... Enquanto o Dorin tomava quatro comprimidos... Quantos é que tomava o irmão?

Alunos: Três!

Sandra: Três? Porquê?

Cláudio: Porque 3×24 ... Não!

Sandra: 3×8 é que é vinte e quatro... Enquanto o Dorin tomava quatro comprimidos o irmão tomava três... Então e ao fim do segundo dia? Quantos comprimidos é que tomou...

Alunos: Seis!

Sandra: ... O irmão do Dorin? Seis comprimidos! Ao fim do terceiro?

Alunos: Nove!

Sandra: Nove comprimidos... Ao fim do quarto?

Alunos: Doze!

Sandra: E agora?

Alunos: Quinze!

Sandra: Mas ele tinha 15 comprimidos para tomar?

Alunos: Não!!

Sandra: Então?!? Eram só 14... Então mas quem é que acabou mais cedo?

Alunos: O irmão!

Sandra: Porquê?

Aluno: Porque ele só tomou quatro dias e acabou!

Sandra: Ele chegou ao final dos 5 dias? Não... Ele acabou um bocadinho antes porque só tinha 14 comprimidos... Não tinha 15... Por isso... Chegam a ser cinco dias? Não, porque 5 dias seriam 15 comprimidos... Era o que vocês me estavam a dizer... Então o Dorin levou exatamente 5 dias... Foi ou não foi? E o irmão levou exatamente cinco dias?

Alunos: Não!

Sandra dá sugestões aos alunos de forma a salientar a utilização da representação icónica que reproduziu e utilizou no início da discussão coletiva. Assim, através de perguntas de confirmação aberta (“Quantos é que tomava o irmão?”, “Porquê?”) os alunos

repetem o mesmo processo de resolução. No final deste processo, Sandra (i) pede aos alunos para interpretar a representação que utilizaram, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“Mas ele tinha 15 comprimidos para tomar?”) e de confirmação aberta (“Então mas quem é que acabou mais cedo?”, “Porquê?”) e (ii) informa a turma sobre a utilização e interpretação e sobre os aspetos mais relevantes da representação utilizada, questionando os alunos com perguntas de focalização retórica (“Ele chegou ao final dos 5 dias? Não...”, “Foi ou não foi?”). Antes de Sandra dar por terminada a discussão coletiva, Sónia faz uma sugestão:

Sónia: O António fez diferente! Fez uma tabela! António! Vai lá tu explicar!

António (receoso): Eu não sei explicar!

Sandra: Explica-me lá a mim!?

António: Eu percebi que... Oito horas dá para um comprimido... Então se fossem dois comprimidos dava para 16 horas... Então fiz... 1,2,3 [comprimidos] até chegar ao 14. E quando acabei o [Dorin]... Também fiz aqui... [o mesmo com o irmão]!!

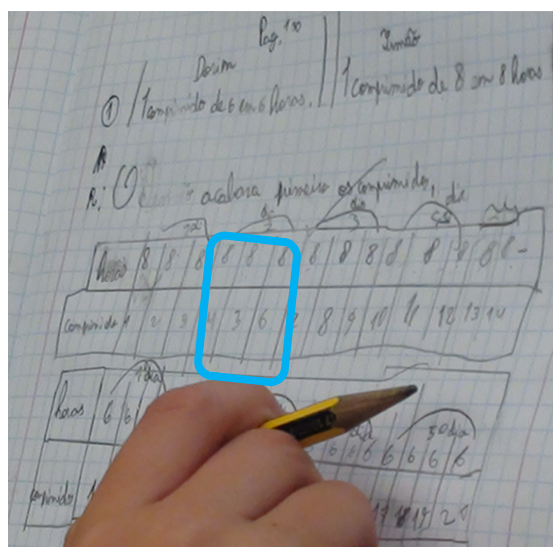


Figura 24 – Representação icónica de António (esquema com representações simbólicas).

Sandra: Mas tu aqui tens... Primeiro dia, não é? (aponta para o primeiro conjunto de 3x8h – Figura 24)

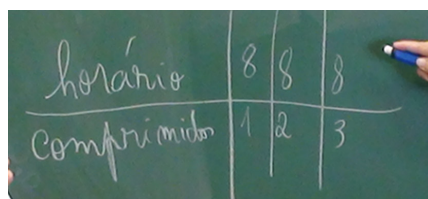
António: Sim! São 3 comprimidos! Segundo dias...[Mais] três comprimidos! Terceiro dia... [Mais] três comprimidos! Quarto dia...[Mais] três comprimidos! E ainda ... E meio!

Sandra: Boa!

António: Neste [irmão] fiz a mesma coisa, mas calhou com 5 [dias completos].

Sónia sugere a Sandra que permita que António apresente a sua representação icónica (que Sandra desconhecia por não ter acompanhado este aluno durante o trabalho autónomo). Assim, perante António, que se mostra receoso em apresentar a sua solução aos colegas, Sandra pede ao aluno que interprete a representação que utilizou, questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta (“Explica-me lá a mim!?”) e uma pergunta de confirmação fechada (“Primeiro dia, não é?”). Assim, António consegue explicar com facilidade a representação que utilizou (Figura 25), mas, Sandra sente necessidade de intervir uma última vez:

Sandra: O que o António fez... Ele tinha um horário e tinha os comprimidos... Então o que ele fez foi (Figura 25)... No horário, se eu tenho 8h, vou tomar um comprimido... Passadas mais 8h vou tomar... 2 comprimidos! Passadas mais 8h... Vou tomar o terceiro comprimido! Ao fim de oito horas vou tomar outro comprimido... Até chegar aos catorze comprimidos! Depois o que o António fez foi... Oito horas, mais oito horas, mais oito horas... Eu tenho um dia!



horário	8	8	8
comprimidos	1	2	3

Figura 25 – Representação icónica utilizada por Sandra.

António: Há uma coisa que eu não percebi... Se a professora tem o irmão [que acaba os comprimidos] ao fim de 3 dias... Porque é que a mim dá 4 dias e meio?

Sandra: São quatro dias! Quatro dias! Um, dois, três, quatro (aponta para cada linha do seu esquema)! E mais aqui um bocadinho... Tenho à mesma quatro dias como tu! E não chego ao final do quinto! Está bem?

António: Mas dizemos os dois a mesma coisa!

Sandra: Estamos os dois a dizer a mesma coisa... Mas tu representaste de outra maneira, mas também viste como eu e como a Liliana que oito, mais oito, mais oito são vinte e quatro... Então quantos comprimidos é que tomas num dia? Três! Mais alguém fez de outra maneira?

No final da intervenção do aluno, Sandra informa a turma sobre os aspetos mais relevantes da representação utilizada por António, que denomina de “horário” e que reproduz de forma resumida no quadro (Figura 25). No final, António questiona-a relativamente à representação icónica de Liliana (que Sandra também reproduziu no quadro) e Sandra conduz os alunos no estabelecimento de conexões entre as duas

representações, através de perguntas de focalização retórica (“E não chego ao final do quinto! Está bem?”), o que faz com que António compreenda que apesar de diferentes, as duas representações simbolizam o mesmo.

De uma forma geral, as professoras, e em especial Carla (que durante a sessão da preparação da aula considerou a tarefa demasiado fácil) ficam muito surpreendidas com o facto dos alunos revelarem inúmeras dificuldades na resolução desta tarefa. Assim, o facto de existirem três professoras na sala, nesta tarefa, fez com que alterassem as suas ações e coordenassem estratégias para ajudar os alunos a superar as dificuldades sentidas. Por exemplo, durante o trabalho autónomo dos alunos a existência das três professoras fez com que existisse um maior apoio aos alunos e uma maior diversidade de perguntas e respostas. Por sua vez, na discussão coletiva Sónia sugere a Sandra que peça a António para apresentar a sua solução, que considera interessante, mas que Sandra não acompanhou. Além disso, tendo em conta que nesta tarefa, as ações de Carla são maioritariamente informar, é interessante os seus alunos terem contacto com outro tipo de ações por parte de outras professoras.

Durante a introdução da tarefa, Sandra pede para interpretar e dá sugestões recorrendo a perguntas de confirmação e de focalização retórica. No momento de trabalho autónomo dos alunos, apesar de estarem três professoras na sala de aula, as suas ações com os mesmos alunos e durante a realização da mesma tarefa diferem bastante. Sendo responsável pela dinamização da tarefa, Sandra sente necessidade de voltar a explorar o enunciado da tarefa. Assim, recorre a uma representação icónica para informar a turma sobre os aspetos mais importantes do enunciado da tarefa e estabelece conexões entre as representações verbais do enunciado da tarefa e as representações das vivências dos alunos. Quando interpela os alunos, as suas ações variam entre informar, pedir para interpretar e desafiar, recorrendo a perguntas de confirmação fechada, focalização retórica e inquirição, sendo a única professora que recorre a este tipo de questionamento durante a tarefa “Irmãos doentes”. Ainda durante a introdução da tarefa, Sónia e Carla recorrem a diferentes ações e tipos de questionamento. Assim, enquanto Sónia promove a escolha livre, invalida representações e pede aos alunos para interpretar (através de perguntas de confirmação ou, por vezes, sem questionar), Carla sugere representações e informa os alunos recorrendo a perguntas de confirmação fechada e de focalização retórica. Na discussão coletiva, as ações de Sandra parecem ter o intuito de guiar os alunos até à resolução correta da tarefa. Assim, a professora conduz os alunos ao estabelecimento de conexões, informa, sugere representações adequadas e pede aos alunos que interpretem

as representações utilizadas. Para isso, recorre a perguntas de confirmação e de focalização retórica.

Turma de Ricardo- Dinamização feita por Ricardo

Introdução da tarefa

Na turma de Ricardo a tarefa é dinamizada pelo professor que começa por ler o enunciado da tarefa, enquanto Sandra se prepara para apoiar os alunos durante o trabalho autónomo.

Ricardo: Na página 130... Se vocês olharem para o exercício número um... É o seguinte: (Lê o enunciado)... Portanto... Eles não vieram à escola porque o pai os levou ao médico... Estavam doentes e o médico passou-lhes uma receita com medicamentos. Vamos ver o que é que o médico receitou? . . . Um vai tomar aquelas duas carteiras de comprimidos... Um comprimido de seis em seis horas... E o irmão vai tomar aqueles comprimidos que vocês veem ali brancos... Um comprimido de oito em oito horas... Se eles começarem no mesmo dia, a tomar ao mesmo tempo... Quem é que vai acabar os comprimidos primeiro?

Luísa: Eu já sei!

Ricardo: Já sabes Luísa?!? Hum? Mas se calhar é preciso fazer algum esquema ou algum cálculo!? . . .

Ricardo começa por dar informações processuais antes de ler o enunciado da tarefa. Em seguida, informa os alunos sobre aspetos relevantes do enunciado da tarefa (forma como tomam os comprimidos, identificação do que é pedido na tarefa), questionando a turma através de perguntas de focalização retórica (“Vamos ver o que é que o médico receitou?”). No final da sua intervenção, desafia os alunos para a escolha de uma representação questionando-os através uma pergunta de inquirição (“Quem é que vai acabar os comprimidos primeiro?”) e de perguntas de confirmação aberta (“Já sabes Luísa?!? Hum? Mas se calhar é preciso fazer algum esquema ou algum cálculo!?”).

Trabalho autónomo dos alunos

Os alunos começam a trabalhar autonomamente, mas revelam várias dificuldades na escolha de uma representação adequada e na definição de uma estratégia. Ricardo observa-os e questiona-os.

Bóris: Temos que fazer seis mais seis e depois dá doze... Mais seis...

Até... (silêncio)

Ricardo: Até quê? Diz Bóris! O que é que ias dizer?

Bóris: Até gastar os comprimidos todos...

Ricardo: Até gastares os comprimidos todos... Então...(para a turma) O

Bóris já deu uma ideia para resolvermos este exercício... (Ricardo regista as informações relevantes no quadro com uma representação verbal-
Figura 26)

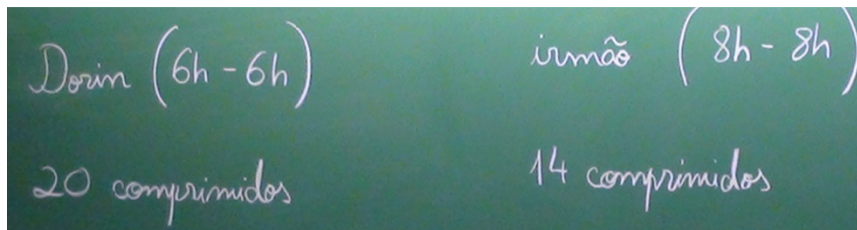


Figura 26 – Representação verbal utilizada por Ricardo.

Bóris começa a descrever oralmente como está a planear encontrar a solução para a tarefa proposta (esquema com representação simbólicas) e Ricardo desafia-o a dizer como vai utilizar a representação escolhida, questionando-o através de perguntas de inquirição (“Até quê? Diz Bóris! O que é que ias dizer?”). Quando compreende o raciocínio e a estratégia do aluno, o professor informa os alunos sobre aspetos relevantes do enunciado da tarefa recorrendo a uma representação verbal através da qual tenta sistematizar essa informação de forma a sugerir uma representação semelhante à descrita por Bóris. Ricardo continua a observar os alunos enquanto tentam resolver a tarefa. Estes parecem bastante confusos e Ricardo pretende ainda explorar duas outras tarefas depois de terminar a exploração da tarefa “Os irmãos doentes”. Assim, ao fim de alguns minutos, decide intervir e resolver a tarefa coletivamente.

Ricardo: O Bóris disse que nós temos que ir ver... Seis mais seis, mais seis, mais seis, mais seis... Até gastarmos os vinte comprimidos! Pronto? Mas esses seis, mais seis, mais seis, mais seis... O relógio vai andando, não é? E os dias vão passando... Então o que é que nós precisamos de ver? (silêncio prolongado) Precisamos de ver o quê? (silêncio prolongado) Como é que eu sei se um acaba primeiro ou se acaba primeiro o outro? (silêncio)

André: É ver quem começa primeiro!

Ricardo: Começam os dois ao mesmo tempo!

Carlos: Podíamos fazer uma conta de vezes para ver qual é que tem mais tempo e quem tem menos!

Ricardo: Como?

Carlos: Fazendo 8×14 e 6×20 ! . . .

Ricardo começa a informar os alunos relativamente a algumas dos aspetos relevantes do enunciado da tarefa, questionando-os através de perguntas de focalização retórica (“Até gastarmos os vinte comprimidos! Pronto?”, “O relógio vai andando, não é?”). Em seguida, privilegiando a escolha livre de uma representação adequada, desafia-os para a sua utilização, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“Precisamos de ver o quê?”) e uma pergunta de inquirição (“Como é que eu sei se um acaba primeiro ou se acaba primeiro o outro?”). Alguns alunos respondem ao desafio de Ricardo, mas um deles, Carlos, surpreende os professores, propondo uma representação simbólica que não tinham previsto. Ricardo e Sandra permanecem em silêncio momentaneamente. Ricardo fica pensativo e Sandra começa, quase de seguida, a interagir com Carlos, tentando sugerir-lhe outro tipo de representação. Ao fim de alguns segundos, Ricardo reage e fala para a turma:

Ricardo: 8×14 ... (faz a representação simbólica no quadro- Figura 27a)
Isto vai dar o número de horas, ao fim das quais ele acabou estes comprimidos (começa a fazer a representação icónica do que diz – Figura 27b-g).

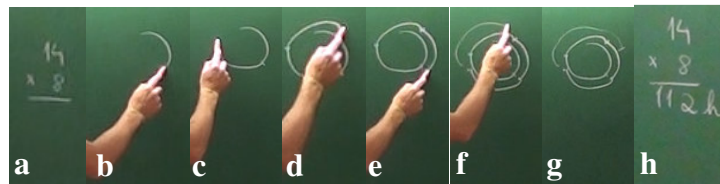


Figura 27 – Sequência evolutiva das representações simbólica (a, h) e icónica (b-g) utilizadas por Ricardo.

Ricardo: Ele vai demorar... Oito horas...um comprimido (Figura 27b)!
Oito horas...Outro comprimido (Figura 27c)! Mais oito horas... Outro comprimido (Figura 27d)! . . . Ao fim dessas catorze vezes...(Figura 27f)
Acabou a caixa! Foi ao fim de não sei quantas horas! Sim? Está certo, não é? Se nós fizermos isto como o Carlos estava a dizer... (resolve o algoritmo – Figura 27h) Ao fim de cento e doze horas...Ele vai acabar os catorze comprimidos... Isto vai dar... Agora tenho é que ver quantos dias isto vai dar!. . . Cento e doze horas são quantos dias? (silêncio)
Quantas horas tem um dia?

Alunos: Vinte e quatro!!

Ricardo: Então... Vinte e quatro horas é um dia... Se forem dois dias...

Alunos: Quarenta e oito!

Ricardo: Então... Vão vendo quantos dias é... Até chegarmos às cento e doze horas... (silêncio prolongado dos alunos e dirige-se a Sandra) Sim?

Sandra (para Ricardo): Sim... Mas... Parece-me é mais...

Ricardo (para Sandra): Mais complicado? (professora assente) Mas foi a solução que ele [Carlos] deu!

Sandra (para Ricardo): Por essa ordem de ideias... Ao fim de quantas horas o Dorin gasta os vinte comprimidos?

Ricardo (enquanto andam pela sala): Sim! Também podia ser assim! E gastavas até fazer os vinte comprimidos! Um comprimido, dois comprimidos... Vinte comprimidos! (para a turma) Olha o Bóris apresentou uma solução diferente... Vamos fazer esta e depois já exploramos a do Bóris... Vá... . . .

Ricardo regista no quadro a representação simbólica proposta por Carlos. De seguida, informa os alunos sobre a utilização desta representação e, ao mesmo tempo, informa a turma sobre a conversão da representação simbólica, numa representação icónica. Para isso, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Foi ao fim de não sei quantas horas! Sim? Está certo, não é?”), perguntas de confirmação fechada (“Cento e doze horas são quantos dias?”, “Quantas horas tem um dia?”. No final sugere aos alunos que terminem de resolver a tarefa, através destas representações e indica à turma que há, pelo menos, outro aluno com uma estratégia/representação diferente, parecendo existir um desafio implícito a que outros alunos encontrem também diferentes representações. Depois da sua intervenção, Ricardo questiona Sandra quanto à opção que tomou em explorar a representação proposta por Carlos. A professora discorda da decisão do colega, na medida em que considera que a representação simbólica será demasiado abstrata e incompreensível para a turma, tendo em conta as dificuldades que os alunos estão a sentir na resolução da tarefa.

Entretanto, enquanto os alunos trabalham novamente de forma autónoma, Ricardo observa o seu trabalho e questiona-os:

Ricardo: Ele com [tomas de] 8h em 8h horas precisa de 5 dias completos... O irmão precisa de um bocado menos... Precisa de quanto tempo [exatamente]?

Mauro: Três dias...?

Ricardo: Se calhar é... Não sei... Pensa melhor... (silêncio) Já viste que são quatro dias mas que ele vai precisar de mais do que quatro dias... Mais quantas horas? (silêncio) Não vai precisar de mais um dia, pois não? (silêncio) Um dia já é muito! Mas vai precisar de mais algumas horas?

Através da representação sugerida por Ricardo, Mauro consegue compreender que o irmão de Dorin terminará os comprimidos mais cedo. Ricardo pede-lhe que interprete a representação utilizada, questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta

(“Precisa de quanto tempo [exatamente]?”) mas Mauro não consegue interpretar a representação que utilizou de forma a responder à questão que o professor coloca. Assim, Ricardo dá sugestões ao aluno para que consiga interpretar a representação (segmentar dias e horas) questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Mais quantas horas?”, “Mas vai precisar de mais algumas horas?”) e perguntas de focalização retórica (“Não vai precisar de mais um dia, pois não? (silêncio) Um dia já é muito!”).

Em seguida, Ricardo questiona Aurora:

Ricardo: Então o primeiro dia são vinte e quatro horas... Ao fim do segundo dia já são quarenta e oito horas... Ao fim do terceiro dia quantas horas passaram?

Aurora: Sessenta e quatro!

Ricardo: Sessenta e quatro, será? . . . Setenta e duas! E agora ao fim do quarto dia... Setenta e dois mais vinte e quatro quanto é que dá? . . .

Aurora: Noventa e seis!

Ricardo:. . . E agora... Mais vinte e quatro! Cento e vinte, certo? E agora? Ainda vais continuar a somar? (silêncio) Quantas horas é que nós queríamos que passassem?

Aurora: Cento e doze!

Ricardo: Cento e doze! Já passaram, não foi?

Aurora: Sim...

Ricardo: Então... Quer dizer que vai ser um bocadinho menos do que os cinco dias, não é? Porque os cinco dias são cento e vinte horas! É ou não?
. . .

Ricardo dá sugestões sobre a utilização da representação que sugeriu no quadro e questiona Aurora através de perguntas de confirmação fechadas (“Setenta e dois mais vinte e quatro quanto é que dá?”) e perguntas de focalização retórica (“Já passaram, não foi?”), o que acaba por ser o procedimento geral com a maioria dos alunos com quem interage.

Discussão coletiva

Ricardo dá início à discussão coletiva dos resultados e retoma a discussão das representações utilizadas anteriormente.

Ricardo: Nós já vimos, pela estratégia que o Carlos utilizou que se eu multiplicar o número de horas pelos comprimidos, eu vou saber ao fim de quantas horas ele gastou os comprimidos. . . . Nós agora temos que

dividir as cento e doze horas pelo número de horas que cada dia tem... Cada dia tem vinte e quatro horas, não é? Então se eu fizesse relógios, eu ia saber que no primeiro dia... Se ele começou a tomar aqui (começa a fazer um esquema composto por representações icônicas de relógios – Figura 28)... Meio dia! Meia noite! Passou um dia, não é? Passaram vinte e quatro horas! Um dia! Segundo dia (desenha outro relógio – Figura 28)... Passam mais vinte e quatro horas! Quantas são?

Alunos: Quarenta e oito...

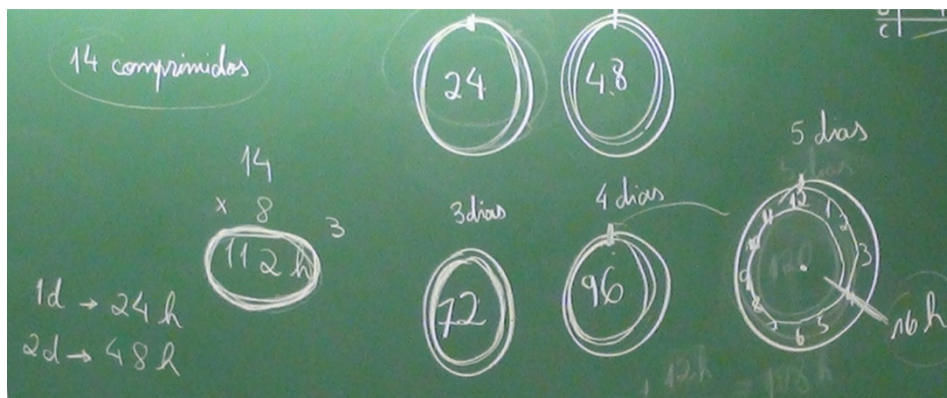


Figura 28 – Representação icônica utilizada por Ricardo (esquema com representações simbólicas).

Ricardo: . . . Outro relógio (desenha o terceiro relógio – Figura 28)! . . . Setenta e duas horas! . . . Mais vinte e quatro horas, dá noventa e seis... Portanto... Ele já gastou um dia, dois dias, três dias, quatro dias (enquanto aponta para cada representação dos relógios) E ainda não acabaram os comprimidos, pois não? . . . (Desenha outro relógio) . . . São cento e vinte horas! Já são horas a mais, não? . . . Precisa de um bocadinho menos, não é? Ele precisa de quatro dias para gastar os comprimidos? Não? Precisa dos quatro dias e ainda precisa de mais, certo?

Ricardo informa a turma sobre a utilização e interpretação da representação icônica que sugeriu. À medida que vai explicando a utilização da representação, questiona os alunos maioritariamente através de perguntas de focalização retórica (“Cada dia tem vinte e quatro horas, não é?”, “Precisa de um bocadinho menos, não é?”) e, pontualmente com perguntas de confirmação fechada (“Quantas são?”). O professor recorre às mesmas ações e ao mesmo tipo de questionamento para descobrir quanto tempo as duas personagens do enunciado da tarefa levarão até terminar os comprimidos e, em seguida, compara os resultados:

Ricardo: . . . Então o Dorin vai precisar de cento e vinte horas . . . Cento e vinte horas, são cinco dias... Inteiros! Não é? Enquanto que o irmão

precisava só de quatro dias e dezasseis horas, não é? Então quem é que acaba primeiro os comprimidos (aponta para o quadro – Figura 29)?

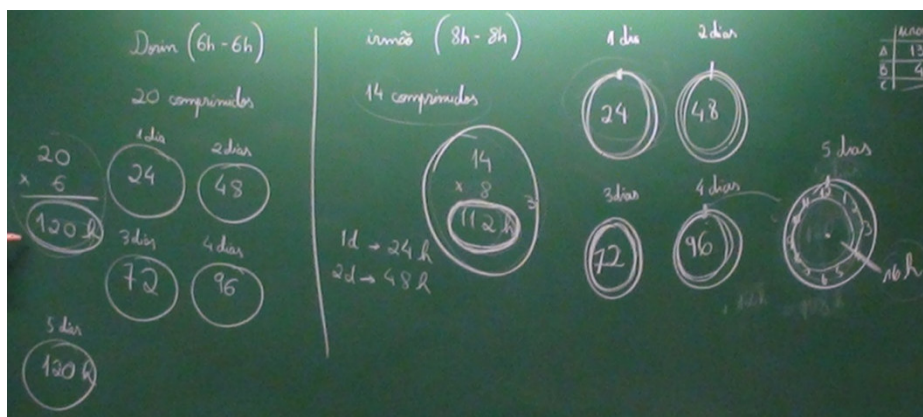


Figura 29 – Representações icónicas utilizadas por Ricardo.

Alunos: O irmão!

Ricardo: O irmão... Nós, se não quiséssemos saber quantos dias é que eram... Também podíamos pensar só nas horas... Eu sei que o irmão demora cento e doze horas e se o Dorin demora cento e vinte... Qual é que é mais rápido?

Alunos: É o cento e doze!

Ricardo dá sugestões aos alunos para que interpretem a representação utilizada (focando-se na quantidade de dias e horas obtidos). Para isso, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Então quem é que acaba primeiro os comprimidos”, “Qual é que é mais rápido?”). Em seguida, o professor solicita a Boris que apresente a representação icónica que utilizou (Figura 30):

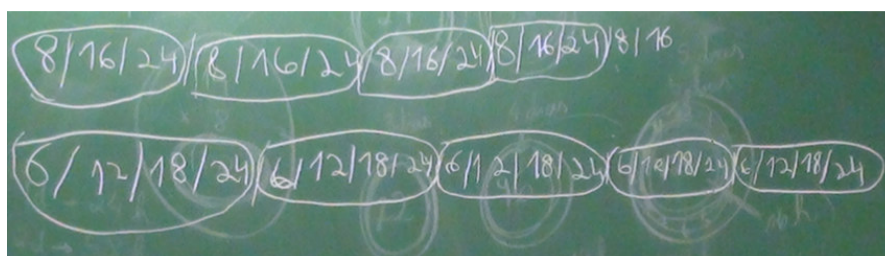


Figura 30 – Representação icónica utilizada por Bruno (esquema com representações simbólicas).

Bruno: É o Dorin.... Seis... Mais seis dá doze... Mais seis... Dezoito! Mais seis... Vinte e quatro! Mais seis...

Ricardo: O Boris está a marcar as horas a que o Dorin tomou os comprimidos... Ele está a fazer... O Dorin tomou o primeiro comprimido às seis da manhã... O segundo comprimido, tomou às doze... Que é ao meio dia! O terceiro comprimido tomou às dezoito e o quarto, à meia noite, certo? E já passou um dia, não foi? O quinto às seis, o sexto às doze, o sétimo às dezoito e o oitavo à meia noite... Já passaram dois dias!

Então... Ele foi fazer isto, até gastar os vinte comprimidos do Dorin, certo? E consegue encontrar quantos dias são! Ou quantos dias e quantas horas! Já vamos ver no final!

Boris: Já está...

Ricardo: Então agora separa lá para vermos quantos dias são... (aluno continua a reproduzir a representação que utilizou – Figura 30) Um dia! Dois dias!

Boris: Três... Quatro... Cinco!

Ricardo: Então quantos dias é que o Dorin...?

Alunos: Cinco!

Ricardo pede a Bóris para explicar a utilização e interpretação da representação que escolheu. No entanto, parece não ficar satisfeito com a explicação do aluno e opta por informar a turma sobre os aspetos mais relevantes e sobre a adequação desta representação à tarefa proposta. Para isso, à semelhança do que fez durante todo o momento de discussão coletiva, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“E já passou um dia, não foi?”) e de confirmação fechada (“Então quantos dias é que o Dorin...?”)

De uma forma geral, as ações e o questionamento utilizados por Ricardo são muito variados, sendo o momento do trabalho autónomo o que apresenta maior diversidade. Para além disso, na exploração da tarefa, a ação de informar surge muito associada a perguntas de confirmação retórica enquanto que as ações de desafiar surgem associadas a perguntas de inquirição.

Durante a introdução da tarefa, o professor informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes do enunciado da tarefa e, por outro lado, desafia-os para a escolha livre de representações adequadas. Para isso, recorre a perguntas de focalização retórica, de inquirição e de confirmação.

A realização do trabalho autónomo dos alunos é condicionada pelo tempo pré-estabelecido pelo professor para a realização da tarefa. Assim, de forma a cumprir o que planeou (explorar três tarefas em duas horas), Ricardo opta por encurtar o tempo dado aos alunos para trabalhar autonomamente e intercala o trabalho autónomo com discussões coletivas com os alunos. As suas ações variam entre desafiar, informar, sistematizar e pedir para explicar. Para isso, recorre a perguntas de inquirição, confirmação e focalização retórica. Paralelamente aos tipos de ações e de questionamento, Ricardo utiliza diferentes tipos de representação com as quais parece pretender ajudar os alunos na compreensão (i) do enunciado da tarefa; e (ii) da conversão de representações.

É também neste momento que Ricardo e Sandra têm que decidir que ações adotar perante a solução apresentada por Carlos. Aparentemente, Sandra considera que a representação apresentada por Carlos, apesar de correta é demasiado abstrata e desadequada para o resto da turma, enquanto Ricardo considera que é uma boa oportunidade de demonstrar a adequabilidade da utilização do algoritmo da multiplicação nesta tarefa.

No momento de discussão coletiva, Ricardo recorre maioritariamente a ações de informar e dar sugestões e pontualmente pede aos alunos para explicar. Desta forma, as perguntas que coloca são, globalmente, perguntas de focalização retórica e, por vezes, recorre também a perguntas de confirmação fechada.

Durante toda a exploração da tarefa, Ricardo opta por manter no quadro, o registo de todas as representações que utilizou bem como as representações sugeridas pelos alunos, o que parece facilitar a visualização e identificação de conexões entre as representações.

Reflexão pós aula

Nesta sessão de grupo de trabalho (planificação – Anexo 7; instrumento de trabalho – Anexo 8), começo por apresentar aos professores as transcrições dos diferentes momentos da aula (sem identificar os professores responsáveis pela dinamização) e peço ao grupo para refletirmos um pouco nas ações dos professores.

Sónia: Um [professor] pede à aluna para explicar o exercício, não é? . . .

Para ser ela a explicá-lo... Para ser ela a explorar e para perceber se realmente os alunos percebem [o enunciado da tarefa]...

Ricardo: Para perceber o texto... . . .

Sandra: E depois aqui no segundo trecho nós percebemos que há miúdos que pensam que o Dorin toma seis comprimidos numa hora... É importante ver até que ponto eles percebem aquilo que se lhes pede senão não vão conseguir fazer o exercício... . . . Acho que aqui o professor fez também a ligação com o aluno. Tentou colocar o aluno no lugar do Dorin...

Para os professores a compreensão do enunciado é, naturalmente, um elemento chave para a resolução de uma tarefa. Desta forma, por vezes pedem aos alunos que interpretem o enunciado da tarefa e questionam-nos de modo a perceber se estes compreendem as condições do problema. Sandra refere que nesta tarefa, uma das estratégias que utilizou se prendeu com tentar fazer “a ligação com o aluno” ao conduzir

os alunos no estabelecimento de conexões entre o enunciado da tarefa e as representações das vivências dos alunos. Nesse sentido, questiono os professores relativamente à decisão de voltar a explorar o enunciado da tarefa durante o trabalho autónomo dos alunos, quando essa exploração foi feita anteriormente durante a introdução da tarefa:

Sónia: Se percebes que não estão a atingir [compreender o enunciado da tarefa]... Mais vale parar e voltar à introdução do que deixar que eles continuem e empanquem ali!

Sandra: Eles estavam a ir num caminho completamente errado... Não faria sentido estar a deixar os alunos continuarem a resolver nesse ponto de vista... . . . [No fim] O professor coloca mesmo o aluno no caso do Dorin... O professor já fez a ligação, tentando colocar o aluno na pele do Dorin...

Os professores referem que a decisão de voltar a explorar o enunciado da tarefa é uma decisão ponderada e baseada nas dificuldades que sentem por parte dos alunos. Consideram fundamental “voltar à introdução” sempre que sentem que os alunos têm dificuldades em interpretar o enunciado da tarefa, independentemente do momento da tarefa em que se encontram.

Em seguida, perante as representações utilizadas pelos alunos (Figura 31), os professores referem:

horas	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
comprimidos	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		

Figura 31 – Representação icónica analisada na sessão de reflexão pós aula.

Sónia: . . . Organizou de 8 em 8 horas, um comprimido, dois comprimidos, três comprimidos... (Figura 31)

Ricardo: Meu [aluno] não é!

Sónia: Posso dizer-te que me lembro da pergunta que lhe fiz... . . . “Então quanto tempo vais demorar até terminar a caixa dos comprimidos?”... Porque aqui, o que tu consegues ver é: oito, oito, oito, oito... Um comprimido, dois comprimidos... Mas no fundo, não conseguiste organizar a te dar os dias... O tempo! Ele disse que ia contar o número de oitos e depois ia ver quanto tempo era...

Sandra: Eu não considero isto uma tabela de frequências...

Carla: Adaptada ao 3.ºano... É... É uma tentativa de...

Sónia: . . . Faltava aí uma coluna [para simbolizar o outro irmão]...

Os professores interpretam a representação utilizada pelo aluno e tentam perceber o raciocínio e a estratégia inerentes à representação escolhida. Sónia identifica com facilidade a representação como sendo de um dos seus alunos e relata ao grupo de que forma interagiu com o aluno em questão, descrevendo o tipo de perguntas a que recorreu. Na sua perspetiva, através do seu questionamento, Sónia deu sugestões para que o aluno conseguisse utilizar e interpretar a representação escolhida de forma a dar resposta às questões do enunciado da tarefa.

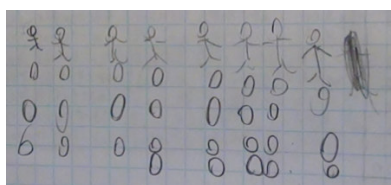


Figura 32 – Representação icónica analisada na sessão de reflexão pós aula.

Sandra: Aqui (Figura 32) o menino não percebeu... Ele achou que tinha oito crianças e que cada uma tomou um comprimido... Ele tentou [fazer um esquema], mas não estava correto... . . . [Eu perguntaria:] “Porque é que tinha desenhado oito meninos?”... “Porque é que estava a distribuir os comprimidos pelos oito meninos?”... “O que é que lhe era pedido no enunciado?” . . .

Ricardo: Aqui, a primeira coisa que eu fazia era... “Explica-me lá o que fizeste!” ... Claro! Porque só de olhar para aí... Sei lá o que ele pensou!

Na segunda representação apresentada, os professores concordam que através da representação do aluno podem concluir que este não conseguiu escolher uma representação e uma estratégia adequadas para a resolução da tarefa. No entanto, concluem também que apenas através da observação de uma representação pode ser difícil compreender o raciocínio dos alunos e enumeram algumas perguntas que poderiam fazer na sala de aula. Em seguida, os professores analisam a representação de Bruno (Figura 30):

Sandra: Fez a contagem das horas!

Sónia: E agrupou em comprimidos! Em dias! Um dia... 8,16,24! Três comprimidos num dia!

Ricardo: Este [aluno] é meu! . . . [Representou] É um [irmão] que toma de oito em oito e o outro [irmão] que toma de seis em seis!

Sandra: É os momentos em que toma o comprimido!

Sónia: Por isso é que um está dividido em seis e o outro está dividido em oito! Vês? Foi um aluno teu!! Está muito giro!! . . . E que se repete! . . .

[Apesar de não ser uma representação simbólica] É uma representação

muito mais à frente! Digo-te já! É um esquema, mas é um esquema bem pensado! Para mim, dos três é o que está [melhor]...

As professoras mostram-se surpreendidas com a representação e estratégia deste aluno, que Ricardo identifica rapidamente como sendo seu. Para além de considerar a representação adequada à resolução da tarefa, Sónia considera que a representação “muito à frente” evidencia um raciocínio e uma estratégia “bem pensados”.

Quando analisamos as representações dos professores, estes centram-se menos na representação específica e refletem um pouco mais nas escolhas que fazem.

Sónia: É importante traduzir [as representações verbais dos alunos] para esquema ou para... Que os outros consigam perceber... Do abstrato para o concreto! . . .

Sandra: É importante que os outros consigam perceber o que é que o colegas lhes está a explicar... Nós percebemos o que o aluno nos está a transmitir... Porque já fomos ao lugar dele [durante o trabalho autónomo]. Ele já nos explicou o esquema que fez! E é importante os colegas perceberem as diferentes estratégias e que nem toda a gente resolve da mesma maneira!

Para o grupo, o papel do professor inclui informar os alunos sobre tratamentos e conversões de forma a conduzi-los ao estabelecimento de conexões entre representações. Consideram ainda as representações verbais dos alunos como “abstratas” na medida em que sentem necessidade de as “traduzir” para representações icónicas.

A certa altura, o grupo discute sobre a utilização da representação simbólica nesta tarefa (algoritmo da multiplicação) e sobre a exploração dinamizada por Ricardo.

Sandra: [Se um dos alunos apresentasse o 14x8 como resposta...] Era mesmo perguntar o que é que ele queria dizer com aquilo... [Porque] Está certo...

Ricardo: Porque dá o número [total] de horas!

Sandra: Eu quando vi isto... Achei que não era a estratégia mais simples para os alunos perceberem... Mas [a estratégia] não estava errada! Agora pareceu-me a mim, perante a turma... Que se calhar não era a melhor forma de eles perceberem...

Ricardo: [Eu pensei:] “Não vai ser fácil [explicar]...”

Sandra: Então foi ver quantas horas precisava... Um dia são vinte e quatro...

Sónia: Dois são quarenta e oito...

Sandra: Foi ver quantos dias precisava para chegar às 120 horas... Dividiu as 120 horas pelos dias!

Ricardo: . . . Tinhas que multiplicar os comprimidos pelas horas e depois dividir por 24 para saber os dias!

Sandra: . . . Isto a mim pareceu-me o caminho mais difícil... Mas os miúdos entenderam! . . .

Ricardo: . . . Foi o Carlos que a deu [propôs a representação] e nós primeiro começámos a dizer que estava errado... “Não dá para fazer assim...” E depois começaste a explicar de outra maneira e eu fiquei quieto... Mas fiquei a pensar... Fiquei a pensar naquilo... “Mas o miúdo tem razão! Isto vai!! Quer dizer... Isto vai dar por um caminho complicado... Mas isto vai dar!”

Sandra: Eu não estava a conseguir desbloquear o aluno... Eu própria fiquei a achar que ele estava a ir no caminho mais errado [difícil]...

Sandra e Ricardo refletem sobre a decisão de explorar coletivamente em sala de aula a representação proposta por Carlos. Ambos admitem que se sentiram renitentes em explorar/explicar a representação do aluno, ponderando considerá-la incorreta. Na ótica de Sandra, a representação escolhida pelo aluno representa um raciocínio demasiado abstrato e pouco compreensível para a maioria dos alunos de Ricardo, o que elevaria demasiado o nível de dificuldade da tarefa para a turma. No entanto, considera que após a explicação do professor, ficou surpreendida ao constatar que muitos dos alunos, na sua perspetiva, compreenderam por que razão a representação simbólica da multiplicação era uma das representações adequadas para encontrar a solução da tarefa.

Ricardo refere-se ainda à utilização de representações simbólicas na sala de aula:

Ricardo: [No entanto] Para eles [alunos], a representação formal, com algoritmos e com... É sempre mais difícil...

Sónia: Nem sempre...

Ricardo: Quase sempre! Para os meus é quase sempre! Eu [pessoalmente] também trabalho mais assim! Trabalho muito mais com esquemas e desenhos do que com representações formais... . . . [Mas] acho que sim... [Que é importante apresentar as representações formais]... Para eles associarem uma coisa à outra!

Ricardo considera que a compreensão de representações simbólicas é difícil para os alunos. No entanto, refere também que não desvaloriza a importância de utilizar e compreender este tipo de representações e indica recorrer muitas vezes a representações icónicas e pictóricas como forma de conduzir os alunos ao estabelecimento de conexões entre os diferentes tipos de representação.

De uma forma geral, ao lhes serem mostradas as transcrições anonimizadas, os professores focam-se primeiramente em desvendar quem são os interlocutores que surgem nos trechos apresentados. Assim, a anonimização não se revelou uma boa estratégia, na medida em que pretendia que os professores refletissem mais profundamente nas suas ações.

Durante a análise das representações dos alunos, fora do ambiente de sala de aula, os professores centram-se em quatro aspetos: (i) interpretar a representação do aluno; (ii) analisar a correção da estratégia e a adequação da representação escolhida (iii) identificar a tipologia de perguntas passível de ser colocada ao aluno e (iii) validar ou invalidar a resposta do aluno. Para uma representação ser considerada adequada à resolução de uma tarefa deve evidenciar um raciocínio e estratégias igualmente adequados.

Ao refletirem sobre a aula, outro aspeto debatido pelos professores prende-se com a escolha das representações e estratégias que serão apresentadas aos alunos durante os momentos de discussão coletiva. Assim, os professores parecem considerar que quando uma representação ou estratégia de um determinado aluno é demasiado abstrata ou desadequada para o que entendem ser o nível de compreensão da maioria da turma, os professores optam por não explorar coletivamente a resposta desse aluno.

6.3. Momento de trabalho Nº 3 – Tarefa “A visita de estudo”

Sessão de preparação da aula

Para esta sessão desafiei o grupo a propor algumas tarefas para discussão (planificação – Anexo 5). Desta forma, os professores propuseram a exploração da tarefa 2.2.1 do manual dos alunos (Anexo 6) e começaram por tentar prever as respostas que obteriam por parte dos alunos:

Sandra: Aqui no 2.2.1 eles vão dizer que vão só dois adultos...

Carla: Eu também diria dois adultos... Não vais dividir um ao meio, pois não? Porque é 2,4! Portanto 2,4 é 2!

Sandra: Exatamente! Eles vão dizer que só vão dois adultos por cada 24...
Em cada autocarro!

Carla: Só!

Ricardo: Não vão dois...

Sandra: Sim, mas o que eles vão dizer é que são dois!

Carla: Não!!! Aí são dois!

Sandra: Não! São três! Porque por cada dez tens que levar um!

Carla: Mas se só levas 24!

Sandra: Então mas aqueles quatro têm que ir com mais um... Porque cada dez... É obrigatório ir... . . .

Sónia: Essa interpretação do 2,4 é que tens dois adultos para vinte crianças e depois outro adulto para essas quatro que sobram... E podes fazer por autocarro... E dizes que vão 3 adultos por autocarro... Ou podes fazer à totalidade das crianças... E aí... Porque se for... Três adultos por autocarro vai dar um número... Se for um adulto por cada dez crianças vai-te dar outro número!

Durante a sessão de preparação da aula, a exploração da tarefa suscita muita discussão. Os professores reconhecem que há duas formas possíveis de interpretar a tarefa, mas enquanto Sónia, considera as duas interpretações como estando corretas, Sandra e Carla mostram-se renitentes em considerar como correta a interpretação que implica considerar a totalidade das crianças (96:10) e Ricardo, inicialmente, apenas considera essa interpretação (96:10) como acertada. O grupo acredita que a maioria dos alunos determinará o número de adultos, calculando o número de adultos por autocarro (24:10). No entanto, a forma como deverão interpretar o resultado obtido (2,4) causa novamente divergência no grupo. Ricardo, Sandra e Sónia consideram que perante o resultado 2,4 devem considerar 3 adultos, pois ao fazer a transposição para a realidade, o 0,4 corresponde a 4 alunos que terão que ser igualmente supervisionados por um adulto. Por sua vez, Carla opta por fazer um arredondamento por defeito e refere que 2,4, sendo inferior a 2,5 “arredonda a 2”. Face à existência de duas possibilidades de interpretação do enunciado da tarefa, os professores discutem a importância das suas ações durante a exploração da tarefa em sala de aula:

Sandra: Eles não te vão pelo total... Eu do que fiz [noutras turmas]... (silêncio) Se calhar porque eu também os orientei nesse sentido... Era por autocarro... E não por total... . . . Eles vão achar que são só dois adultos por autocarro e depois vão multiplicar... . . . Acho que sim... Que eles vão fazer por autocarro... . . . O pior é que é assim... Aquilo que eu vou explorar é exatamente aquilo que eu estava a dizer... Para mim faz sentido que seja assim [calcular por autocarro]... [Se um aluno me responder que são dez adultos] Eu vou-lhe perguntar onde é que ele foi buscar os dez adultos! . . . Mas o problema é que nós na prática... Não levamos os adultos em função dos alunos no total... Nós... Se vão 24 alunos em cada autocarro...

Ricardo: Eu [para resolver esta tarefa] pensei na lógica! Porque é assim... Nos autocarros não interessa muito quantos adultos vão... Interessa

quantos adultos vão em cada autocarro? Não! Interessa é saber quantos vão à visita!

Sandra: Oh Ricardo mas é o que estava a dizer ... Se calhar os meus alunos resolveram assim... Porque eu também os orientei nesse sentido...

Sandra reflete um pouco relativamente a outros momentos em que explorou esta tarefa com outras turmas e conclui que o facto dos alunos interpretarem esta tarefa apenas de uma das formas possíveis, pode ter sido influenciado pelo modo como a professora analisou previamente a tarefa (baseada nas suas vivências), na medida em que conduziu os alunos nesse sentido. À semelhança da colega, Ricardo considera que da mesma forma que Sandra alega que a sua resposta se baseia no que sucede em “visitas de estudo reais”, a sua experiência, baseada também nas suas vivências orientou-o a resolver a tarefa de outra forma. Assim, Sandra e Ricardo concluem que quando os professores consideram que uma das interpretações é mais válida do que a outra, condicionam inadvertidamente os alunos no seu processo de resolução.

Sónia: Este aqui vai demorar algum tempo a fazer... Digo-te já! Eu acho!

Sandra: Se calhar é assim... Deixamo-los explorar... E depois corrigimos aquilo que...

Sónia: Acho mesmo! E acho que o 2.2 acaba por ser uma sistematização do 2.1! [É uma repetição]... Mas nem sempre é mau! Porque imagina que eles não perceberam bem...

Sandra: Mas aqui é diferente... É ao contrário!

Perante o facto de a tarefa ter duas interpretações possíveis, que se podem basear em diferentes vivências, Sónia e Carla ficam um pouco apreensivas. Sónia acredita que o trabalho autónomo dos alunos e, conseqüentemente, a discussão coletiva demorarão um pouco mais do que pretendem para esta tarefa. Mais uma vez, Sandra refere-se ao papel do professor durante a exploração da tarefa e sugere que, perante as dificuldades que possam ou não surgir, cada professor decida relativamente às ações que deve tomar. Por sua vez, Sónia, sugere que ao invés de propor aos alunos três tarefas diferentes na mesma aula, que se resolvam duas tarefas de resolução de problemas e a tarefa 2.2 como exercício, de forma a “sistematizar e consolidar conhecimentos”, mas o grupo mantém a decisão e opta por manter a tarefa 2.2 como reserva para o caso de alguns alunos resolverem todas as tarefas rapidamente.

Relativamente às representações que serão utilizadas, o grupo prevê que surjam representações icónicas na forma de esquemas e considera que nenhum dos alunos

recorrerá ao algoritmo da divisão porque esse conteúdo ainda não foi trabalhado na sala de aula.

Depois da sessão de preparação da aula terminar, Carla sugere que se substitua a tarefa “Visita de estudo” por outra semelhante, por não se sentir confortável com a existência de duas interpretações possíveis do enunciado da tarefa (sendo que não concorda com uma delas), mas o grupo decide manter a escolha feita.

De forma geral, o facto de a tarefa ter duas possíveis interpretações possíveis gera alguma apreensão no grupo, especialmente em Carla que se mostra renitente em explorar a tarefa em sala de aula com os seus alunos. Para além das questões que poderão surgir associadas àquele facto, o grupo considera que a interpretação do número decimal (2,4) poderá ser problemática (à semelhança do que aconteceu com os professores), podendo a exploração da tarefa ser morosa. Sandra leva o grupo a refletir relativamente ao papel do professor na exploração da tarefa, na medida em que considera que a forma como este a analisa inicialmente (antes de a explorar com os alunos na sala de aula) condiciona a forma como interagirá com a turma durante a sua exploração em sala de aula.

Turmas da Carla e da Sónia – Dinamização feita por Carla

Introdução da tarefa

De acordo com o que tinha sido combinado durante a preparação da aula, os alunos de Carla e Sónia realizam a tarefa conjuntamente. Apesar de Carla se mostrar renitente com a exploração desta tarefa, o grupo decide que será a responsável pela sua dinamização.

Carla: Vamos aqui para a 2.2, ok? (Professora lê o enunciado)

Carla: Vamos cá reformular! Luís! Quantos autocarros é que temos?

Luís: Quatro!!

Carla: Quantos alunos cabem no autocarro? (silêncio prolongado)
Cinquenta? (silêncio prolongado) Então? O que é que me diz o enunciado?

Luís: Vinte e quatro!

Carla: Ah... Então vão vinte e quatro alunos nos quatro autocarros?

Laura: Não...

Carla: Então? (silêncio prolongado) Quantos alunos é que vão por autocarro?

Laura: Dez...

Carla: Alunos? Vão dez alunos por autocarro? Lê lá em voz alta o problema todo...

Laura: “Sabendo que vão vinte e quatro alunos em cada autocarro”...

Carla: Então quantos alunos é que vão em cada autocarro?

Laura: Vinte e quatro!

Carla: Ah! E quantos autocarros temos?

Laura: Quatro!

Carla: E quais são as perguntas que nós temos que responder? (silêncio prolongado) É só uma?

Laura: Não... Quantos alunos... Vão... (silêncio)... Em cada autocarro...

Carla: Quantos alunos vão em cada autocarro... Não... Quantos alunos vão na visita! Certo? E depois... Quantos adultos vão a acompanhar! Qual é o dado que nos dão relativamente aos adultos relativamente aos alunos?

João: Cada.... Cada dez vai levar um adulto!

Carla: Cada dez vai levar um adulto, certo? Bom trabalho!

A introdução da tarefa decorre de forma rápida e concisa. Carla dá sugestões para salientar a interpretação do enunciado da tarefa, questionando os alunos através de questões de confirmação fechada (“Quantos alunos é que vão por autocarro?”, “Qual é o dado que nos dão relativamente aos adultos relativamente aos alunos?”) e de focalização retórica (“Quantos alunos vão na visita! Certo?”, “Cada dez vai levar um adulto, certo?”). Assim, Carla orienta os alunos de forma a que estes se foquem nas informações relevantes para a resolução da tarefa (número de alunos, números de autocarro, relação entre número de alunos e adultos e identificação das tarefas que é necessário responder).

Trabalho autónomo dos alunos

Os alunos trabalham individualmente e autonomamente enquanto Sandra, Sónia e Carla observam o seu trabalho. As três professoras começam por discutir brevemente a tarefa em surdina, enquanto os alunos trabalham e Carla senta-se inicialmente na sua secretária a explorar novamente a tarefa, enquanto Sandra e Sónia intervêm junto da turma.

André: Já percebi! Sobram quatro alunos por cada autocarro! . . .

Sandra: Um adulto por cada dez alunos... Mas em cada autocarro vão vinte e quatro alunos...

André: Então vão dois!

Sandra: Vão dois adultos em cada autocarro? Porquê?

André: Sim! Porque faltam os quatro! Tinha que ser doze-doze [cada adulto leva doze]! Porque doze mais doze é vinte e quatro!

Sandra: Então quantos adultos vão?

André: Dois!

Sandra: E os outros quatro meninos vão com quem? Estavas a dizer-me que para irem dois [adultos] eram doze alunos [por adulto]... Mas um adulto só leva dez... Não leva doze... (silêncio) Então? (silêncio) Imagina que vou eu e a professora Carla... Quantos alunos é que nós conseguimos levar?

André: Vinte...

Sandra: Mas cada autocarro leva vinte e quatro alunos... E os outros quatro? . . . Então olha... A próxima vez que tivermos uma visita de estudo... Eu levo dez, a professora Carla leva dez e os outros quatro ficam cá na escola! . . . E agora? Como é que nós resolvemos a situação? (silêncio prolongado) Para podermos ir todos à visita de estudo? (silêncio prolongado) Como é que resolvemos o assunto?

André: Um autocarro leva vinte e oito?

Sandra desafia André a interpretar a solução encontrada questionando-o através de perguntas de confirmação aberta (“Vão dois adultos em cada autocarro? Porquê?”, “E os outros quatro meninos vão com quem?”). Através das respostas de André, Sandra percebe que o aluno resolveu parcialmente a tarefa determinando o número de adultos por autocarro, mas tem dificuldades em interpretar o 2,4 que obteve. Assim, Sandra conduz ao estabelecimento de conexões com as representações das vivências do aluno (transpondo a situação da visita de estudo para uma situação real) questionando André através de perguntas de inquirição (“E agora? Como é que nós resolvemos a situação? Para podermos ir todos à visita de estudo?”). Quando André tenta agrupar crianças para obter vinte e oito alunos no mesmo autocarro, Sandra não invalida a estratégia do aluno e deixa-o a trabalhar autonomamente. Entretanto, Sónia depara-se com a representação simbólica de Joaquim, que surpreende a professora (Figuras 33 e 34).

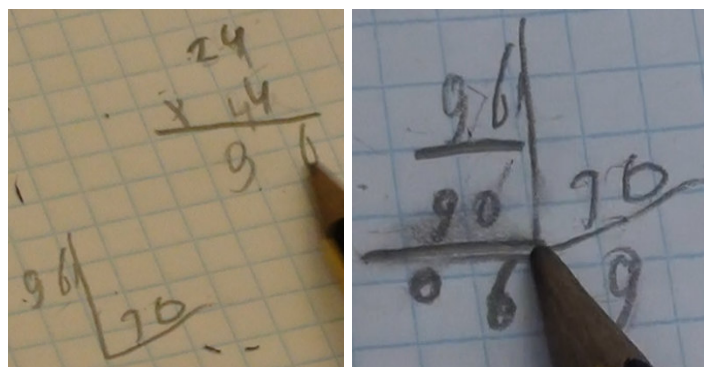


Figura 33 e 34 – Representações simbólicas de Joaquim.

Sónia: Porque é que estás a fazer assim?

Joaquim: Porque... Vão vinte e quatro alunos em cada autocarro... Vão noventa e seis [no total]. Depois... Vão... É o total de alunos que vão

nos autocarros e tenho que saber... . . . Quantos adultos vão em cada autocarro e ... (aluno fica a trabalhar autonomamente)

...

Joaquim: Então... Fiz... Não há nenhum número que vezes dez que dê noventa e seis... Apenas o nove que dá noventa... Então... Coloquei o nove aqui... Como dá nove vezes... Dá noventa que coloquei aqui! Depois... Ai... Depois... Fiz a conta de menos e... Ainda sobram seis crianças... Tem que ir mais um adulto!

Sandra: Mas vão quantos adultos?

Joaquim: Aqui (aponta para o nove) Nove!

Sandra: Mas como, se sobram?

Joaquim: Mas como sobram [seis] tem que ir mais um adulto!

Sandra: Então mas quantos são no total?

Joaquim: Dez!

Joaquim optou por determinar o número de adultos por número total de crianças e resolveu a tarefa através de uma representação simbólica. Sandra desafia-o a interpretar e utilizar a representação escolhida questionando-o através de perguntas de inquirição (“Porque é que estás a fazer assim?”). Entretanto, Carla observa também o trabalho dos alunos e começa a questionar as representações apresentadas:

Carla: Então diz-me lá... Quantos alunos é que vão?

Andreia: Vinte e quatro...

Carla: Vão vinte e quatro alunos? (silêncio) Mas eu perguntei-te quantos alunos é que vão no total à visita!

Andreia: Ah! São noventa e seis!

Carla: Como é que tu chegaste lá?

Andreia: Eu fiz vinte e quatro vezes quatro!

Carla: Porquê?

Andreia: Porque era uma maneira mais rápida!

Carla: Então, mas porque é que é vezes quatro?

Andreia: Porque tem quatro autocarros...

Carla: Ah... Porque tens quatro autocarros! Então e temos o total de quantos alunos?

Andreia: Noventa e seis!

Carla: E agora? O que é que temos que saber a seguir?

Andreia: Aaaa... Quantos adultos vão!

Carla: E o que sabemos relativamente aos adultos?

Andreia: Aaaaa... Por cada dez alunos tem que ir um adulto...

Carla: E como é que vamos fazer isso?

Andreia: (silêncio prolongado) Dez vezes vinte e quatro!

Carla: Dez adultos por cada vinte e quatro alunos?

Andreia: Ai não! Dez vezes...

Carla: Não sei... Vê lá... (Aluna trabalha autonomamente)

Carla pede a Andreia que interprete a representação que escolheu e questiona-a através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos alunos é que vão?”), confirmação aberta (“Como é que tu chegaste lá?”, “Porquê?”) e de inquirição (“E como é que vamos fazer isso?”). A aluna consegue encontrar facilmente o número total de alunos, recorrendo a uma representação simbólica. No entanto, ao tentar utilizar o mesmo tipo de representação para determinar o número de adultos, Andreia sente-se confusa. Carla, decide deixar a aluna trabalhar autonomamente sem sugerir outra representação desafiando-a implicitamente a utilizar a representação escolhida. Depois da sua intervenção junto de Andreia e após a discussão inicial com Sandra e Sónia, Carla volta a debater a tarefa em surdina, desta vez com a investigadora:

Carla: A [solução de encontrar o número de adultos a partir] do total [do número de alunos] está errada!!!

Investigadora: As duas estão corretas...

Carla (interrompe): Não estão! Não estão! Não é possível [um problema com duas soluções diferentes]!! ... Aqui diz-nos que NO AUTOCARRO por cada dez [alunos] vai um adulto! Certo? Então... Aqui... Diz que são por cada dez (alunos)... No autocarro!

Investigadora.: Diz por cada dez... Não diz dentro do autocarro...

Carla: Eu não ia por aí [pelo total]... Eu ia por autocarro!

Investigadora.: Foi essa mesma discussão que tivemos [na sessão de preparação da aula]...

Carla: Mas ... Imagina... Vão [apenas] vinte e quatro alunos a uma visita de estudo e por cada dez alunos tem que ir um adulto DENTRO do autocarro! Isto não tem qualquer questão! É assim! Aqui diz que vão dez! E que vão cheios os autocarros! Eu acho que a resolução é mesmo esta [por autocarro] ... E não é a outra! Minimamente!

Investigadora.: Tens as crianças a fazer das duas maneiras...

Carla: (interrompe)... Até tenho as crianças a fazer mais pelas noventa e seis...!!! (fica pensativa) Bem... Vamos lá!

Carla continua renitente em aceitar como corretas as duas interpretações discutidas primeiramente na sessão de preparação da aula, depois com as duas colegas no início da exploração da tarefa e por último, com a investigadora, durante o trabalho autónomo dos alunos. Para a professora, matematicamente não é possível existirem duas interpretações distintas para a mesma tarefa e o facto de os alunos resolverem das duas formas deixa-a desconfortável por considerar que a maioria está a resolver a tarefa de forma incorreta. Através do seu discurso, parece que Carla acreditava que nenhum dos

alunos (ou pelo menos uma minoria) resolveria a tarefa através da determinação do número de adultos pelo número total de alunos. Quando se apercebe do contrário (“Até tenho as crianças a fazer mais pelas noventa e seis...!!!”) decide aceitar as duas interpretações, apesar de não concordar com uma delas.

Carla: Vamos lá ver o que é que temos que fazer... Num autocarro vão quantos adultos?

Yara: Um!

Carla: Um? Então quantos alunos é que leva um autocarro?

Yara: Vinte e quatro!

Carla: Então e só leva um adulto?

Yara: Não... Porque por cada dez alunos tem que ir um adulto...

Carla: Então quantos adultos vão no autocarro, se o autocarro leva vinte e quatro? . . .

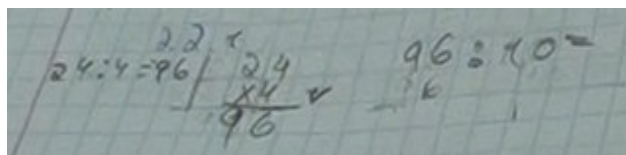
Yara: Três?

Carla: Porquê?

Yara: Porque... Dez mais dez dá vinte e mais quatro dá vinte e quatro!

Carla: E então? Escreve esse teu raciocínio no caderno! Escreve lá!

Yara está a tentar definir uma estratégia e a escolher uma representação adequada para responder à tarefa. Carla privilegia a escolha livre de uma representação, mas sugere implicitamente a forma que considera mais correta para resolver a tarefa (determinar o número de alunos por autocarro). Desta forma, questiona a aluna através de perguntas de confirmação fechada (“Num autocarro vão quantos adultos?”, “Então quantos alunos é que leva um autocarro?”). Quando a aluna interpreta o enunciado da tarefa da forma que pretende, Carla pede-lhe que interprete a representação mental utilizada, questionando-a através de perguntas de confirmação aberta (“Porquê?”, “E então?”) e pede-lhe que registre por escrito a representação que utilizou e descreveu. Enquanto isso, Sandra observa a representação simbólica de Sílvia (Figura 35) e questiona a aluna:



Handwritten mathematical work on grid paper. On the left, there is a division: $24 : 4 = 6$. Above the 24 is written '22', and to the right of the 24 is written '24'. Below the 6 is written '96'. On the right, there is another division: $96 : 10 = 9.6$. Above the 96 is written '96', and to the right of the 10 is written '10'.

Figura 35 – Representação simbólica de Sílvia.

Sílvia: O nove vezes o dez dá noventa... Mas não há nenhum número que vezes dez... Que dê seis...

Sandra: E então? Chegam-te nove? Quantas crianças levam nove adultos...? . . . Explica-me lá outra vez...

Sílvia: Então... Este (aponta para o 10- Figura 35) vezes este (aponta para o 9 de 96) dá noventa... E sobravam seis...

Sandra: E então? Com quem é que vão esses seis?

Sílvia: [Mais um adulto] Tinha que ter dez crianças...

Sandra: Então mas não tem... O que é que acontece a esses alunos?

Sílvia recorreu a uma representação simbólica para determinar o número total de alunos e tenta recorrer novamente a uma representação simbólica para encontrar o número de adultos. A aluna sabe que o poderá fazer recorrendo a uma divisão, mas não conhece o algoritmo da divisão com divisor de dois algarismos nem as regras de divisão por dez. Ao ultrapassar esse obstáculo, sente dificuldade em interpretar o “resto seis” que obtém e assim conseguir resolver a tarefa. Desta forma, Sandra pede à aluna que interprete a representação utilizada, questionando-a através de perguntas de confirmação aberta (“E então? Chegam-te nove?”, “O que é que acontece a esses alunos?”). No final, deixa a aluna trabalhar mais um pouco autonomamente.

Discussão coletiva

Depois dos alunos trabalharem autonomamente, Carla prossegue com a discussão coletiva da tarefa em sala de aula.

Carla: Ora vamos lá! Nós tínhamos que responder obrigatoriamente a quantas perguntas?

Alunos: Duas!

Carla: Então eu agora quero que a Diana me responda à primeira pergunta... A primeira pergunta era saber o quê? Quantos alunos é que foram à visita, certo? Como é que chegaste lá? Ou que resposta é a tua?

Diana: Eu fiz as contas!

Carla: Que contas?

Diana: Quatro vezes vinte e quatro!

Carla: Quatro vezes vinte e quatro (registra no quadro através de representação simbólica) Porquê? (silêncio) Porque é que me aparece este quatro? (silêncio)

Diana: Porque são quatro autocarros!

Carla: Porque são quatro autocarros e iam quantos alunos por autocarro? (silêncio prolongado) Quantos alunos é que iam por autocarro?

Diana: Vinte e quatro...

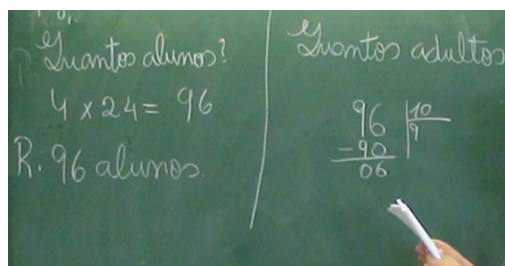
Carla: Vinte e quatro... E vai dar quanto?

Diana: Noventa e seis!

Carla: Noventa e seis! Então a resposta seria... Noventa e seis alunos, certo?

Carla pede a Diana que interprete a representação que utilizou para responder à primeira pergunta da tarefa. Para isso, questiona-a através de perguntas de confirmação fechada (“A primeira pergunta era saber o quê?”), confirmação aberta (“Porquê? Porque é que me aparece este quatro?”) e perguntas de focalização retórica (“Quantos alunos é que foram à visita, certo?”). De seguida, a professora inicia a discussão da segunda questão da tarefa.

Carla: Tínhamos aqui o segundo passo que era saber quantos adultos!
Joaquim... Vem ao quadro se faz favor? Vens fazer e vais explicar aos teus colegas como é que fizeste...
Joaquim: Eu vi quantos alunos é que foram... E dividi por dez... Que era [para descobrir] os adultos (começa a representação simbólica no quadro-Figura 36).



The image shows a green chalkboard with handwritten mathematical work. On the left, under the heading "Quantos alunos?", the calculation $4 \times 24 = 96$ is written, followed by "R. 96 alunos". On the right, under the heading "Quantos adultos?", a division problem is shown: $96 \div 10$. The quotient "9" is written above the line, and the remainder "6" is written below it, indicating $96 \div 10 = 9 \text{ R } 6$.

Figura 36 – Representação simbólica de Joaquim.

Carla: Olha... E como é que tu sabes fazer essa conta de noventa e seis a dividir por dez?
Joaquim: Pela tabuada do dez? Vi pela tabuada do dez qual é o número que me dá noventa e seis ou perto...
Carla: E qual é que é?
Joaquim: É o nove! (aluno completa o algoritmo da divisão – Figura 36)
Carla: Então e daí que resultado é que tiraste?
Joaquim: São nove [adultos] mas com resto de seis [alunos]... Mas como os [seis] alunos não podem faltar [à visita de estudo] . . . Então ponho mais um adulto!
Carla: Então e no total?
Joaquim: Foram dez adultos!

Carla pede a Joaquim que interprete as representações que utilizou e as apresente aos seus colegas. À semelhança de outros alunos, Joaquim recorreu a representações simbólicas para resolver a tarefa e a professora questiona-o através de perguntas de confirmação aberta (“E como é que tu sabes fazer essa conta de noventa e seis a dividir por dez?”, “Então e daí que resultado é que tiraste?”). Joaquim consegue explicar sem

dificuldades como utilizou as representações utilizadas e Carla prossegue com a discussão coletiva:

Carla: Eu considero a resposta do Joaquim certa... Mas eu posso ter aqui uma conta diferente... E ter aqui um número [resultado] diferente do dele! Yara, vem cá! A Yara é uma aluna que está a chegar lá por outra forma... Portanto... Vamos lá!

Yara: Fiz... Dez mais dez que dá vinte e depois mais quatro... Que dá vinte e quatro!

Carla: O que me dá quantos adultos? (silêncio prolongado) Porque é que fizeste dez mais dez?

Yara: Porque dá vinte...

Carla: Sim... Dez mais dez dá vinte... (silêncio) Mas agora porque é que é dez? (silêncio prolongado) ... Tu disseste-me ali que nos vinte e quatro [alunos], quantos adultos é que iam? Por esse teu raciocínio?

Yara: Três...

Carla pede a Yara (a aluna com quem falou anteriormente durante o trabalho autónomo dos alunos) que explique como utilizou e interpretou a representação utilizada. Para isso, questiona a aluna através de perguntas de confirmação aberta (“Porque é que fizeste dez mais dez?”) e de confirmação fechada (“Tu disseste-me ali que nos vinte e quatro, quantos adultos é que iam?”). No entanto, enquanto trabalhava autonomamente, a aluna não conseguiu escolher uma representação que considerasse adequada e tem dificuldade em explicar o seu raciocínio aos colegas. Desta forma, Carla intervém:

Carla: Três! Então vamos lá pôr... Estavas a dizer-me que... Dez, mais dez, mais quatro (escreve no quadro através de representação simbólica) que é igual a ... Vinte e quatro! (Figura 37a) Estavas-me ali a explicar... Que estavas a pôr dez porque aqui (desenha uma seta junto ao 10 – Figura 37b)... Quantos adultos é que vão?

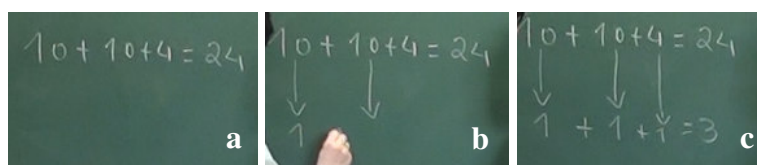


Figura 37 – Representação icónica (na forma de esquema com representações simbólicas) utilizada por Carla para materializar as representações mentais de Yara.

Yara: Um! (professora escreve 1 por baixo do 10 – Figura 37b)

Carla: Aqui... Mais um... E aqui... Mais um! (Figura 37c) Então...

Yara: São três... (professora completa a representação icónica)

Carla sugere uma representação icónica (esquema composto por representações icónicas e simbólicas) para materializar a representação mental e ilustrar o raciocínio de Yara. Em seguida, informa os alunos sobre a utilização e interpretação da representação icónica, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos adultos é que vão?”). Carla prossegue:

Carla: Então e estes três adultos iam o quê? Nos quatro autocarros?

Yara: Não...

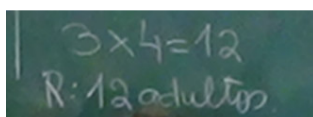
Carla: Então? (silêncio) Iam por quantos? Por quantos autocarros é que iam três adultos? Vinte e quatro é a lotação de quantos autocarros? . . . Para um! Certo? ... (para a turma) Então... Num autocarro.. Vão... (silêncio) Quantos adultos?

Alunos: Três!

Carla: Três! Então no total, quantos é que vão? (silêncio) Como é que eu vou chegar lá?

Inês: Então... É três.. Vezes... Quatro...

Carla: (escreve no quadro – Figura 38) Três vezes quatro... Porquê?



Handwritten text on a chalkboard: $3 \times 4 = 12$ and $R: 12 \text{ adultos}$.

Figura 38 – Representação simbólica de Inês.

Inês: Porque são três adultos por autocarro e são quatro autocarros! . . .

Carla: Então pela estratégia da Yara... Quantos adultos é que vão?

Inês: Doze...

Carla: Está certo ou não está? Alguma dúvida? Alguém achou outra estratégia? Quem é que chegou aos doze [adultos] (dois alunos levantam o braço no ar)... E os outros... Chegaram aos dez...? (alunos acenam afirmativamente com a cabeça em silêncio) . . .

Carla começa por pedir aos alunos que interpretem a representação que utilizou e questiona-os através de perguntas de confirmação fechada (“Então e estes três adultos iam o quê? Nos quatro autocarros?”), confirmação aberta (“Três vezes quatro... Porquê?”) e perguntas de focalização retórica (“Para um! Certo?”, “Está certo ou não está?”). Perante a resposta de Inês (“É três.. Vezes... Quatro...”) a professora transforma a representação verbal da aluna numa representação simbólica que regista no quadro. No final da sua intervenção, Carla questiona a turma de forma a averiguar o número de alunos que resolveu a tarefa através da determinação do número de adultos por autocarros e pelo total de alunos.

De uma forma geral, durante a exploração da tarefa Carla mostra-se relutante em relação à existência de duas interpretações do enunciado possíveis e distintas. Na introdução da tarefa, a professora dá sugestões aos alunos relativamente à forma como devem interpretar o enunciado da tarefa e questiona-os através de perguntas de focalização retórica. No início do trabalho autónomo dos alunos, Carla, Sandra e Sónia discutem novamente entre si a resolução da tarefa e, em seguida, observam o trabalho dos alunos e intervêm quando o consideram necessário. Apesar das três professoras recorrerem a perguntas de inquirição, as suas ações variam um pouco. Assim, Sandra e Sónia desafiam os alunos para utilizar e interpretar as representações utilizadas, enquanto Carla pede para interpretar a representação na estratégia com que discorda, acabando por sugerir uma representação para a estratégia que considera válida. Durante a discussão coletiva de resultados as ações de Carla variam de acordo com a questão da tarefa. Desta forma, na primeira questão da tarefa, pede ao aluno que explique a representação utilizada questionando-o através de perguntas de confirmação e de focalização retórica. Na segunda questão da tarefa, as ações e tipos de questionamento diferem consoante a interpretação que se fez do enunciado. Por um lado, quando a interpretação do enunciado implica encontrar a solução através da determinação do número de adultos a partir do número total de alunos, Carla pede ao aluno que explique a interpretação e utilização da representação escolhida, questionando-o através de perguntas de confirmação aberta. Por outro lado, quando a interpretação do enunciado implica encontrar a solução através da determinação do número total de adultos a partir do número de alunos por autocarro, Carla varia as suas ações pedindo à aluna que explique a interpretação e utilização da representação, sugerindo uma representação icónica e uma representação simbólica para resolver a tarefa e informando os alunos sobre a utilização e interpretação da representação escolhida. Para isso, recorre a perguntas de confirmação e de focalização retórica.

Turma do Ricardo- Dinamização feita por Ricardo

Introdução da tarefa

Na turma de Ricardo a tarefa é dinamizada pelo professor que começa por ler o enunciado da tarefa.

Ricardo: E agora vamos resolver o exercício 2.2.1... Mas para resolvermos o exercício 2.2.1... Está dentro do 2.2, não é?... Precisamos de ler o que está no 2.2, certo? Vamos lá ver o que está no 2.2 (lê o enunciado)

Vanessa: Adultos são quatro!

Ricardo: Adultos são quatro?

Vanessa: Sim! Vai um adulto em cada comboio! Ai! Num autocarro!

André: Não! Não! Porque ali diz que é um adulto por cada dez!

Vanessa: Hum... Então vou fazer de mais ou fazer de menos!

Ricardo: Vá lá Vanessa! Vamos lá!

Vanessa: Professor, estou a pensar!

Cláudio: Professor! É noventa e seis alunos!

Ricardo: Mas é para fazer as duas coisas! Quantos alunos e quantos professores! Quantos adultos e quantos alunos!

Ricardo lê o enunciado da tarefa e os alunos começam a discutir autonomamente a sua interpretação e resolução. Ricardo informa os alunos relativamente à informação relevante do enunciado da tarefa (foca-se nas duas questões do enunciado da tarefa) e acompanha a discussão dos alunos questionando-os através de uma pergunta de confirmação fechada (“Adultos são quatro?”).

Trabalho autónomo dos alunos

Enquanto a turma resolve a tarefa autonomamente e individualmente, Ricardo observa, em silêncio, o seu trabalho. Ao se aperceber das dificuldades dos alunos, parece sentir algumas dúvidas relativamente à possibilidade de existirem duas interpretações do enunciado. Assim, após rever a tarefa com Sandra, por breves momentos, Ricardo opta por discutir coletivamente a primeira parte da tarefa:

Mateus: É noventa e seis alunos!

Ricardo: E os adultos? Como é que sabes que são noventa e seis?

Mateus: Porque é vinte e quatro vezes quatro!

Ricardo: E porque é que é vinte e quatro vezes quatro?

Mateus: Porque é vinte e quatro por cada autocarro e cada autocarro leva um adulto!

Vanessa: Nãoooo! Cada DEZ alunos, tem que ser um adulto!

Ricardo: Pois... Tu resolveste isso bem, mas estás-te a baralhar todo!

Vanessa: Cada dez alunos têm que ter um adulto!!

Ricardo: Então... E porque é que é vinte e quatro vezes quatro?

Mateus: (silêncio enquanto olha para o enunciado da tarefa)... Porque são vinte e quatro alunos e quatro autocarros!!

Ricardo: Porque temos quatro autocarros e cada um tem vinte e quatro alunos, não é?

Mateus: Sim!!

Ricardo: (enquanto simboliza cada autocarro com um dedo das mãos) vinte e quatro num, vinte e quatro noutro, vinte e quatro noutro e vinte e quatro noutro! Dava noventa e seis, não é? Então... Já encontraram os noventa e seis alunos... Agora quero saber... Quantos adultos também!

Mateus responde acertadamente relativamente ao número total de alunos. O professor apercebe-se de que apesar de compreender por que razão há 96 alunos, Mateus está a ter dificuldade em interpretar o enunciado da tarefa, relativamente ao número de adultos, mas opta por focar-se na primeira questão do enunciado da tarefa. Assim, Ricardo pede a Mateus que interprete a representação utilizada, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Como é que sabes que são noventa e seis?”). No final, o professor recorre a uma representação ativa de forma a simbolizar com os dedos cada autocarro retomando depois o trabalho autónomo dos alunos, apesar das tentativas por parte dos alunos de continuar a resolução da tarefa através de discussão coletiva:

Ana: Professor eu sei! Eu estou a pensar...

Ricardo: Estás a pensar... Mas imagina que isto é uma ficha de avaliação! Eu quero que me expliques é aí [no teu caderno]! Para eu depois quando for para casa, “ver e corrigir”! Não quero que tu me digas: “Porque...”! Quero que tu me faças!

Ricardo promove a escolha livre de representações para a resolução da tarefa e pede aos alunos que registem por escrito as suas respostas, conduzindo-os à conversão das representações mentais em representações escritas.

Vítor (desanimado): [A conta] Dá vinte e quatro na mesma!

Ricardo: O que é que dá vinte e quatro na mesma, Vítor? Vinte e quatro é o número de alunos que vai em cada autocarro... Isso está lá escrito [no enunciado]! Não precisas de fazer conta nenhuma... Diz lá [no enunciado]... . . . (professor faz representação pictórica de autocarros – Figura 39)

Ricardo: Quatro autocarros!!

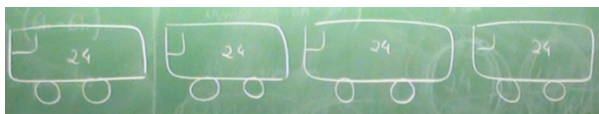


Figura 39 – Representação pictórica utilizada por Ricardo.

Perante o desânimo de Vítor, Ricardo sugere uma representação com o intuito de ajudar os alunos a interpretar o enunciado da tarefa, recorrendo a perguntas de focalização

retórica (“O que é que dá vinte e quatro na mesma, Vítor?”). Em seguida, Vanessa solicita a intervenção do professor de forma a terminar individualmente a discussão que tinha iniciado com Mateus:

Vanessa: Professor posso explicar?

Ricardo: Eu sei que são quatro autocarros e que eles vão cheios!

Vanessa: Cada autocarro vão vinte e quatro...

Ricardo: Vinte e quatro, quê?

Vanessa: Alunos...

Ricardo: Cada autocarro tem vinte e quatro alunos. Assim eu já consigo saber quantos alunos é que são...?

Vanessa: Temos que fazer a conta de quatro vezes vinte e quatro... (aponta para o registo do algoritmo que tem no caderno)

Ricardo (reproduz o algoritmo da multiplicação no quadro): Eu já sei que tenho noventa e seis alunos! E agora, como é que eu sei quantos adultos vão?

Vanessa: Então... (silêncio) Estão a dizer que cada dez alunos... Tem que ir um adulto. E tem que... (silêncio) Noventa alunos vão nove [adultos]!... (silêncio prolongado)

Vanessa explica ao professor como utilizou o algoritmo e Ricardo pede-lhe que interprete as representações utilizadas questionando-a através de perguntas de confirmação fechada (“Vinte e quatro, quê?”), confirmação aberta (“E agora, como é que eu sei quantos adultos vão?”). No entanto, Vanessa não consegue explicar como determinou os nove adultos e o professor prossegue a aula, retomando a discussão coletiva com o reso da turma.

Discussão coletiva

Ricardo dá início à discussão coletiva dos resultados e pede a dois alunos que apresentem as representações que utilizaram.

Ricardo: O Jonas fez aqui de uma maneira fácil de perceber... Diz lá Jonas...

Jonas: São... Dez alunos e vai um adulto... Então fiz os noventa [alunos] que vai até ao nove [adultos].... (Ricardo reproduz uma representação icónica idêntica à do aluno no quadro – Figura 40)

adultos	1	2	3	4	5	6	7
alunos	10	20	30	40	50	60	70

8	9	10		
80	90	100		

Figura 40 – Representação icónica utilizada por Ricardo, semelhante à representação de Jonas.

Ricardo: O Jonas não fez [esta] tabela... Mas fez o conteúdo da tabela... O que ele fez foi isto... Não foi, Jonas (aluno acena afirmativamente com a cabeça)? Puseste aqui... Um adulto... São quantos alunos?

Jonas: Dez... (professor escreve “10” por baixo do número “1”)

Ricardo: Não foi? Foi isso que fizeste aí no teu caderno... Então... Como é que eu continuo esta tabela? Por cada dez alunos, vem um adulto, certo?

Vanessa: Então... Vinte alunos... Vão dois!

Ricardo: Três adultos...

Alunos: Trinta!!! (continuam até chegar ao nove adultos e noventa alunos)

...

Ricardo reproduz no quadro a representação que Jonas utilizou no quadro, mas altera ligeiramente a representação do aluno, tentando torná-la mais perceptível para a turma. Em seguida pede-lhe que interprete a representação que utilizou, questionando-o através de perguntas de focalização retórica (“Não foi?”, “Por cada dez alunos, vem um adulto, certo?”), confirmação fechada (“Um adulto... São quantos alunos?”, “Como é que eu continuo esta tabela?”). Desta forma, seguindo as instruções da turma, o professor completa os dados na representação icónica que reproduziu no quadro).

Ricardo: Noventa e seis! Então eu só tenho mais seis alunos! Posso levar mais um adulto, ou não?

Alunos: Não!

Jonas: Tem que ser dez!!!

Ricardo: Tem que ser dez adultos?

Alunos: Não!!! ...

Ricardo: Este (aponta para o “1”) leva [adulto] dez [alunos]... Dois adultos levam vinte, três levam trinta, quatro levam quarenta... Nove adultos, levam noventa crianças! E as outras crianças vão com quem? (silêncio prolongado) Vão ficar na escola? (silêncio prolongado) Tem que ir mais um adulto com eles, não é? Então... Nós... Apesar de não termos os cem alunos... Precisamos à mesma de dez adultos... Porque estas seis

crianças, não vão sozinhas, pois não? Se cada adulto leva dez e sobram mais seis crianças... Precisamos de mais um adulto para estas seis crianças... Sim? Está?

Ricardo desafia os alunos a interpretar a representação icónica reproduzida no quadro, questionando-os através de perguntas de inquirição (“Posso levar mais um adulto, ou não?”, “Tem que ser dez adultos?”). Ao fazê-lo provoca nos alunos uma divergência de opiniões. Assim, apesar da maioria considerar que apenas se poderão considerar nove adultos, alguns alunos, tal como Jonas, consideram que serão necessários dez adultos. Tendo em conta que nenhum desses alunos consegue explicar como interpretou a representação reproduzida no quadro de forma a determinar a necessidade de dez adultos, o professor altera as suas ações e começa por dar sugestões para salientar a interpretação da representação, questionando os alunos através de perguntas de confirmação aberta (“E as outras crianças vão com quem? Vão ficar na escola?”). Perante os momentos de silêncio prolongado, Ricardo altera novamente as suas ações e informa a turma relativamente à interpretação da representação reproduzida no quadro, questionando os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Tem que ir mais um adulto com eles, não é?”, “Sim? Está?”). Em seguida, o professor solicita a Mauro que apresente a solução que encontrou para resolver a tarefa:

Ricardo: Então, mas nós poderíamos ter resolvido isto de uma maneira diferente... Que daria outro resultado... Mauro... Explica lá... (Mauro vai ao quadro reproduzir a representação que utilizou) . . . Vamos prestar atenção à resolução do Mauro... Explica lá aos teus colegas o que estás a fazer (Figura 41)...

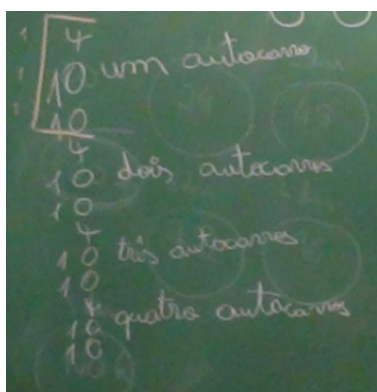


Figura 41 – Representação icónica (esquema com representações simbólicas) de Mauro.

Mauro: Se são vinte e quatro alunos em cada autocarro... Se cada dez alunos vão com um adulto... Dez vão com um adulto, mais dez vão com outro adulto e os quatro [que sobram] vão com outro adulto...

Ricardo: Estão a perceber o que o Mauro está a fazer? O Mauro está a fazer por autocarro! Nós fizemos o total e dividimos por adultos, não foi? O Mauro está a fazer em cada autocarro! Olha aqui... Isto (completa a laranja o esquema utilizado por Mauro) é um autocarro! Leva dez alunos, mais dez alunos, mais quatro alunos! Leva vinte e quatro! Não é? Um autocarro leva vinte e quatro alunos! O que o Mauro diz é que estes dez alunos levam um adulto (escreve “1” a laranja – Figura 41), estes dez [alunos] levam outro adulto e estes quatro não podem ir sozinhos... Têm que levar também um adulto! Estão a perceber!?

Alunos: Sim!

Ricardo pede a Mauro que explique como interpretou e utilizou a representação que escolheu. Depois da explicação de Mauro, o professor informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes da interpretação e utilização da sua representação, questionando a turma através de perguntas de focalização retórica (“Nós fizemos o total e dividimos por adultos, não foi?”, “Leva vinte e quatro! Não é?”). Em seguida, o professor solicita novamente a intervenção do aluno:

Ricardo: Então... Explica aos teus colegas... Quantos adultos é que vão!?

Mauro: Doze!

Ricardo: Doze adultos! Pela maneira que nós tínhamos aqui feito primeiro... Quantos adultos é que iam?

Alunos: Dez!!

Ricardo: Mas... Da maneira como o Mauro resolveu... Que também está correta!! Estão ambas corretas! ... O Mauro fez por autocarro! ... Então se eu tenho aqui (aponta para o “primeiro autocarro” de Mauro três adultos... Aqui também vou levar... Um, dois, três adultos (aponta para o “segundo autocarro”), um, dois, três adultos (aponta para o “terceiro autocarro”), um, dois, três adultos (aponta para o “quarto autocarro”).

Alunos: Doze!

Ricardo pede a Mauro que apresente a representação que utilizou e conduz os alunos ao estabelecimento de conexões entre as duas representações e as duas interpretações do enunciado da tarefa. Para isso questiona a turma através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos adultos é que vão!?”, “Quantos adultos é que iam?”). No final da sua intervenção volta a informar os alunos sobre as informações mais relevantes da interpretação e utilização da representação utilizada por Mauro, sem recorrer ao questionamento da turma.

De uma forma geral, à semelhança do que aconteceu na sala de Carla, os professores discutem novamente as interpretações do enunciado possíveis para esta

tarefa. Durante a introdução da tarefa, Ricardo informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes do enunciado da tarefa, questionando a turma através de perguntas de confirmação fechada e acompanha a discussão que surge entre os alunos, optando por não intervir. Em seguida, os alunos procuram resolver a tarefa durante o momento de trabalho autónomo dos alunos. Quando intervém junto dos alunos, Ricardo pede-lhes que interpretem a representação utilizada, conduz à conversão de representações mentais em representações escritas e apesar de inicialmente promover a escolha livre de representações, no final sugere o recurso a uma representação pictórica de forma a facilitar a compreensão do enunciado da tarefa por parte dos alunos (depois de ter sugerido uma representação ativa para o mesmo efeito). Na discussão coletiva Ricardo começa sempre por pedir aos alunos que expliquem como interpretaram e utilizaram as representações escolhidas, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada e de focalização retórica. Em seguida, mediante as respostas dos alunos e as dificuldades que apresentam o professor: (i) desafia o aluno a interpretar a representação utilizada recorrendo a perguntas de inquirição; (ii) sugere como interpretar a representação, recorrendo a perguntas de confirmação aberta ; ou (iii) informa a turma relativamente à forma como se interpreta a representação utilizada, recorrendo a perguntas de focalização retórica ou optando por não questionar os alunos.

Reflexão pós aula

Nesta sessão de grupo de trabalho (planificação – Anexo 9; instrumento de trabalho – Anexo 10), os professores analisam algumas das representações utilizadas pelos alunos nas duas aulas (Figura 42):

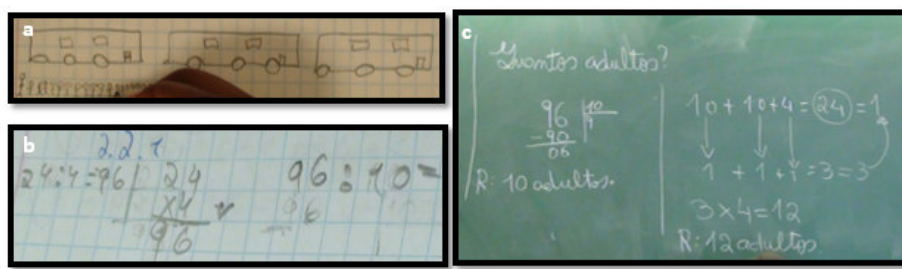


Figura 42 – Representações dos alunos analisadas na sessão de reflexão pós aula.

Sónia: A primeira é uma representação que visualmente os ajuda a organizar o raciocínio, mas depois falta a parte complementar formal,

não é? Se calhar a segunda para os alunos [é a representação mais adequada]... Para aquele aluno faz sentido, mas para quem não está a perceber, a primeira iria complementar a... Segunda... Para os alunos com mais dificuldades... Faz sentido para aquele aluno...

Sandra: Na segunda ele [primeiro parece que] divide... Depois vai multiplicar...

Carla: . . . Eles sabiam dividir... Mas com dois números não! Por isso é que também se chamou o Joaquim ao quadro [para apresentar a terceira representação], porque ele automaticamente fez a conta! Fez o algoritmo! . . . Ele disse-me: “Professora isto é fácil! Nove vezes dez é noventa!”. [Foi a partir das subtrações sucessivas]... É assim que lhes ensinamos...

Os professores discutem a adequação das representações utilizadas pelos seus alunos e parecem concordar que a representação mais adequada para a resolução desta tarefa é a representação simbólica com recurso ao algoritmo, apesar de os seus alunos não terem trabalhado com o algoritmo em que o divisor tem dois algarismos. Sónia reconhece a importância da representação pictórica, mas considera que nesta tarefa este tipo de representação seria apenas complementar da representação simbólica, considerando-a pouco adequada para que os alunos resolvam a tarefa recorrendo em exclusivo a este tipo de representação.

À semelhança dos outros professores, Carla mostra-se surpreendida com o facto de alunos como Joaquim terem conseguido utilizar o algoritmo da divisão com dois algarismos, quando ainda não o tinham feito anteriormente. Apesar da utilização desta representação pelos alunos, nenhum dos professores indica ter continuado a sua exploração após a resolução da tarefa. Ainda em relação à utilização de representações pictóricas, Sónia refere:

Sónia: [Às vezes os alunos demoram muito tempo com representações pictóricas]. Isso aconteceu aqui e noutras tarefas... Ao longo do ano... Que eles levam muito tempo no desenho... [É bom que pensem...] Que não é tanto o desenho em si, mas o que quer transmitir!

Apesar da professora reconhecer a importância deste tipo de representações no processo de aprendizagem dos alunos, considera que o recurso a representações pictóricas se torna demasiado moroso sendo importante levar os alunos a utilizar outro tipo de representações que sejam igualmente adequadas. Em seguida o grupo reflete um pouco sobre as maiores dificuldades sentidas pela turma:

Sónia: Era o facto de eles não conseguirem [fazer o algoritmo] dividir com dois algarismos... Era o facto de se poder interpretar de duas maneiras... Havia duas maneiras possíveis, lá está!

Carla: [Uma das dificuldades é o número de alunos restante] É o que sobra, não é? Porque nunca se chega a um número certo! O que é que se faz? Leva-se mais um? Ou junta-se noutro [autocarro]?

Sónia: Tu tens sempre aquele número de adultos, mas se [os alunos] sobram... Tem que ir mais um! . . . [E os outros alunos] Ficam com quem?

Globalmente, o grupo identifica três dificuldades na resolução desta tarefa: (i) o recurso à representação simbólica (pois apesar de alguns terem conseguido resolver a tarefa através desta representação, a maioria não o conseguiu fazer); (ii) a possibilidade de existirem duas interpretações possíveis (mais tarde Carla refere que se sente “Vencida mas não convencida” relativamente à segunda interpretação possível do enunciado da tarefa); e (iii) o facto do algoritmo da divisão ter como resultado um número decimal ao invés de um número inteiro (pois a sua interpretação pode ser promotor de discórdia).

O grupo prossegue com a análise de representações que surgiram durante a resolução desta tarefa (Figura 43):

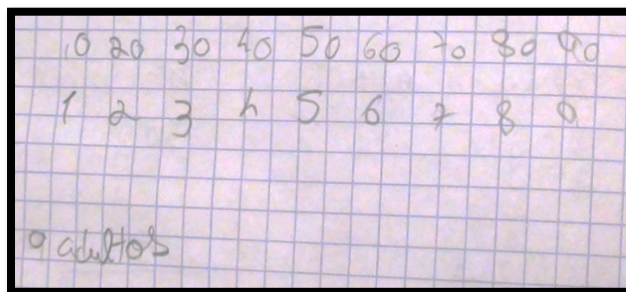


Figura 43 – Representação de aluno, analisada na sessão de reflexão pós aula.

Sandra: Dez crianças... Um adulto! Vinte crianças... Dois adultos!

Sónia: Mas falta-lhe aqui o noventa e seis! “Então e o resto?”... Falta-lhe aqui o acompanhante para os seis alunos!

Carla: Exatamente!

Sónia: Porque ele chegou ao 90... Como não dava para chegar a 0... 96 e não dava mais 10 alunos... Ele parou nos noventa! Os outros ficaram doentes nesse dia!

O grupo analisa a representação de um terceiro aluno e em primeiro lugar tentam interpretar o raciocínio por trás da representação que analisam. Assim, apesar de considerarem a representação adequada concluem que este aluno apresenta uma das

dificuldades identificadas pelo grupo anteriormente: a interpretação do número decimal, desta vez na forma de representação icónica.

Em seguida, passamos à análise das representações utilizadas por Ricardo durante a exploração da tarefa (Figura 44):

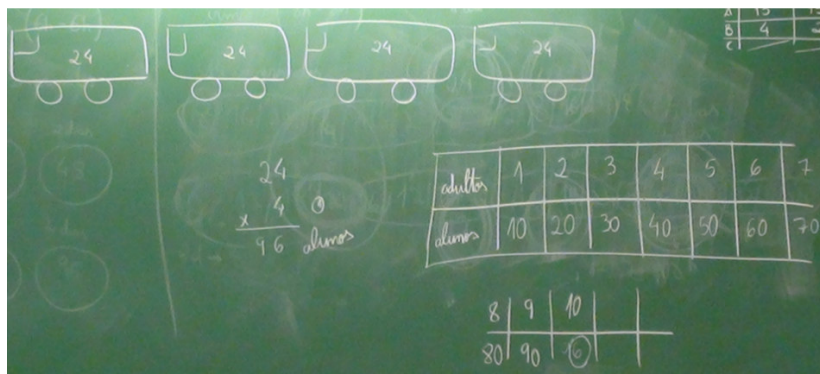


Figura 44 – Representações utilizadas por Ricardo, analisadas na sessão de reflexão pós aula.

Sónia: As representações do Ricardo... Estão aqui a icónica, que é a de cima... A dos autocarros! Depois tens a formal que é a operação, mas falta-te aqui depois noventa e seis alunos a dividir pelos autocarros! Tu vais fazer... Na tabela ao lado! Três estratégias apresentadas! Três representações [diferentes] num só problema! Tu és um génio!

Ricardo: Sou uma máquina!

Sandra: Vocês não estão bem a ver os esquemas que ele utiliza! Ele desenha muito bem!

Sónia: Eu gostei! Porque ele aqui utiliza... Três representações, não é? Não só na exploração do problema... Utiliza várias representações!

Ricardo: Eu não planeio resolver os exercícios daquela maneira... À medida que a coisa vai saindo... . . .

Sónia: Começaste por esta, certo (aponta para a representação pictórica dos autocarros)? A icónica (representação dos autocarros) ele se calhar utilizou na introdução! . . . Para introduzir os autocarros e para ser mais perceptível para os alunos... Para visualmente não ser tão abstrato... [Depois] a tabela... Eu não sei! . . . E depois no final, na discussão... Utilizou [novamente] a tabela... Terá sido? Olha eu a ler a tua mente!

As professoras valorizam o facto de Ricardo utilizar vários tipos de representações durante a exploração da tarefa e consideram que é positivo o colega fazê-lo com a versatilidade que apresenta. Ricardo refere que as representações que utiliza não são pensadas ou preparadas previamente, surgindo na sala de aula a partir do que acontece durante a exploração da tarefa. É de notar que, efetivamente, as representações que utilizou partiram de intervenções dos alunos, a partir das quais, Ricardo reproduziu ou criou as representações apresentadas.

Ao analisar as representações utilizadas pelo professor, Sónia tenta perceber o raciocínio do colega e identificar em que momentos Ricardo terá recorrido a cada uma das representações, conseguindo identificar a sequência de ações do colega com bastante exatidão.

De uma forma geral, o grupo centra-se na discussão das dificuldades sentidas durante a realização da tarefa, algumas das quais tinham previsto na sessão de preparação da mesma (interpretação do número decimal e existência de duas interpretações possíveis do enunciado). No entanto, apesar dos professores identificarem a existência de duas interpretações distintas do enunciado como um elemento de dificuldade acrescida para os alunos, durante a exploração da tarefa em sala de aula, esse fator não parece ter sido problemático para as turmas envolvidas.

Carla, que se sentiu renitente durante a preparação e exploração da tarefa, continua a discordar dos colegas relativamente à existência de duas interpretações possíveis do enunciado para a mesma tarefa.

Os professores não se mostram recetivos à utilização de representações pictóricas ou icónicas para a realização desta tarefa, preferindo que os alunos utilizem a representação simbólica com recurso ao algoritmo (neste caso desadequada à maioria dos alunos, que ainda não conhecem o algoritmo da divisão com dois algarismos).

A forma como os professores analisam as representações denota que ao interpretar uma representação, os professores procuram evidenciar o raciocínio inerente à sua execução, com o intuito de compreender o modo como os alunos utilizaram a representação. Da mesma forma, ao analisar as representações utilizadas por Ricardo, Sónia tenta perceber o raciocínio do colega e em que momentos da aula introduziu as representações, registando-as no quadro da sala de aula.

Por fim, o recurso a uma grande variedade de representações é encarado de forma positiva pelo grupo que considera importante a opção de Ricardo recorrer a diferentes tipos de representações de forma a ajudar os seus alunos.

6.4. Discussão

Nas tarefas que incluem representações com números inteiros, a interação aluno-professor tende a ser menos centrada em apenas um dos professores presentes em sala de aula. Para isso, contribui o facto de, frequentemente, Carla e Sónia dinamizarem tarefas conjuntamente, o que faz com que dentro da sala de aula existam quatro adultos para

menos de quarenta alunos. Nesta sequência de tarefas, se por um lado, não parecem existir ganhos no que respeita a uma maior variedade no raciocínio ou na diversidade de representações por parte dos alunos, por outro lado, aparentemente, as turmas beneficiam de uma interação professor-aluno mais rica, especialmente nas discussões coletivas em que os professores se coordenam de forma a que seja apresentada uma maior variedade de representações e estratégias (na medida em que cada professor dá primazia a diferentes tipos de representações e estratégias).

Ao dinamizar as tarefas, os professores privilegiam momentos de discussão em grande grupo, principalmente quando sentem que os seus alunos sentem dificuldades na resolução das tarefas. Assim, optam por conduzir a exploração da tarefa, com o intuito de se assegurar a compreensão da resolução da mesma e respetivas representações por parte dos alunos.

Durante a exploração das tarefas na sala aula, os professores conduzem os três momentos de forma distinta, existindo alguns pontos coincidentes. Assim, para os professores, a introdução da tarefa parece ser o momento privilegiado para a negociação de significados (por exemplo, na tarefa “Teatro na escola”, os professores negociam o significado da palavra “par”) e para a interpretação do enunciado, em dão enfoque ao que consideram como aspetos chave de cada tarefa (por exemplo, na tarefa “Os irmãos doentes, ambos os professores reforçam a informação no que diz respeito à forma como os irmãos tomam os comprimidos e à identificação do que é pedido na tarefa). No entanto, a forma como dinamizam este momento da tarefa e sobretudo o tipo de questionamento a que recorrem, é bastante díspar independentemente da tarefa que estão a explorar ou do professor que explora a tarefa (por exemplo, Ricardo recorre a diferentes tipos de ações e de questionamento na tarefa “Os irmãos doentes” enquanto opta apenas por informar através de perguntas de confirmação fechada na tarefa “Visita de Estudo”). Na prática, na mesma tarefa os professores podem recorrer a diferentes tipos de questionamento (por exemplo, na tarefa “Teatro na escola” enquanto Sónia recorre a perguntas de focalização e de confirmação aberta, Sandra recorre a perguntas de inquirição e confirmação fechada) e o mesmo professor pode utilizar vários tipos de questionamento durante a introdução das diferentes tarefas (Por exemplo, Sandra recorre a perguntas de confirmação e focalização retórica na tarefa “Os irmãos doentes” e a perguntas de inquirição e confirmação fechada na tarefa “Teatro na escola”)

Durante o trabalho autónomo dos alunos, os professores analisam as respostas dos alunos e, paralelamente, programam a discussão coletiva, selecionando as respostas que

serão apresentadas durante a discussão coletiva. Face às representações e estratégias dos alunos os professores pedem-lhes que interpretem ou expliquem as representações utilizadas, maioritariamente através de perguntas de confirmação, ou desafiam-nos através de perguntas de inquirição.

Na discussão coletiva, na maioria das vezes, os professores optam por fazer surgir a discussão a partir das representações dos alunos. No entanto, o modo como o fazem pode ser de diferentes formas, podendo: (i) convidar os alunos a apresentar as representações e estratégias utilizadas; (ii) reproduzir a representação de um aluno no quadro e pedir-lhe que a explique aos colegas; (iii) adaptar a representação de um aluno e informar os alunos sobre a sua interpretação. O tipo de questionamento utilizado é maioritariamente baseado em perguntas de focalização retórica e perguntas de confirmação (surgindo pontualmente perguntas de inquirição) e varia consoante a participação dos alunos e a sua facilidade em explicar a representação que utilizaram. Assim, os professores modificam a tipologia de questões, aumentando ou reduzindo o nível de sofisticação das mesmas de acordo com as dificuldades manifestadas pelos seus alunos. Na prática, os professores começam por fazer perguntas de confirmação aberta (ou pontualmente de inquirição), podendo sentir necessidade de diminuir o nível de dificuldade (alterando para um questionamento de natureza mais fechada).

Em relação ao papel das representações matemática na resolução das tarefas, é interessante perceber que os professores aparentam ter uma certa organização mental dos diferentes tipos de representações. Assim, parecem considerar as representações pictóricas e ativas como sendo inferiores nessa hierarquia e só recorrem a este tipo de representações ou consideram razoável que os alunos o façam, quando percebem que estes estão com dificuldades na resolução de uma tarefa. As representações icónicas na forma de esquemas são as mais utilizadas por professores e alunos e os professores consideram-nas fundamentais, utilizando-as para o estabelecimento de conexões com as representações simbólicas da matemática. Por sua vez, dentro das representações simbólicas, a disposição dos algarismos para realizar algoritmos é a representação formal mais valorizada em detrimento de outras representações como tabelas ou produtos cartesianos (pertinente, por exemplo na tarefa “Teatro na escola”). No entanto, apesar dos professores priorizarem e promoverem o recurso a representações simbólicas matemáticas, parecem preferir que os alunos recorram a este tipo de representações depois de as terem previamente trabalhado com a turma, em momentos pré-definidos e planificados pelo professor. Assim, na tarefa “A visita de estudo” preferem não

sistematizar com os alunos a informação relativa ao algoritmo da divisão com dois algarismos, apesar dos seus alunos o terem procurado fazer autonomamente.

É também interessante perceber que ao introduzirem representações simbólicas, por vezes os professores utilizam termos que despertam interesse por parte dos alunos (por exemplo, Sónia diz que vai ensinar uma “batota” e Sandra refere-se a um “truque”). Na sessão de reflexão pós aula é evidenciada a função que cada uma destas expressões tem nas ações das professoras. Enquanto para Sónia, a palavra “batota” ocupa um papel central, reconhecido pela professora como um recurso importante para focar os alunos na informação que vai ser transmitida, para Sandra, a palavra “truque” é utilizada para despoletar o desafio à descoberta.

No que diz respeito à seleção da representação mais adequada por parte dos alunos, na maioria das vezes os professores promovem a escolha livre. No entanto, por vezes, influenciados pelas dificuldades dos alunos ou face à frustração de não surgirem as representações ou estratégias que previram durante a sessão de preparação da aula, os professores tendem a sugerir representações ou estratégias (durante o trabalho autónomo dos alunos ou na discussão coletiva de resultados) para que posteriormente estas sejam discutidas no momento de discussão coletiva.

Durante o momento de trabalho autónomo, alguns alunos tentam ou conseguem resolver a tarefa mentalmente e procuram responder e justificar a sua resposta oralmente. Nestas situações, os professores optam por solicitar que justifiquem as suas respostas por escrito, por conduzir os alunos na conversão das representações mentais em representações escritas, e, por vezes, sugerir representações icónicas na forma de esquemas.

Na discussão coletiva, os professores mantêm registadas no quadro todas as representações discutidas (apresentadas pelos alunos ou propostas pelo professor), aparentemente com o intuito de promover o estabelecimento de conexões entre as representações. A forma como as representações são introduzidas na discussão difere consoante o professor, tendo em comum o objetivo de promover o estabelecimento de conexões entre elas. Assim, por vezes os professores pedem aos alunos que apresentem as suas representações ao resto da turma (Sandra na tarefa “Teatro na escola), outras vezes transcrevem as representações dos alunos (Carla na tarefa “A visita de Estudo”) e noutras introduzem representações próprias (Ricardo na tarefa “Os irmãos doentes”)

Relativamente às ações dos professores, na sessão de preparação da aula, estes reconhecem que a forma como encaram uma tarefa ou como a exploram antes de a

dinamizar com os alunos na sala de aula, vai condicionar as suas ações com os alunos. Na prática, observou-se que o modo como exploraram as tarefas na sessão de preparação da aula e as representações que escolheram quando o fizeram influenciou o modo como exploraram a discussão coletiva com as suas turmas. Exemplo disso é a sessão de preparação da tarefa “A visita de estudo” em que enquanto Carla não considera como válida a interpretação do enunciado da tarefa que implica a determinação do número de adultos através do número total de crianças, Ricardo considera esta interpretação do enunciado da tarefa como única e óbvia. Assim, na sala de aula, apesar de ambas as interpretações terem sido exploradas durante a discussão coletiva, cada um dos professores investe, valoriza e dá maior enfoque à interpretação do enunciado que considera mais válida. Nesse sentido, é curioso observar que apesar de se sentirem confortáveis com a existência de diferentes estratégias para a obtenção do mesmo resultado, o facto de o enunciado de uma tarefa ter duas interpretações possíveis e bastante distintas é confrangedor para os professores.

Durante a exploração da tarefa em sala de aula, à semelhança do que acontece com o questionamento, as ações dos professores variam de acordo com o tipo de resposta que obtêm dos alunos. Por vezes as suas ações parecem conferir um maior grau de dificuldade à exploração da tarefa (desafiando ou pedindo para explicar) e, quando os alunos não conseguem corresponder ao grau de exigência colocado, os professores usualmente reformulam as suas ações de forma a tentar garantir que os alunos compreendem a resolução da tarefa (conduzindo ou informando, por exemplo)

De uma forma geral, ao analisar as ações dos professores e como estas se relacionam com o processo de representação dos alunos, apesar das ações dos professores influenciarem a atividade e as representações dos alunos, é importante também considerar o papel que o enunciado da tarefa tem no surgimento de diferentes representações ou de respostas incompletas. Por exemplo, no caso da tarefa “Teatro na escola”, face a um enunciado que prevê o estabelecimento de pares, as respostas incompletas surgem com maior frequência, principalmente quando os alunos estão a um nível de pensamento mais concreto (um menino só pode fazer par com uma menina) ao invés da possibilidade de pares que implica um pensamento mais abstrato.

Capítulo 7

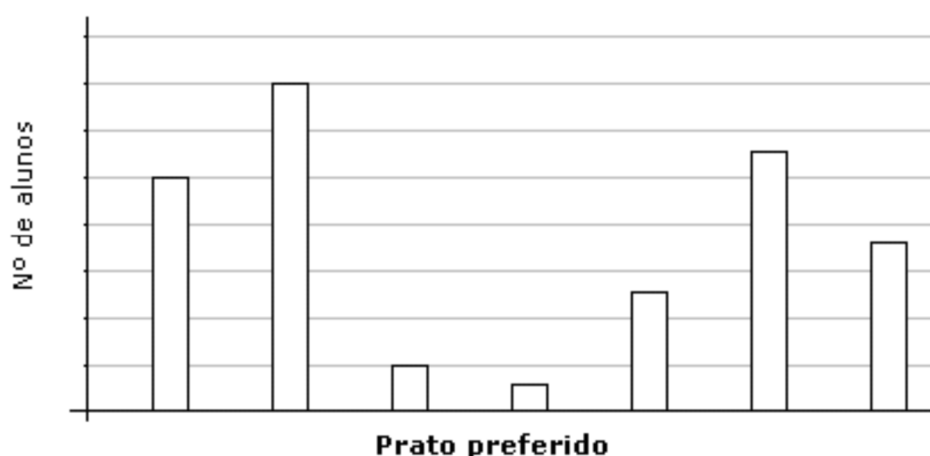
Exploração de tarefas com representações estatísticas

7.1. Momento de trabalho Nº 4 – Tarefa “Prato preferido”

Sessão de preparação da aula

Durante a preparação da aula os professores analisam a tarefa que proponho e exploram-na (planificação – Anexo 11). A tarefa denominada “Prato Preferido” (M.E., 2010 – Figura 45) implica que os alunos completem e interpretem um gráfico de barras.

Na escola, o Diretor pretende averiguar os pratos preferidos dos alunos que comem na cantina, pelo que encarrega uma comissão de fazer um inquérito a alguns alunos. A metodologia utilizada para selecionar estes alunos, foi a de interrogar os que se dirigiam à cantina, num dia escolhido ao acaso. A comissão encarregue do estudo apresentou ao Diretor um gráfico e um pequeno relatório com as conclusões:



Relatório: Os alunos interrogados apontaram 7 pratos distintos. Das respostas, pudemos tirar as seguintes conclusões:

- a) O Hambúrguer com batatas fritas foi o prato mais votado;
- b) O número de alunos que escolheu Hambúrguer com batatas fritas, foi o dobro dos que escolheram Frango assado;
- c) Os Filetes de peixe receberam menos 4 votos do que o Hambúrguer com

- batatas fritas;
d) O Esparguete à Bolonhesa foi o segundo prato mais votado;
e) O Bacalhau com natas teve mais 4 votos do que o Peixe assado;
f) Houve quem votasse nas Ervilhas com ovos;
g) 5 alunos votaram no Bacalhau com natas;

O Diretor recebeu este pequeno relatório e não ficou satisfeito, pois achou as conclusões muito confusas. Afinal, quantos alunos tinham votado? E quantos votaram em cada prato?

- 2) Discutir com os alunos as convenções dos gráficos.

Figura 45 – Tarefa proposta na sessão de preparação da aula.

No início da discussão, Sandra mostra-se preocupada com o facto de se planear a realização de apenas uma tarefa para uma aula de duas horas, mas Sónia alerta-a para o facto da primeira questão ter várias alíneas. Antes de explorarem a tarefa, os professores centram-se na análise da representação do gráfico de barras.

Sónia: Quanto é que vale aqui a escala?... Tu não tens aqui escala!

Sandra: Pois não... Isso é para descobrir... Mas isto vai ser muito complicado . . .

Ricardo: E se fizéssemos uma escala que não tivesse... Tudo? Tivesse aqui o zero... Dois, quatro, seis oito... E tivéssemos aqui o dez? . . . Ou o quatro, o oito, o doze e o catorze?

Carla: Alguma orientação eles têm que ter aqui!!

Sandra: Sim!

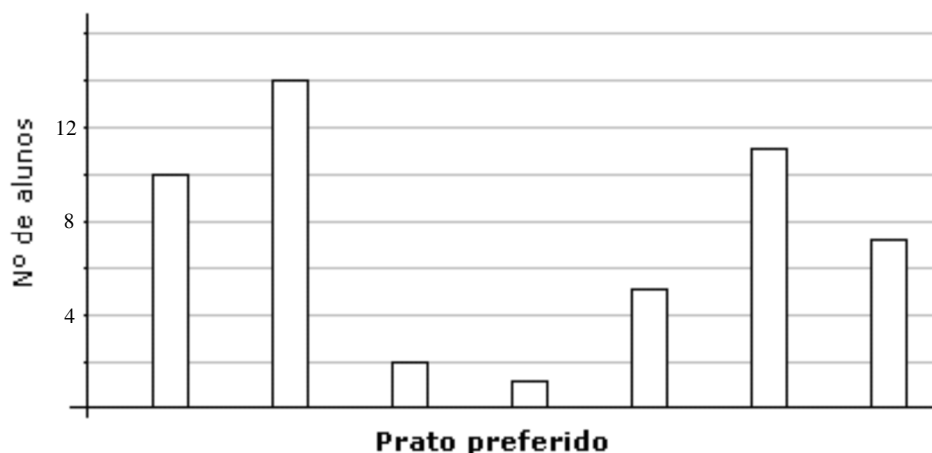
Todos os professores concordam que o facto de não existir uma escala numerada no eixo das ordenadas torna a tarefa demasiado difícil para os seus alunos, impossibilitando-lhes a interpretação da representação apresentada. Assim, concordam com a sugestão de Ricardo e optam por preencher parcialmente a escala, o que, na sua opinião, facilita a interpretação do gráfico de barras. De seguida, os professores analisam o enunciado da tarefa:

Eu acho que o enquadramento [enunciado da tarefa] . . . Tem termos muito técnicos que eles vão perguntar... Em cada linha vão perguntar, a cada três palavras... O que é que quer dizer... Averiguar... Encarrega... Comissão... Inquérito... Interrogar... Pffff...

Ricardo sugere ainda a reformulação do enunciado da tarefa. Na sua perspetiva, a proposta inicial contém demasiadas representações verbais desconhecidas para os alunos, o que fará com que a turma se centre demasiado na compreensão do significado destas representações e menos na interpretação do gráfico de barras e na resolução da tarefa.

Assim, após reformular a tarefa inicial, o grupo concorda em propor uma versão adaptada da tarefa “Prato preferido” (Figura 46).

- 1) Na escola, o Diretor pretende saber quais os pratos preferidos dos alunos. Para isso fez um inquérito e teve as seguintes conclusões:



- a) O *Hambúrguer com batatas fritas* foi o prato mais votado;
- b) O número de alunos que escolheu *Hambúrguer com batatas fritas*, foi o dobro dos que escolheram *Frango assado*;
- c) Os *Filetes de peixe* receberam menos 4 votos do que o *Hambúrguer com batatas fritas*;
- d) O *Esparguete à Bolonhesa* foi o segundo prato mais votado;
- e) O *Bacalhau com natas* teve mais 4 votos do que o *Peixe assado*;
- f) 5 alunos votaram no *Bacalhau com natas*;
- g) Houve quem votasse nas *Ervilhas com ovos*;

O Diretor recebeu este pequeno relatório e não ficou satisfeito, pois achou as conclusões muito confusas. Afinal, quantos alunos tinham votado? E quantos votaram em cada prato?

- 2) Analisa o gráfico que foi feito. O que poderias melhorar neste gráfico? O que está bem feito?

Figura 46 – Tarefa final, após alterações.

Na exploração da tarefa, Ricardo comenta que o contexto se aproxima das vivências das crianças (“Isto até faz sentido porque apela à realidade deles... Porque se por acaso o peixe assado fosse o que tivesse mais votos, eles era logo... Eiiiiiii Peixe assado, não!”). Sónia mostra-se preocupada com o número de alíneas na primeira questão:

Sónia: ... São muitas alíneas! . . . Normalmente [neste tipo de tarefas] aparecem quatro alíneas e eles baralham-se todos! Aqui acho que são demasiados dados, demasiadas interpretações para eles!

Ricardo: Mas algumas são muito fáceis! A primeira! É o que for mais votado! Está respondido! Nem sequer se coloca dúvida! O outro é o dobro, só têm que ver qual é que é metade!

Sandra: Ahahaah! “SÓ” têm que ver?!? ISSO é super fácil?!? Eles terem que ver qual é que é o dobro e qual é que é metade?!? NÃO! Aqui não é direto [fácil para os alunos]!

Ricardo: É quase...

Sónia: O do bacalhau com natas . . . Este sim!

Sandra: Eles depois de perceberem que [a escala no eixo das ordenadas] é de dois em dois... Fazem rápido! . . . Cinco alunos votaram no bacalhau com natas... Eu se fosse eles, apontava à primeira barrinha e punha logo... Bacalhau com natas!... Porque tem cinco linhas!

Para Sónia, o facto de existirem sete alíneas na primeira questão torna a tarefa demasiado difícil para os alunos. Ricardo discorda, na medida em que considera que algumas das alíneas têm um grau de dificuldade reduzido, sendo facilmente interpretadas pelos alunos. Por sua vez, Sandra concorda com o colega, exceto no que diz respeito à segunda alínea. Na sua perspetiva, os alunos têm de compreender que se uma coluna representa o dobro, a outra coluna representa obrigatoriamente a sua metade, o que pode não ser um raciocínio fácil para estes alunos. A professora reforça ainda a ideia de que a interpretação da escala pode dificultar a compreensão do gráfico de barras. Após esta discussão, o grupo conclui que será importante fazer uma sistematização das convenções dos gráficos antes da resolução da segunda alínea. No final da preparação da tarefa, as opiniões divergem e enquanto metade dos professores considera que os alunos não terão dificuldade em fazê-la, a outra metade defende o contrário.

De uma forma geral, os professores centram-se maioritariamente no conteúdo do enunciado da tarefa (representações utilizadas) e tentam prever algumas das dificuldades dos alunos (interpretação do enunciado da tarefa e da representação). As questões a colocar aos alunos ou a forma como os alunos podem resolver a tarefa não é abordada, mas existe uma preocupação conjunta em sistematizar informação como forma de preparar os alunos para a realização da tarefa.

Turma de Carla – Dinamização feita por Carla

Introdução da tarefa

Seguindo o que foi acordado na preparação da tarefa, Carla começa por discutir com a turma algumas das convenções de um gráfico de barras.

Carla: Para que é que serve um gráfico? . . . O que é que nós conseguimos tirar dos gráficos?

Liliana: Informações! . . .

Flávio: O gráfico tem que ter números...

Carla: O gráfico tem que ter números... Sim... E mais?

Joana: Tem que ter os dados...

Carla: Os dados! Os números, ao fim ao cabo... São dados, não é? Então mas vamos lá ver... Eu agora quero saber aqui na escola... Quantos são os meninos que calçam o número 36... O que é que eu tenho de fazer? . . . Vamos fazer aqui um breve rascunho... Como é que desenharia o gráfico? . . . O que é que eu tinha que pôr?

Jorge: De um lado os números e do outro os nomes... . . .

Carla: Então . . . O que é que eu tenho de pôr aqui em baixo? . . .

Alunos: “Números de sapato”!

Carla: Tinha de pôr aqui “Números de sapato” . . . Que outra informação pode ser adicionada aquele gráfico para que eu saiba o que estamos a tratar?

Ana: Tem de dizer ali gráááfico...

Carla: Gráfico? . . . Então e como é que se chama isso que estás a dizer? . . . Pensa lá um bocadinho em [nos conceitos de] português... Eu dou-vos um texto. O que é que o texto tem de ter?

Dinis: Ah! O título!

Antes de explorar o enunciado da tarefa com a turma, Carla dá sugestões para salientar a interpretação e construção de um gráfico de barras. Assim, questiona a turma através de perguntas de confirmação aberta (“Para que é que serve um gráfico?”), confirmação fechada (“O que é que eu tenho de pôr aqui em baixo?”) e perguntas de focalização retórica (“São dados, não é?”). Depois desta pequena introdução, lê o enunciado da tarefa e faz algumas perguntas.

Carla: Temos então aqui um gráfico de quê?

Jorge: De barras...

Carla: De barras... Que nos diz o quê?

Jorge: O número de alunos e o prato preferido...

Carla: E o prato preferido... Então... Vamos lá... (a professora lê as alíneas da tarefa e o resto do enunciado da tarefa). Então o que é que nós temos de fazer aqui? Vamos ajudar o diretor! Certo? Então, vamos tentar re-solver! Sim? Temos aqui o gráfico, que está todo correto... Não é?

Ivo: Professora... Aqui (aponta para o eixo das abcissas) é para escrever os nomes dos pratos?

Carla: Então... Diz aqui o quê? Ao fim ao cabo temos umas pistas, não é? As alíneas vamos encará-las como umas pistas... E vamos tentar descobrir a que... Qual é a barra que pertence ao prato... Certo? Sim? Quem não percebeu o que é para fazer? (aluna levanta o braço no ar).

Não percebeu? Então é assim... Alínea a) O hambúrguer com batatas fritas foi o prato mais votado... Certo? Então... Nós temos que ir olhar para o quê? Para o gráfico... E tentar perceber qual será o hambúrguer com batatas fritas...

Carla começa por dar sugestões para salientar a interpretação do enunciado da tarefa (focando-se no nome da representação e na identificação dos dois eixos) questionando os alunos com uma pergunta de confirmação fechada (“Temos então aqui um gráfico de quê?”) e perguntas de confirmação aberta (“Que nos diz o quê?”). Depois de ler o enunciado da tarefa, a professora informa os alunos sobre a interpretação das representações verbais do enunciado da tarefa, transformando-as numa linguagem mais próxima dos alunos (por exemplo, chama pistas às alíneas). Simultaneamente, informa os alunos sobre o modo como podem interpretar e utilizar as representações verbais do enunciado da tarefa e a representação do gráfico de barras, questionando-os através de perguntas de focalização retórica (“Vamos ajudar o diretor! Certo?”) e de perguntas de confirmação fechada (“Nós temos que ir olhar para o quê? Para o gráfico... E tentar perceber qual será”).

Trabalho autónomo dos alunos

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Carla circula pela sala, observando e colocando algumas questões aos alunos. Assim, começa por questionar Yara que revela algumas dificuldades na resolução da segunda alínea.

Carla: Então o que é que nos diz aqui? Que o número de alunos que escolheu hambúrgueres com batata frita... Quantos é que foram?

Yara: Catorze...

Carla: Foram o dobro dos que escolheram frango assado. Então... Onde é que estará aqui os que escolheram frango assado? Temos que ver o gráfico... Já sabemos que hambúrguer com batata frita foram quantos?

Yara: Foram catorze...

Carla: Este número é o dobro dos que escolheram frango... Então como é que nós vamos saber? Se este é o dobro... (...)

Yara: De dois...

Carla: Dois?

Yara: Aaa Não!

Carla: Qual é o dobro de dois?

Yara: É quatro!

Carla: Então catorze não é o dobro de dois... Catorze é o dobro de quanto?

Yara: Sete!

Carla: (...) Então se catorze é o dobro de sete... Onde é que estará aqui a barrinha que tem o número sete? Onde é que ela está? Vamos lá procurá-la...

Carla dá sugestões a Yara sobre a interpretação do gráfico de barras e sobre a utilização do gráfico relativamente a possíveis tratamentos (transformar os dados do gráfico em representações numéricas). Para isso, questiona a aluna, maioritariamente através de perguntas de confirmação fechada (“Qual é o dobro de dois?”). Por vezes, face às dificuldades da aluna, recorre a perguntas de confirmação fechada, às quais responde automaticamente (“Então como é que nós vamos saber? Se este é o dobro...”). Outra aluna, Lia, revela a mesma dificuldade que Yara. No entanto, a professora altera as suas ações para dar resposta às necessidades desta aluna:

Carla: Então eu vou dizer que dois Quatro... é o dobro de quê?
(professora utiliza uma representação icónica na forma de esquema – Figura 47a)

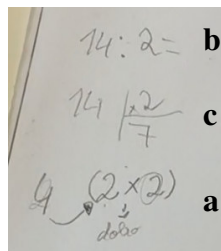


Figura 47 – Representação simbólica utilizada por Carla.

Lia: Dois... (professora completa o esquema)

Carla: Dois... Porque é a mesma coisa que eu tenha dois vezes quanto?

Lia: Dois...

Carla: Dois vezes dois, não é? E isto que aqui está é o resultado do dobro...

Sempre que eu quero saber o dobro vou multiplicar por quantos?

Lia: Duas vezes...

Carla: Duas vezes... Agora diz aqui isto... Catorze é o dobro dos que comeram frango assado... Então eu preciso saber o quê? Quantos é que comeram o quê? Frango assado! Então... Se aqui é o dobro (aponta para a representação icónica que fez inicialmente) eu preciso de saber a metade! Então vá... Catorze a dividir por dois... É igual... (Figura 47b) Como é que eu vou fazer isto? (Figura 47c) Qual é o número que duas vezes qualquer coisa tem que dar...

Lia: Catorze...

Carla: Então qual é que é? Tenho que ir à tabuada de que número?

Lia: Do dois!

Carla: Então vamos lá a ver, na tabela... Qual é que é o número que multiplicado por dois me vai dar o quê?... Dois vezes um? (aluna

responde “dois”)... Dois vezes dois? (aluna responde “quatro”)... Dois vezes três? (aluna responde “seis”)... Vezes quatro? (aluna responde “oito”)... Vezes cinco (aluna responde “dez”)... Vezes seis (aluna responde “doze”)... Vezes sete (aluna responde “catorze”).

Lia: Vezes sete!

Carla: Então... Qual é que...Catorze é o dobro de que número? Do...

Lia: Sete!

Perante as inúmeras dificuldades de Lia, Carla sugere o recurso a representações simbólicas e icónicas (Figura 47) para que a aluna encontre a solução da segunda alínea. Começa por sugerir o recurso a uma representação icónica e ao assumir que a aluna compreendeu a sua sugestão, recorre a representações simbólicas. Paralelamente, informa Lia sobre a interpretação e utilização das representações que sugere, bem como da representação do gráfico de barras. Para isso, questiona a aluna através de várias perguntas de confirmação fechada (“Catorze é o dobro de que número?”), perguntas de focalização retórica (“Dois vezes dois, não é? “) e, à semelhança do que fez com Yara, recorre a perguntas de confirmação fechada (“Quantos é que comeram o quê? Frango assado!”) às quais responde automaticamente. Quando a aluna identifica o “sete” como metade de “catorze”, Carla conduz à sistematização da informação, através de uma pergunta de confirmação fechada (“Então... Qual é que... Catorze é o dobro de que número?”).

Em seguida, a professora questiona Jorge, um aluno que aparentemente não revela dificuldades na resolução da tarefa:

Carla: Jorge... Quantos alunos é que preferem... O hambúrguer com batatas fritas?

Jorge: Ora [se] aqui é o doze (aponta para o número “12” no eixo das ordenadas)... Aqui deve ser o treze?

Carla: Treze? Vamos lá a ver se aqui é o treze...

Carla pede ao aluno que interprete a representação utilizada, questionando-o através de uma pergunta de confirmação fechada (“Quantos alunos é que preferem... O hambúrguer com batatas fritas?”). Através da questão que coloca, a professora apercebe-se que apesar de ter respondido corretamente, Jorge não consegue interpretar corretamente a representação do gráfico de barras, tendo dificuldades em converter a representação do gráfico de barras em representações numéricas. Ao identificar este problema a professora não invalida diretamente a resposta do aluno e continua a questioná-lo.

Carla: Então o gráfico... Vamos aqui analisar o número de alunos (aponta para o eixo das ordenadas)... Está a ir de quantos em quantos?

Jorge: De quatro em quatro!

Carla: Então onde é que é o zero?

Jorge: O zero é aqui!

Carla: Então põe lá o zero (aluno escreve “0” na interseção entre os eixos)... Então se está de quatro em quatro... Zero... Quatro... Então aqui (aponta para o espaço em branco, assinalado entre o 0 e o 4) deve ser o quê?

Jorge: O dois!

Carla: Vamos lá pôr o resto... (Jorge completa a escala). Então vá... O que é que nos diz? Que estes... Quantos é que são estes (aponta para a barra dos hambúrgueres)?

Jorge: São catorze...!!

Carla dá sugestões para salientar a interpretação do gráfico de barras e questiona o aluno através de perguntas de confirmação fechada (“Está a ir de quantos em quantos?”) levando-o a identificar alguns dos aspetos importantes para a leitura do gráfico de barras (identificação da escala e da localização do 0). Depois, sugere uma forma de utilizar o gráfico de barras, indicando ao aluno que complete o eixo das ordenadas e depois pede-lhe que interprete novamente o gráfico de barras. Para isso, questiona-o através de perguntas de confirmação fechada (“Então aqui [aponta para o espaço em branco, assinalado entre o 0 e o 4] deve ser o quê?”). Ao fazê-lo, reduz o grau de dificuldade na interpretação da representação, o que parece contribuir para que o aluno consiga responder corretamente à questão que colocou inicialmente.

Enquanto apoia os alunos no trabalho autónomo, Carla apercebe-se de que estão a ter alguma dificuldade em encontrar a solução das diferentes alíneas. Assim, opta por antecipar a discussão coletiva da primeira questão:

Carla: Quantos alunos é que escolheram hambúrguer com batata frita?

Yara: Catorze...

Carla: Catorze... Como é que sabes isso?

Yara: Porque... Aqui é doze... (aponta para o número 12 no eixo das ordenadas)

Carla: O gráfico está a ir de quanto em quanto?

Yara: De dois em dois...

Carla: De dois em dois... Então aí... Esse está a bater no catorze...

À semelhança do que fez com Jorge, Carla pede aos alunos que interpretem o gráfico de barras questionando-os com a mesma pergunta de confirmação fechada (“Quantos alunos é que escolheram hambúrguer com batata frita?”), que se revelou uma boa pergunta para perceber se os alunos conseguiam interpretar corretamente o gráfico de barras. A partir da explicação da aluna, questiona a turma com uma pergunta de confirmação fechada (“O gráfico está a ir de quanto em quanto?”) com o intuito de informar os alunos sobre a informação que considera fundamental para a interpretação e utilização do gráfico de barras. Entretanto, a professora decide continuar a analisar com os alunos todas as alíneas, remetendo-os sempre para a interpretação da representação do gráfico de barras e recorrendo ao mesmo tipo de ações e de questionamento. As últimas alíneas geram alguma confusão porque é necessário alterar a ordem de execução para que se consigam resolver.

Carla: O bacalhau com natas teve mais quatro votos do que o peixe assado... Oh António... Temos aí... Peixe assado?

António: Não...

Carla: Não... Temos aí... Bacalhau com natas?

António: Não...

Carla: Não . . . O que é que eles [a tarefa] me dizem? Que o bacalhau com natas tem mais quatro votos do que o peixe assado, certo? Tenta descobrir!

António (apontando para a penúltima coluna): Bacalhau com natas...

Carla: Porquê?

António: Porque tem mais votos que este (aponta para a terceira coluna).

Carla: Quantos?

António: Dois...

Carla: Mas eu estou-te a dizer que o bacalhau com natas tem mais quatro votos que o peixe assado... Olha... Este prato que aqui tens a seguir ao hambúrguer... Quantos votos é que tem?

António: Dois...

Carla: Tem dois votos... Certo? Então dois mais quatro... Quanto é que vai dar?

António: Seis...

Carla: Tens aí algum com seis?

António: Sim... (hesitando, fica depois em silêncio durante algum tempo, olhando para a coluna que vale cinco)

Carla: Se eu for assim traçar... [faz um traço desde o 6 da categoria das ordenadas até à coluna que vale 5]... Vai-me dar?... [silêncio do aluno] Isto vai-me dar seis?

António: Não... Cinco...

Durante o trabalho autónomo dos alunos, a alínea e) revelou-se problemática para uma parte significativa da turma, que não conseguiu encontrar a solução correta. Carla pede a António, um dos alunos com uma solução incorreta, que resolva a alínea no quadro. A professora dá-lhe sugestões para salientar a utilização e interpretação do gráfico de barras enquanto revê com António todo o processo de resolução do aluno. Para isso, questiona-o através de perguntas de confirmação fechada (“Então dois mais quatro... Quanto é que vai dar?”) e perguntas de focalização retórica (“Que o bacalhau com natas tem mais quatro votos do que o peixe assado, certo?”). António apresenta a sua resposta e justifica-a indutivamente (se a coluna x é maior que a coluna y , e se o bacalhau tem mais votos que o peixe assado, então x =bacalhau e y = peixe assado). Carla invalida a resposta do aluno e mostra-lhe que está incorreta, dando-lhe sugestões para salientar a interpretação do gráfico de barras e questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Este prato que aqui tens a seguir ao hambúrguer... Quantos votos é que tem?”). Durante a discussão, António parece aperceber-se de que a resposta correta corresponde à coluna que vale 5 votos, mas não se compromete com uma resposta. Perante o impasse, Carla informa a turma sobre a interpretação da representação do gráfico de barras, questionando António com uma pergunta de confirmação fechada (“Isto vai-me dar seis?”).

Depois da discussão coletiva da resolução das alíneas, os alunos voltam a trabalhar autonomamente. Carla apoia-os e observa o seu trabalho. A certa altura, questiona Jorge, sobre o que alteraria na representação do gráfico de barras da tarefa proposta:

Jorge: [Colocava todos] Os números [no eixo das ordenadas]...

Carla: Não tem que ter... Não tem que ter João... Agora . . . O que é que tu podias melhorar aqui?

Jorge: Aaaahhh... Pôr as barras mais para cima das linhas... [fazia coincidir as barras com os dados identificados numericamente no eixo das ordenadas]

Carla: Mas aí estavas a falsear os resultados... Certo? Porque estas linhas aqui... [Esta] Equivale a dois e está a bater no dois, não é? Então, temos um gráfico de barras, certo? Diz-me uma coisa... Eu posso... O objetivo do meu gráfico é que aquela pessoa que olha para o gráfico entenda aquilo que está escrito, aquilo que se está a tratar, certo? Olhando assim à primeira eu sei do que é que estão a tratar?

Jorge: Aaaa... Não! Falta o título! . . .

Carla: O título... E mais? Pensa lá noutras coisas que poderias colocar... Ou não! Pensa que eu vou ajudar aqui o Leonardo... Está bem?

Nesta questão, os alunos devem identificar os elementos em falta como o título e a identificação das categorias no eixo das abcissas. Carla conduz à sistematização de informação relevante questionando os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“O que é que tu podias melhorar aqui?”) e perguntas de focalização retórica (“Equivale a dois e está a bater no dois, não é?”). Durante o questionamento, a professora apercebe-se de algumas conceções incorretas por parte do aluno e invalida-as (ser obrigatório a numeração unitária do eixo das ordenadas e todas as barras coincidirem com categorias numeradas no eixo das ordenadas). De seguida, continua a conduzir o aluno na sistematização de informação relevante, questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta (“Olhando assim à primeira eu sei do que é que estão a tratar?”). No final, a professora deixa Jorge trabalhar autonomamente e terminar a tarefa sozinho.

Discussão coletiva

No final do trabalho autónomo, mais uma vez, a professora discute coletivamente com os alunos as respostas encontradas e promove a sistematização de informação relevante.

Carla: Eu olho aqui para o nosso gráfico... Certo? Para este gráfico... E digam-me uma coisa... Está bem construído?

Alunos: Nãooooo...

Vanessa: Não está completo...

Carla: Não está completo, Vanessa... Então o que é que faltava!? . . .

Vanessa: Falta aqui dizer os pratos...

Carla: Onde?

Vanessa: Aqui! (aponta para o eixo das abcissas)

Carla: Aí falta dizer os pratos... Aí poderíamos . . . Para ele estar completo devia ter por baixo o quê?

Alunos: Os nomes...

Carla: Os nomes, não é? . . . De resto?

Xavier: Professora! O título!

Carla: Falta o título, certo? Falta ou não falta? . . .

Carla desafia a turma para a sistematização e avaliação da representação utilizada, questionando os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Está bem construído?”), confirmação aberta (“Então o que é que me faltava?”, “De resto?”) e de focalização retórica (“Os nomes, não é?”, “Falta o título, certo?”). Desta forma, os alunos referem que a identificação das categorias no eixo das abcissas e o título do gráfico de barras estão em falta.

No final da sistematização, a professora refere uma das convenções do gráfico de barras que não foi explorada nesta tarefa.

Carla: Agora digam-me outra coisa... Eu posso ter no gráfico... [altera a largura de algumas das colunas – Figura 48]



Figura 48 – Representação simbólica utilizada por Carla, transcrevendo algumas das utilizações incorretas dos alunos relativas à representação do gráfico de barras.

Alunos: Aaaaahhh [reagindo negativamente]!

Carla: O que é que é isso?!?! Porque é que estão a fazer “Aaaah”?!?!

Leonardo: É um super prato!!!! [ri-se]

Carla: É um super prato?!?!

Leonardo: Professora... Está a ocupar espaço!

Carla: Está a ocupar espaço... Então estas barras...

Leonardo: As barras deviam ter todas o mesmo tamanho...

Carla: O gráfico para ser bem feito tem que ter o quê? Tem de ter as barras sempre... Da mesma largura... Ou seja... Os espaços podem ser diferentes? Não, pois não? Tem que estar tudo bem direitinho. Certo?

Carla conduz a turma à sistematização de informações relevantes e à avaliação da representação apresentada fazendo uma alteração na representação do gráfico de barras. Nesse sentido, questiona os alunos através de perguntas de confirmação aberta (“É um super prato?!?!”) de forma a que justifiquem porque reprovam a alteração que fez na representação. Face ao questionamento da professora, os alunos justificam a sua resposta dizendo-lhe que colunas com diferentes larguras dariam a ideia de maior ou menor importância no gráfico (“É um super prato!!”) e aparentam compreender que todas as barras do gráfico devem ter a mesma largura para não “ocupar” demasiado espaço em relação às outras barras.

De uma forma geral, nesta tarefa, Carla recorre a diferentes tipos de ações através de questionamento com perguntas de confirmação (maioritariamente de confirmação fechada) e perguntas de focalização retórica. Assim, na introdução da tarefa, a professora discute com os alunos algumas das convenções da representação do gráfico de barras e,

em seguida, lê e explora o enunciado da tarefa recorrendo a ações de informar e dar sugestões através de perguntas de confirmação e de focalização retórica.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, face às dificuldades sentidas pela turma, Carla altera a forma de explorar a tarefa de trabalho autónomo individual para discussão coletiva. Quando considera que os alunos ultrapassaram as dificuldades inicialmente sentidas, dá orientações para que trabalhem de novo autónoma e individualmente. Durante este momento da tarefa, Carla dá sugestões sobre a interpretação do gráfico de barras e sobre a utilização do gráfico, sugere formas de interpretar o gráfico de barras, conduz à sistematização de informação e pede a alunos que interpretem uma representação através perguntas de confirmação fechada e de focalização retórica. Neste momento de aula, a professora sugere o recurso a representações simbólicas e icónicas, sentindo necessidade de informar os alunos relativamente a possíveis tratamentos da representação dos dados do gráfico de barras para a representação simbólica matemática.

Durante a discussão coletiva, Carla recorre a ações de desafiar e também conduzir para a sistematização e avaliação da representação e do trabalho efetuado, questionando os alunos através de perguntas de confirmação e de focalização retórica. É também neste momento que recorre a uma representação incorreta do gráfico de barras como “contraexemplo”.

A tarefa revela-se um tanto desadequada para os alunos de Carla, na medida em que tanto a arbitrariedade das alíneas da tarefa como o tipo de legenda numérica do eixo das ordenadas aumentam demasiado a dificuldade da tarefa para estes alunos, impossibilitando-lhes a sua resolução.

A representação do gráfico de barras está presente ao longo de toda a exploração da tarefa, sendo um elemento de referência tanto na interpretação do enunciado da tarefa como na interpretação e utilização dos dados que constam no gráfico. O recurso de uma representação errada como “contra exemplo” parece ter como intuito testar os alunos relativamente à sua compreensão da interpretação e utilização do gráfico de barras.

Turma de Ricardo – Dinamização feita por Ricardo

Introdução da tarefa

No início da introdução da tarefa, Ricardo chama a atenção dos alunos para a representação gráfica que consta no enunciado da tarefa.

Ricardo: Então alguém me sabe dizer o que é isto que aqui está?

Aluno: Um gráfico de barras!

Ricardo: Exatamente! Um gráfico de barras! Boa! Então e o que é que vocês acham que este gráfico nos indica?

Aluno: Comida que [se] come no refeitório...

Ricardo pede aos alunos que identifiquem e interpretem a representação que consta no enunciado da tarefa através de perguntas de confirmação fechada (“Então alguém me sabe dizer o que é isto que aqui está?”) e de confirmação aberta (“Então e o que é que vocês acham que este gráfico nos indica?”). A sua intervenção parece ter um efeito motivador na turma e Ricardo continua a explorar o enunciado da tarefa com os alunos.

Ricardo: Este gráfico de barras tem, como normalmente todos têm... Tem dois eixos... Neste eixo aqui (aponta para o eixo das ordenadas) temos o número de alunos, certo? E naquele (aponta para o eixo das abcissas), o prato preferido . . . Então o diretor recebeu este pequeno relatório e não ficou satisfeito porque achou as conclusões muito confusas. Vocês não acham isto um bocado confuso?

Alunos: Sim...

Ricardo: Era mais fácil se em cada barra nós tivéssemos o número e qual é que era o prato, não era? “Afiml quantos alunos votaram?” Nós nem sequer sabemos quantos alunos votaram, pois não? “Quantos votaram em cada prato?”... Também não sabemos...

Afonso: Nós temos de descobrir...

Ricardo informa os alunos sobre a interpretação da representação do gráfico de barras (identifica o eixo das ordenadas e das abcissas) e dá sugestões para salientar a utilização do gráfico de barras de forma a responder às questões da tarefa (“Era mais fácil se em cada barra nós tivéssemos o número e qual é que era o prato”). Para isso, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Nós nem sequer sabemos quantos alunos votaram, pois não?”). Através das suas ações, Ricardo parece pretender informar os alunos de que é necessário interpretar o gráfico de barras para depois ser possível responder a todas as perguntas da tarefa.

Trabalho autónomo dos alunos

Apesar dos esforços de Ricardo, a maioria da turma não consegue resolver a tarefa, pois tem dificuldade em converter os dados do gráfico em representações numéricas. Para além disso, a interpretação da escala também se revela problemática. Ao aperceber-se

destas dificuldades, numa primeira fase, Ricardo decide resolver algumas alíneas com os alunos, em grande grupo, após o que os alunos voltam a realizar trabalho autónomo.

Bernardo: (...) [A primeira alínea] quer dizer que o prato mais votado foi o hambúrguer com batatas fritas... Então... Aquele [a barra] que está mais em cima é esse!

Ricardo: Exatamente! O Bernardo está a dizer que na alínea a) diz que o hambúrguer com batatas fritas foi o prato mais votado. Então é aquele que tem a barra mais alta... A barra maior! Então, é aquele em que votaram mais crianças... Certo?

Bernardo oferece-se para responder à primeira alínea, explicando com facilidade o seu raciocínio: se o hambúrguer é o prato mais votado, então a barra correspondente será a maior. Ricardo sente necessidade de informar a turma sobre a explicação de Bernardo, fazendo a conversão das representações verbais utilizadas pelo aluno (linguagem natural) em representações verbais mais formais. Ao mesmo tempo, questiona a turma através de uma pergunta de focalização retórica (“Então, é aquele em que votaram mais crianças... Certo?”). De seguida, Ricardo prossegue para a resolução da alínea b:

Ricardo: Nós conseguimos saber alguma coisa aqui através da b)?

Ulisses: Sim na b)! O dobro do frango assado!

Ricardo: O dobro do frango assado é o quê? Explica lá!

Ulisses: O número dos alunos que escolheram hambúrguer com batata frita foi o dobro... Dos que escolheram frango assado . . .

Ricardo: Então o que é que eu posso saber com isto?

Ulisses: Podemos saber... A quantidade do frango assado...

Ricardo: Podemos saber a quantidade dos que escolheram frango assado? Como é que eu vou fazer?

Carla: Temos de ir ao outro [prato]...

António: Já sei professor! Temos que ver o número nessa tabela [gráfico]!!

Ricardo: Temos de ver o número na tabela, como?!

António: Isto aqui... Temos que ver que número está [em cada coluna]... Temos que [comparar as colunas e] ver se [qual] é o dobro do frango assado...

Na segunda alínea, Ricardo desafia a turma para a utilização da representação do gráfico de barras, questionando-os através de perguntas de inquirição (“Nós conseguimos saber alguma coisa aqui através da b)?”). Nos breves momentos em que trabalhou autonomamente, Ulisses respondeu corretamente, mas não é capaz de explicar o seu raciocínio. No entanto, o questionamento do professor através de perguntas de inquirição

(“Então o que é que eu posso saber com isto?”, “Como é que eu vou fazer?”) leva outros alunos a explicitar e a justificar a solução correta. Assim, António sugere que se analisem e comparem os valores das barras no eixo das ordenadas.

No seguimento da intervenção de António, outro aluno, Carlos, sugere que se compare o tamanho das barras do gráfico e Ricardo questiona-o:

Ricardo: Então, então... Qual é que é o dobro? Explica-me? . . . O dobro dos meninos que escolheram o hambúrguer com batatas fritas... O dobro de quais? . . .

Carlos: É o que está ao lado do hambúrguer com batatas fritas...

Ricardo: Então anda cá explicar-me como é que tu vês...

Carlos: Eu estou a dizer assim professor (dirige-se para o quadro)... Este é o hambúrguer com batata frita (aponta para a segunda barra do gráfico) e [o frango assado] é este o oito (aponta para a primeira barra do gráfico)... Vamos ver o dobro e o oito é a metade do dobro... Assim...

Ricardo: A metade do dobro . . . Então e qual é [o valor da barra]?

Carlos: Então professor... Sei lá!! Não estou a ver o número [na escala]...

Ricardo: Não estás a ver o número, mas estás a ver o tamanho da barra...

Ricardo desafia Carlos a utilizar a representação do gráfico de barras, questionando-os através de perguntas de inquirição (“Explica-me?”) e perguntas de confirmação fechada (“Então e qual é [o valor da barra]?”). Desta forma, apesar de Carlos não conseguir corresponder ao desafio do professor é perceptível para Ricardo que o aluno não consegue interpretar o eixo das ordenadas, justificando a sua reposta no tamanho de cada barra. Entretanto, a turma começa a discutir entre si qual a resposta correta e Ricardo decide intervir:

Ricardo: Toda a gente sabe... (aponta para a interseção entre os eixos) Que número é que é aqui?

Alunos: Zeeero! Zero!

Ricardo: É o zero, não é?

Leonardo: Isso vai de dois em dois!

Vanessa: Dois ou de quatro?

Ricardo: Vai de quantos em quantos?

Alunos: Quatro em quatro!

Fernando: Professor eu sei! É o dois! É o dois!

Ricardo: É o dois aonde?

Marco: É dois, quatro, seis, oito dez...Doze!

Ricardo: Se aqui temos o zero e aqui temos o quatro... Qual é que é no meio?

Alunos: Dois!

Ricardo dá sugestões sobre a utilização e interpretação do gráfico de barras, focalizando primeiramente os alunos na interseção entre eixos e, de seguida, no eixo das ordenadas. Assim, questiona-os com perguntas de confirmação fechada (“Que número é que é aqui?”, “Vai de quantos em quantos?”). Ao referir a interseção dos eixos, Ricardo promove a compreensão dos alunos, que identificam rapidamente a escala utilizada no eixo das ordenadas.

De seguida, volta a questionar Carlos:

Ricardo: Então agora... Já consegues saber quanto é que tem o hambúrguer? (enquanto o professor fala, o aluno consulta o gráfico, procura e encontra com o indicador a coluna que indica sete votos)

Carlos: Tem catorze!

Ricardo: E tu vais ver qual é que tem quanto?

Carlos: Qual é que tem 7 (aponta para a coluna correta que identificou enquanto Ricardo o questionava)!

Ricardo: O que tem sete... Que é metade!

Ricardo pede a Carlos para interpretar e utilizar a representação do gráfico de barras, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Então agora... Já consegues saber quanto é que tem o hambúrguer?”, “E tu vais ver qual é que tem quanto?”). No fim, informa a turma sobre a interpretação de Carlos (“O que tem sete... Que é metade!”) e questiona o grupo de alunos:

Ricardo: Estão a perceber como o Carlos resolveu isto?

Alunos: Siiim! Nãoooo!

Ricardo: Não? Então... Aqui na b) diz o número de alunos que escolheu hambúrguer com batatas fritas... Este (aponta para a coluna do hambúrguer com batatas fritas)... Foi o dobro... Ou seja... Foi duas vezes... Foi o dobro... Dos que escolheram frango assado... Então... Se este (aponta para o hambúrguer com batatas fritas) foi duas vezes o que escolheu frango assado... O que escolheu frango assado vai ser o quê? Vai ser...

Mariana: Menos dois!

Ricardo: Não é menos dois . . . Olhem aqui... Se eu tenho esta barra... (desenha uma barra ao lado do gráfico – figura 49)... E digo que esta barra é o dobro de outra qualquer... Essa outra barra que eu estou a falar vai ser de que tamanho?



Figura 49 – Representação icónica utilizada por Ricardo.

Leonardo: Duas vezes esse...?

Ricardo: Não... Esta é que é o dobro... A outra vai ser o quê?

Carlos: A metade...

Ricardo: Vai ser metade desta, não é? Então vai ser deste tamanho assim...

(desenha outra barra com sensivelmente metade do tamanho da primeira – figura 49) É ou não?

Alunos: Sim...

Ricardo: Mesmo que eu não soubesse o número... Se eu sei que esta é o dobro da outra... A outra tem que ter metade do tamanho... Estás a perceber? Toda a gente está a perceber isto?

Alunos: Sim!

Ricardo informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes relativos à interpretação e utilização do gráfico de barras. Numa primeira fase, tendo por base a primeira explicação de Carlos, o professor refere-se ao tamanho das barras no gráfico para que os alunos compreendam a relação dobro–metade. Para isso, recorre a uma representação icónica (Figura 49) que desenha no quadro. Durante a sua intervenção, questiona a turma recorrendo a perguntas de focalização retórica (“Estão a perceber como o Carlos resolveu isto?”, “Vai ser metade desta, não é?”) e de confirmação fechada (“O que escolheu frango assado vai ser o quê?”). Quando considera que, com o apoio da representação icónica, os alunos compreenderam a relação dobro – metade entre as duas colunas, Ricardo continua a discussão coletiva:

Ricardo: Então... Nós agora até já sabemos qual é que é a quantidade de meninos que votou nesta... Que foram quantos?

Alunos: Catorze!

Ricardo: Catorze... Vou ter que procurar uma onde votaram quantos?

Alunos: Sete!

Ricardo: Sete! Que é metade! Certo? E em qual é que vocês acham que votaram sete?

Marco: É aí! No último! No último!

Ricardo: É o último?!

Marco: É!!

Ricardo: É. Porquê? Porque o sete está aqui não é (aponta para o número sete no eixo das ordenadas)? Hum? Então... Se eu fizer assim... (faz um

tracejado pelo gráfico desde o sete no eixo das ordenadas até à barra correta)... Estão a ver que aqui no meio é esta que está! E já sei que este é o...

Alunos: Sete!

Ricardo: Sete, pois... Sete meninos que votaram no quê?

Alunos: Frango assado!

Ricardo: No frango assado! Exatamente! (escreve por cima da barra) E então... Agora que vocês já têm uma data de pistas... Vão tentar resolver as outras sozinhos.

Apesar de continuar a informar os alunos sobre os aspetos mais relevantes relativos à interpretação e utilização do gráfico de barras, Ricardo conduz os alunos na conversão da informação contida no gráfico em representações simbólicas numéricas. Para isso questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Vou ter que procurar uma onde votaram quantos?”), “E em qual é que vocês acham que votaram sete?”), perguntas de focalização retórica (“Que é metade! Certo?”) e perguntas de inquirição às quais responde quase automaticamente (“É o último?”, “Porquê? Porque o sete está aqui, não é?”).

Após esta discussão, Ricardo dá algum tempo aos alunos para que resolvam as restantes alíneas individualmente e opta por não os questionar enquanto trabalham autonomamente.

Discussão coletiva

Depois do trabalho autónomo dos alunos, tem lugar a discussão coletiva.

Ricardo: Já vimos a [alínea] a) e a [alínea] b)... Vamos lá a ver a c) . . .

Então... Conseguiu descobrir qual era? (Bernardo acena afirmativamente com a cabeça) Como?

Bernardo: É...É a primeira barra?

Ricardo: É a primeira? Porquê? Mas como é que resolvemos isso? Como é que descobri que esta aqui eram os filetes de peixe?

Bernardo: É porque... O hambúrguer com batatas fritas são catorze e ali está a dizer para tirar quatro... Que fica dez!

Ricardo: Bom! Prestem atenção! Vamos lá a ver como é que o Bernardo chegou aqui! O Bernardo e mais alguns que chegaram... A [alínea] c) diz que os filetes de peixe receberam menos quatro... Do que o hambúrguer com batatas fritas...Se o hambúrguer com batatas fritas é esta aqui... Tem quanto?

Alunos: Catorze!

Ricardo: Então e os filetes de peixe receberam menos quatro... Não foi?

Alunos: Sim...

Ricardo: Quanto é que é este (aponta para a barra do hambúrguer com batatas fritas) menos quatro?

Alunos: Dez!

Ricardo: Dez! Qual é que tem dez? Não é esta (aponta para a primeira barra)?

Alunos: Sim!

Ricardo: Então... Filetes de peixe (escreve filetes de peixe por cima da 1.^a barra)!

Primeiramente, Ricardo começa por desafiar Bernardo a interpretar e utilizar o gráfico de barras, questionando-o através de perguntas de inquirição (“Como?”, “Porquê?”). O aluno explica com facilidade como encontrou a resposta para a alínea. No entanto, o professor sente necessidade de informar a turma sobre os aspetos relevantes da explicação do colega e de informar sobre tratamentos (aponta para cada barra no gráfico e indica o seu valor numérico). Neste segundo momento da sua intervenção, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Tem quanto?”) e de focalização retórica (“Não foi?”). De seguida, Ricardo questiona Mariana relativamente à alínea d):

Ricardo: Lê lá Mariana... (aluna lê o enunciado da tarefa) Esparguete à bolonhesa foi o segundo prato mais votado... Qual é Mariana?

Mariana: É o penúltimo...

Ricardo: É o penúltimo... Este aqui (aponta para a penúltima barra do gráfico)?

Mariana: Sim...

Ricardo: Como é que eu sei que é este aqui?

Mariana: Porque é o segundo mais alto!

Ricardo: É o segundo mais alto... É o segundo mais votado... Não é? É o que teve... A seguir ao hambúrguer com batatas fritas... É o que teve mais votos... Não é? Então é o...

Alunos: Esparguete à bolonhesa!

Ricardo: (escreve esparguete à bolonhesa por cima da barra correta)

Ricardo pede a Mariana que interprete o gráfico de barras de forma a responder à alínea d) da tarefa, questionando-a através de perguntas de confirmação fechada (“Este aqui”) e de confirmação aberta (“Como é que eu sei que é este aqui?”). Mais uma vez, perante a facilidade na resposta da aluna, Ricardo sente necessidade de informar a turma sobre os aspetos mais relevantes da interpretação da representação para a resolução desta alínea. Para isso, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“É o

segundo mais votado... Não é?”). Depois da alínea c), Ricardo questiona os alunos relativamente às alíneas seguintes:

Ricardo: Então só nos faltam aqui três barras para descobrir . . . O bacalhau com natas teve mais quatro do que o peixe assado... Qual é que teve mais quatro votos do que o peixe assado? (silêncio prolongado) Eu já sei? Eu já tenho aqui o peixe assado? . . . Se calhar... Eu até podia olhar para ali... E saber logo qual era... Mas não é muito fácil... É mais fácil... Passarmos à alínea a seguir... Vamos tentar saber todos aqueles que são mais fáceis e depois voltamos aqueles que não conseguimos saber logo à primeira! Está bem? Então vamos passar à alínea f)! Lê lá Andreia! (aluna lê o enunciado da tarefa) Cinco alunos votaram no bacalhau com natas... Qual é Andreia? Este aqui (aponta para a terceira barra)? Esta (aponta para a quarta barra)? Esta (aponta para a 5.^a barra e aluna diz que sim)? Esta?!? Então porquê... Diz-me lá...

Andreia: Porque era cinco...

Ricardo sugere aos alunos que não resolvam de imediato a alínea e), informando-os sobre aspetos relevantes para a sua resolução. Para isso, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Eu já sei? Eu já tenho aqui o peixe assado?”). Enquanto informa os alunos, pede a Andreia que interprete o gráfico de barras, nomeadamente, que identifique a barra que indica cinco votos e questiona-a através de uma pergunta de confirmação aberta (“Esta?!? Então porquê... Diz-me lá...”).

No final da resolução da alínea e), o professor é interpelado por Vanessa:

Vanessa: Agora podemos voltar ao [à resolução da alínea] e)!

Ricardo: Agora podemos voltar outra vez ao [à resolução da alínea] e)! Lê lá Bernardo (aluno lê novamente). Então agora... Como é que eu vou saber...? . . .

Bernardo: Bacalhau com natas tem cinco... E se tirarmos quatro fica com um...

Ricardo: E se eu tirar quatro vou ter o quê?

Bernardo: Vai ser aquele antes do dois...

Ricardo: Este aqui antes do dois... Que é o um! Certo? E é o quê? Bife com batatas fritas?

Bernardo: É o peixe assado!

Ricardo: Peixe assado! Exatamente! Diz lá que o bacalhau com natas teve mais quatro votos que o peixe assado! Se este teve mais quatro... Eu vou ver este menos quatro, como disse o Bernardo... Este menos quatro... Se este tem cinco... Menos quatro dá um! Temos aqui o peixe assado! Certo?! Porque se eu vier aqui ver... Está no um! Então tenho aqui o peixe assado!

Alunos: O outro é ervilhas com ovos!

Ricardo: O outro diz que houve quem votasse em ervilhas com ovos...

Não diz quantas pessoas... Não diz se foi o mais votado ou o menos...

Luísa: Foi dois!

Ricardo: Mas eu já só tenho ali uma barra para preencher... Então é essa, não é? Ervilhas com ovo!

Ricardo desafia os alunos a responder às restantes alíneas e questiona-os através de perguntas de inquirição (“Como é que eu vou saber...?”). À medida que os alunos respondem corretamente a cada alínea, Ricardo parece considerar as suas respostas pouco claras, o que faz com que decida informar os alunos sobre os aspetos mais relevantes da resposta dada a cada alínea. Para isso, questiona a turma através de perguntas de confirmação fechada (“E é o quê? Bife com batatas fritas?”) e de perguntas de focalização retórica (“Então é essa, não é?”).

Depois de discutir com os alunos a resolução da primeira parte da tarefa, Ricardo passa à resolução da segunda parte:

Ricardo: O que é vocês acham que está bem feito neste gráfico? . . . O que é que não está bem? Vamos começar primeiro pelo que não está bem...

Bernardo: Porque antes não tinha os outros números [no eixo das ordenadas]...

Ricardo: Não tinha os outros números... Então a nossa escala não estava completa, pois não? . . . Era mais difícil olharmos para as barras e saber quanto é que tinha... Porque não tínhamos lá a escala toda . . . Mais coisas que não estavam bem feitas?

Natália: O nome em baixo... O nome do... Das refeições...

Ricardo: Ah! O nome das refeições! Sim... Nós fizemos ali em cima das barras... Também poderíamos ter feito em baixo, mas como eram nomes muito compridos, eu tive que pôr o nome assim em cima... Porque não conseguia escrever aqui um nome e aqui outro e aqui outro (aponta para cada categoria no eixo das abcissas)... Está?

Aluno: E falta o título! Falta o título professor!

Ricardo: Falta o título!

Carlos: Professor o título pode ser “O prato favorito”

Luísa: “O prato favorito dos alunos”!

Ricardo: Mais coisas que faltam?

Leonardo: Professor! Não tinham que ter o mesmo espaço? As barras?

Ricardo: O mesmo espaço entre elas? Aqui no [quadro]... Eu é que não as fiz bem... Porque se tu olhares para o que tens aí... Elas têm o mesmo espaço... Não têm?

Na segunda parte da tarefa, Ricardo começa por informar os alunos sobre a conversão das representações verbais que constam no enunciado da tarefa em linguagem natural, para que os alunos compreendam facilmente o que é pretendido. Em seguida, desafia os alunos para a sistematização de informação relevante questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (Mais coisas que não estavam bem feitas?). Informa ainda a turma sobre os aspetos mais relevantes do gráfico de barras e sobre a conversão das representações verbais dos alunos em representações mais formais, questionando-os através de perguntas de focalização retóricas (“Está?”). Globalmente, os alunos referem que a escala existente (que consideram incompleta) dificulta a leitura do gráfico e identificam a inexistência do título do gráfico, bem como de categorias no eixo das abcissas (“O nome em baixo... O nome do... Das refeições...”).

De uma forma geral, Ricardo utiliza diferentes tipos de ação e de questionamento durante a realização desta tarefa. Na introdução da tarefa, pede aos alunos que identifiquem e interpretem a representação que consta no enunciado da tarefa, informa os alunos sobre a interpretação da representação do gráfico de barras e dá sugestões para salientar a utilização do gráfico de barras. Assim, recorre a perguntas de confirmação e de focalização retórica. Durante o trabalho autónomo dos alunos, verificando serem muitas as dificuldades dos alunos, o professor reverte para uma resolução coletiva da tarefa e, quando considera que os alunos ultrapassaram as suas dificuldades, pede-lhes que continuem a resolução da tarefa individual e autonomamente. Neste momento da tarefa, o professor informa os alunos sobre as explicações dos colegas, fazendo a conversão das representações verbais utilizadas pelos alunos (linguagem natural) em representações verbais mais formais, conduz os alunos na conversão da informação contida no gráfico de barras em representações simbólicas numéricas, dá sugestões sobre a utilização e interpretação do gráfico de barras, pede para interpretar e utilizar a representação do gráfico de barras, desafia a turma para a utilização da representação do gráfico de barras. Para isso, questiona a turma através de perguntas de inquirição, de confirmação fechada e de focalização retórica.

Na discussão coletiva da tarefa, desafia os alunos a interpretar e utilizar o gráfico de barras e a sistematizar informação relevante, pede aos alunos que interpretem o gráfico de barras, e informa a turma sobre os aspetos relevantes e sobre tratamentos e conversões. Assim, questiona a turma através de perguntas de inquirição, confirmação (maioritariamente fechada) e de focalização retórica.

À semelhança do que aconteceu com os alunos de Carla, esta tarefa revela-se demasiado difícil para os alunos de Ricardo. A escala do eixo das ordenadas e a arbitrariedade das alíneas aumenta demasiado o grau de dificuldade para estes alunos que apresentam também dificuldade na compreensão, interpretação e utilização da representação do gráfico de barras.

Durante a exploração da tarefa, o gráfico de barras é o elemento central. Por vezes, o professor promove o tratamento (para formalizar a linguagem natural dos alunos, por exemplo) e a conversão de representações (com o recurso a representações icónicas, por exemplo).

Reflexão pós aula

Na sessão de reflexão pós aula (planificação – Anexo 12), os professores identificam alguns dos momentos da tarefa, que consideraram mais relevantes. Nesta sessão, Carla e Sandra são mais participantes. Assim, é Sandra, que apoiou os alunos das três turmas que realizaram a tarefa, quem começa por refletir sobre o que viu:

Aquilo que eu achei [do que vi nas diferentes turmas] era o que eu estava à espera... Havia miúdos que conseguiram mais do que outros, mas eles são completamente diferentes. Agora o que nós tivemos...Foram abordagens... Os professores abordaram a tarefa de diferentes maneiras e isso também teve a ver com a turma onde estava a ser apresentada a tarefa ou pela característica do professor . . . Por exemplo no caso do Ricardo teve que ser uma exploração da tarefa conjunta! . . . O Ricardo fazer uma exploração como fez a Carla, não me parece que fosse viável...

Sandra não se mostra surpreendida pelas dificuldades que surgiram por parte dos alunos durante a resolução da tarefa. Por outro lado, parece admirada ao constatar as diferentes abordagens à mesma tarefa. A professora considera que as características das duas turmas podem ter condicionado as ações dos professores e considera que, na turma de Ricardo, onde existem alunos com maiores dificuldades, foi necessária a resolução desta tarefa coletivamente. Pelo seu lado, Carla refere-se à forma como introduziu a tarefa, nomeadamente a identificação de algumas das convenções de um gráfico de barras:

Carla: Era um bocadinho rever aquilo que já tinha sido dito [noutras aulas] e que muitas vezes lhes passa ao lado e que eles se esquecem muito facilmente. Portanto... Eu prefiro sempre introduzir um bocadinho a

matéria, rever aquilo que já foi dado e a partir daí vamos trabalhar e vamos aprofundar! Foi nesse sentido! . . .

Sandra: Eu acho que é muito importante [pedir aos alunos que expliquem pelas suas palavras] E faz muito sentido... Porque eles têm tantas dificuldades e tanta falta de concentração que muitas vezes é mais fácil ouvirem-se a eles do que estar a ouvir o professor e aí é importante dar a palavra ao aluno...

Para Carla é importante informar os alunos e sistematizar informações que considera relevantes antes da realização de uma tarefa que julgue mais difícil. Por sua vez, Sandra considera muito importante solicitar aos alunos que expliquem o enunciado da tarefa, o que promove a interpretação e compreensão da tarefa. Carla refere-se ainda à forma como explorou a tarefa com os seus alunos:

Queria mesmo que eles entendessem e que . . . É preferível dar as diretrizes todas e encaminhá-los diretamente para aquilo que queremos! Senão vamos sair tudo furado! . . . Sempre que vejo que há matéria que é mais pantanosa faço este tipo de abordagem... Sempre! . . .

Carla assume que nesta tarefa optou por, maioritariamente, conduzir e informar os alunos. Na sua opinião, face à dificuldade desta tarefa, é determinante que o professor guie os seus alunos de forma a não colocar em risco a resolução da tarefa com sucesso, ideia que é partilhada pelos outros professores. Outra das preocupações do grupo prende-se com as dificuldades manifestadas pelos alunos:

Sandra: Havia ali ... Independentemente de ser um gráfico e de terem que colocar lá o nome de cada uma das barras... A leitura de cada uma das pistas obrigava a muita concentração e obrigava a ter que pensar no que tinham feito no anterior... Na pista anterior! Estava tudo muito relacionado e isso para eles é muito difícil!

Carla: São conceitos abstratos que estávamos aqui a trabalhar e há alunos que não conseguem descodificar minimamente! . . . Mesmo após a nossa tentativa de descodificação houve alunos que não chegaram lá ...

Para Sandra, além da interpretação da representação condicionar a dificuldade da tarefa, a existência de numerosas alíneas interligadas (a que chama pistas) aumentou ainda mais o nível de dificuldade da tarefa. Por sua vez, Carla considera que os dados implícitos na representação do gráfico de barras são “demasiado abstratos” o que contribuiu para que os alunos sentissem dificuldade em converter os dados do gráfico em representações

numéricas mais familiares. Quando questiono os professores sobre a conversão das representações verbais do enunciado da tarefa e do gráfico de barras em linguagem natural, Carla reage:

Quanto mais nós conseguirmos simplificar para eles apreenderem... Melhor! A partir daí então... Começar a introduzir [a linguagem matemática] . . . Vamos assim introduzindo sem eles se aperceberem e entra-lhes naturalmente . . . São pequenas muletas que temos [que usar]...

Na opinião desta professora, o papel dos professores na conversão das representações verbais mais formais em linguagem natural é fundamental, na medida em que contribui para que, progressivamente, os alunos estabeleçam conexões entre as diferentes representações.

Ainda em relação às dificuldades sentidas pelos alunos, os professores debruçam-se sobre a interpretação e utilização da representação do gráfico de barras, nomeadamente a legenda das categorias no eixo das abcissas:

Sandra: Eles perguntaram . . . Como é que podiam fazê-lo porque os nomes eram demasiado grandes para o gráfico que lhes estava a ser apresentado . . .

Sandra: Eu acho que elas podem ser legendadas onde der mais jeito... O Ricardo legendou por cima [de cada barra]

Sónia: Eu sinceramente acho que é melhor fazer por baixo... Não acho que seja melhor... Acho que não baralha tanto... Do que estar em cima das barras... O problema é o espaço! Usar as abreviaturas é uma boa opção!

Sandra: . . . Acho que sim... Não vejo que tenha sido um problema para eles . . .

Carla: E [na minha turma também] acabou por se fazer... [Mas...] Com tantas convenções... Qual é que se usa? A nível de legenda?

Sónia: Podes usar as duas! Mas isto representa o eixo x e y ... Certo? Se calhar por eu ter esta ideia do x e do y é que eu acho que faz mais sentido [a legenda] ser aqui em baixo [no eixo das abcissas]...

Inicialmente, o grupo considera que a legenda das categorias no eixo das abcissas na representação do gráfico de barras não gerou dificuldades nos alunos. No entanto, ao refletirem, concluem que o facto de as categorias terem nomes muito extensos, fez com que surgissem algumas dificuldades que não foram previstas na sessão de preparação da aula. Assim, esta situação acaba por ser bastante discutida na sessão pós-aula:

Carla: Eu acabei por permitir que eles pusessem [a legenda] aqui dentro [de cada coluna] mas foi contrariada . . .

Sandra: Mas não é errado... Até fiz uma legenda... Coloquei aqui as iniciais e depois ao lado a legenda... Até podíamos ter pintado uma barra de cada cor!

Carla: Eu não devia ter permitido [cada um colocar a legenda onde considerou adequado]... Se calhar... E refletindo agora... Eles teriam que fazer todos da mesma forma!

Sandra: Não, porque isso era tarefa inicialmente livre...

Sónia: E era para dar espaço para depois eles [explorarem]...

Carla: Como legendar...? Aaaah... Acho [que sim]... Porque... Como eles são... A Leia faz por baixo, o Fernando faz por cima... Começam a discutir qual é que está a fazer mal! Percebes? Somos tão rigorosos numas coisas... As barras têm que ser daquele tamanho, têm que estar naquelas linhas, os espaços têm que ser iguais... Então e depois a legenda?

Sandra: Mas o problema é que depois aparece-lhes um exercício diferente e eles não estão habituados...

Carla: Sandra... [Talvez] Introduzindo passo a passo, [progressivamente]... Refletindo na aula que tive... Eu não expliquei isso aos meus alunos! Que podíamos legendar como queríamos! Fui admitindo a cada um! E depois sei que a forma como acabei por fazer o gráfico... Há-de ser a forma como muitos vão fazer toda a vida. Fui eu que fiz!

Apesar de considerarem que as convenções do gráfico de barras permitem que a legenda das categorias do eixo das abcissas seja colocada em diferentes pontos do gráfico (em cima das barras, dentro das barras, por baixo de cada barra junto ao eixo das abcissas ou colorindo cada barra e colocando a legenda lateralmente), os professores concordam com a opinião de Carla, quando esta reflete nas suas ações e conclui que teria sido importante sistematizar esta informação com os alunos. No final, a professora receia ter condicionado a interpretação e utilização do gráfico através da forma como ela interpretou e utilizou esta representação, sem antes ter informado os alunos de que há várias formas possíveis de o fazer.

O grupo discute também a necessidade que os professores sentem em ter de conduzir/informar os alunos.

Sandra: [A aluna foi dando respostas erradas] E eu fui orientando... Tipo impingindo o correto! . . . A certa altura tive a sensação que estava a orientá-la para a resposta porque também não arranjei outra maneira de a fazer chegar lá! . . . Achei que se fosse fazê-la chegar ao resultado por

ela... Ia criar-lhe ali alguma frustração e então fui orientando-a até ela conseguir: “Sim senhora! Consigo!” . . .

Sónia: Eu acho que é assim... É diretiva [mas]... Também tem a ver com o tipo de aluno... Se ela não chega lá de outra maneira... Tem que ser diretiva mesmo!! . . . Eu acho que tu tentaste tudo até que ela... Foi um processo! Se ela não chegava lá... . . .

Carla: Às vezes tentamo-nos controlar... Porque basta dizer “Tens a certeza?!” . Por mais certos que eles estejam [duvidam da resposta que deram]... . . .

Sandra: Mas aí podes começar a substituir o “Tens a certeza?!” por “Porquê?”... Porque eles depois ao explicar...

Carla: Ficam na mesma inseguros! Logo!

Sónia: Questionar o trabalho deles ou questionar o que eles fizeram leva-os a pensar que está errado. . . É a história do “Explica o teu raciocínio”... Eles têm imensa dificuldade em fazer... [Em utilizar as representações d]a linguagem matemática, [em explicitar] o raciocínio matemático...

Sónia: [Ao se perguntar “Porquê?”...] Ajudamo-los a aprender a argumentar... Porque o que falta aqui é saber explicar e argumentar o porquê... Eles fizeram bem! Mas depois explicar e passar isso... Nem que seja com pouca linguagem matemática e não usando os termos... Eles respondem “Fiz uma conta!” . . .

O grupo reflete nas suas ações e conclui que, por vezes, recorre a ações de conduzir/informar (que denomina de “diretivas”), quando o recurso a outro tipo de ações não contribui para que os alunos consigam compreender ou utilizar/resolver uma tarefa. Por outro lado, referem que muitas vezes, quando recorrem a ações de desafiar/pedir para explicar, os alunos sentem-se inseguros e não respondem (porque consideram automaticamente a sua resposta errada) ou não justificam a sua resposta (porque têm dificuldade em recorrer a representações simbólicas matemáticas ou em explicitar o seu raciocínio). Sónia sugere que a forma como questionam os alunos (através do “Tens a certeza?”) poderá condicionar negativamente o tipo de resposta que os professores obtêm.

No final da discussão, refletimos sobre o facto de Carla ter sugerido uma forma de completar um gráfico de barras (barra demasiado larga), situação que os restantes professores referem utilizar com frequência:

É importante eles verem [formas incorretas de completar o gráfico de barras]... Eles estão habituados a ver as barras todas do mesmo tamanho e isto [maus exemplos] para eles não é familiar... É uma maneira de os levar daquilo que eles estão habituados a ver e depois eles conseguirem chegar à resposta e conseguirem construir como é que tinham que ser as barras... Todas iguais!

Sandra refere que ao fazer um “contraexemplo” sugerindo à turma representações incorretas, promove nos alunos um sentido autocrítico, na medida em que os leva a comparar as suas representações internas (“aquilo que eles estão habituados a ver”) com as representações sugeridas, conduzindo-os na argumentação para invalidar as representações incorretas.

De uma forma geral, durante a sessão de reflexão pós aula, a reflexão dos professores relativa à exploração da tarefa centra-se nas dificuldades sentidas pelos alunos, que parece ter condicionado as suas ações e a exploração da representação do gráfico de barras. Nesse sentido, em relação às ações, os professores consideram que: (i) a sua prática será “mais ou menos diretiva” consoante o feedback que recebem dos alunos; (ii) o tipo de questionamento que utilizam nas suas ações condiciona a resposta e ação dos alunos; (iii) a ação de informar os alunos sobre aspetos relevantes da representação do gráfico de barras, antes da realização da tarefa, é uma estratégia a utilizar para diminuir as dificuldades dos alunos; e (iv) a ação de informar relativamente à conversão de linguagem matemática em linguagem natural é fundamental.

Em relação à representação utilizada, a legenda das categorias do eixo das abcissas gera discussão entre os professores, que concluem que seria importante ter sistematizado com os alunos as diferentes formas de colocar a legenda. Os professores referem ainda a importância de dar aos alunos “contraexemplos” de representações, como forma de reforçar e enriquecer o conhecimento dos alunos.

A tarefa em si, também é alvo de reflexão e o grupo reforça a ideia de que alíneas alternadas poderão ter aumentado demasiado o nível de dificuldade para os seus alunos, tornando-a, provavelmente, desadequada.

7.2. Momento de trabalho – Tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”

Sessão de preparação da aula

Durante a preparação da aula (planificação – Anexo 13) os professores analisam a tarefa e exploram-na. A tarefa que proponho é “Preferes Maçã, Laranja ou Banana?” (M.E., 2010), que implica que os alunos interpretem um diagrama de Venn (Anexo 14). Os professores analisam a tarefa proposta e inicialmente Sandra mostra-se entusiasmada:

Sandra: Ah! Diagrama de Venn! . . . Espera!!! Assim não!! Do que estou a ver... Assim não!! Ter três peças de frutas... Aaaa... Ter três conjuntos iniciais... Vai ser confuso!!! . . .

Investigadora: Nesta tarefa, mediante a informação que está no diagrama de Venn, os alunos têm que responder verdadeiro ou falso às questões.

Sandra: Só verdadeiro ou falso? . . . Não têm que as corrigir? . . .Corrigir as falsas?. . . O meu problema é... Daquilo que tu conheces da turma do Ricardo como será a exploração desta tarefa na turma dele? . . . Dar um exemplo de um diagrama de Venn e explorar com eles?

Sónia: Por exemplo...! Mesmo só com dois grupos...

Sandra mostra-se preocupada com o facto de o diagrama de Venn ser composto por três conjuntos. Segundo os professores, os alunos costumam realizar tarefas em que os diagramas são compostos apenas por dois conjuntos e considera problemática a existência de três conjuntos nesta tarefa. Outra das preocupações da professora é a possível tendência dos alunos “procurarem corrigir” o diagrama de Venn. Sandra e Sónia refletem sobre a forma como Ricardo poderá explorar esta tarefa, tendo em conta que os seus alunos costumam sentir mais dificuldades. No final, concordam que a forma como o professor introduz a tarefa será crucial para a compreensão dos alunos na realização da tarefa.

Entretanto, os professores exploram a tarefa individualmente. Sandra e Carla são mais efusivas e fazem-no em voz alta.

Carla: A Rita e o Manuel... É Falso! Porque o Manuel gosta de maçã e de banana, mas não gosta de laranja... A Rita gosta de tudo... (pensativa enquanto analisa o diagrama) E gosta mesmo! . . .

Sandra: A Teresa não gosta de nada... É uma esquisita! Está fora...

Carla: Está fora...?! Sim!! O Manel, o Pedro e o David... Onde é que anda o David? Hum!

Sandra: Eu não vejo o Pedro...

Carla: Não!! É mentira! O David não gosta de maçã! . . .

Carla: A Rita e a Sandra... Onde é que anda a Rita? A Rita não deve gostar porque eu não a estou a ver em lado nenhum!

Sandra: A Rita está no centro!

Carla: Ah! Então a Rita gosta de tudo e a outra é a...

Sandra: Sandra... Que gosta de banana...

Carla: Gosta? Gosta!

Sandra: Não! Onde é que ela está? Banana e laranja... Ah sim! Mas é a Sandra e a Rita! Não! Ah! Mas a Sandra gosta de tudo... Está bem...

Enquanto realizam a tarefa, as professoras acenam afirmativamente com as cabeças, concordando com o que é proposto no enunciado e analisando a dificuldade inerente a cada afirmação. Denota-se que realizam a tarefa com atenção, analisando e confirmando as respostas uma da outra. Na maioria das afirmações, consideram que os alunos não terão dificuldades. No entanto as afirmações “A Joana ou gosta de Banana ou de Maçã” e “Dez alunos gostam de Laranja ou Maçã” geram alguma discussão:

Carla: A Joana...[ou gosta de Banana ou de Maçã]

Sandra: Ai...!! Isto é confuso...

Carla: OU gosta de banana OU de maçã?!?!? Onde é que anda a Joana...??

Ela gosta de maçã...

Sandra: [A afirmação] É verdade[ira]...!

Carla: Não!!!

Sandra: É!!! Ou gosta de maçã... Ou gosta de banana! Gosta de maçã! Está certo! Ou de uma coisa ou de outra!

Carla: Vou pensar nisso... Eu percebo mas...

Sandra: Isto... Interseção de conjuntos... “E”... “Ou”...

Carla: Sim... Mas...

...

Carla: Dez alunos gostam de laranja ou maçã... Epá... Esta pergunta... Eu não... Desculpa lá! Tanto essa como a outra! . . . Esquece! Para mim é [para retirar]... Para mim!!!

Sandra: Não....! . . .

Carla duvida que os alunos consigam interpretar estas afirmações e que, face a isso, consigam utilizar o diagrama corretamente. Sandra considera que será interessante a exploração da interseção dos conjuntos, mas Carla continua reticente e sugere que as afirmações sejam retiradas da tarefa. Tendo em conta que os outros professores não partilham a preocupação de Carla, as duas afirmações não são retiradas da tarefa.

Sandra considera que os alunos não terão dificuldades em interpretar os dados relativos a elementos que estão fora dos conjuntos ou na interseção dos três conjuntos pois considera que é uma tarefa familiar para a turma (“Não [vão ter dificuldades]... Não se esquecem [do significado dos elementos que ficam de fora dos conjuntos]! Eles estão habituados... Quer dizer... Estão habituados... Fiz uns dois exercícios sobre isso [ri-se]!”). No final, os professores fazem uma análise global da tarefa:

Sandra: Eu não gosto deste exercício...

Carla: Mas eu gosto imenso do exercício! Atenção! . . .

Sandra: Mas com três frutos, Carla?

Carla: Sim!

Sandra: Sim??

Carla: Sim!! Nisso sim! Agora... Estas duas [questões] dos “ou”...

Sandra: O meu problema é ser três frutos... Mas bem... Eles só têm que analisar se é verdadeiro ou falso! . . . A nossa exploração também vai já explicar toda a orientação, toda a organização do diagrama de Venn... Porque é aquilo que se pretende, não é? . . . Vais ver as interseções todas. No fundo é isso que estás a explorar . . .

Após a exploração da tarefa, Sandra continua a sentir alguma reserva relativamente ao diagrama de Venn proposto e Carla retoma a sua preocupação com as afirmações onde consta o “ou”. No entanto, nenhum dos outros professores partilha da mesma opinião e a tarefa permanece inalterada. No final, Sandra reflete sobre o papel do professor na dinamização da tarefa e afirma que as ações dos professores (que refere como orientação) vão orientar a exploração da tarefa e a compreensão dos alunos.

De uma forma geral, apesar de considerarem que os alunos não terão dificuldades em identificar e interpretar o diagrama de Venn (por ser habitualmente explorada em tarefas na sala), durante a sessão de preparação da aula, o grupo de professores centra-se nas dificuldades que os alunos poderão sentir durante a exploração da tarefa. Assim, encaram como problemático o facto de existirem três conjuntos no Diagrama de Venn e de surgirem as afirmações com “OU”, que Sandra e Carla consideram que podem aumentar demasiado o nível de dificuldade da tarefa para os alunos. Independentemente das dificuldades que possam surgir (parece ser consensual que a turma de Ricardo será a que demonstrará mais dificuldades na resolução da tarefa), o grupo concorda que as ações do professor e a forma como dinamizarem a tarefa influenciará a atividade dos alunos.

Turma de Carla – Dinamização feita por Carla

Introdução da tarefa

No início da introdução da tarefa, Carla questiona os alunos relativamente à representação que irão analisar:

Carla: Hoje vamos trabalhar... Os diagramas de Venn... A ver se se recordam... Alguém se recorda dos diagramas de Venn?

Alunos: Nãoooo...

Carla: Não? Fizemos um teste . . . E havia lá um diagrama... Quem se recorda? (silêncio prolongado) . . . Como é que era? (silêncio prolongado)

Era sobre quê... Esse diagrama? (silêncio prolongado) . . . Era em tabela esse diagrama?

Alunos: Não!

Carla: Então? Era como? Aparecia como?

Aluno: Era um gráfico de barras!

Carla: Não senhor! Esse que tu estás a dizer era sobre as frutas... O diagrama como é que era? (silêncio)

Carla pede aos alunos que interpretem o diagrama de Venn, questionando-os através de perguntas de confirmação fechadas (“Alguém se recorda dos diagramas de Venn?”, “Era em tabela esse diagrama?”). A professora deixa prolongar um pouco os períodos de silêncio, parecendo que está a dar algum tempo aos alunos para pensar, mas os alunos não conseguem identificar a representação. A certa altura, uma das alunas, Laura, intervém:

Laura: Professora eu sei... Fazemos duas bolas...

Carla: Fazemos duas bolas... [começa a desenhar um círculo afastado do primeiro]. Separadas?

Laura: Nãooooo...!!!

Carla: Então? . . .

Laura: Fica uma... Ficam as duas bolas juntas e fica um bocadinho no meio... Aaaaa...

Carla: Fica um bocado dentro da outra... É isso que querias dizer? Faço assim? [desenha dois círculos que se interseitam].

Laura: Sim... Pode ser assim... Numa bola vamos ter a equipa azul e na outra bola a equipa vermelha . . . Dentro das bolas vamos pôr em baixo o que é que... O que é que os da equipa vermelha fazem...

Carla: Pode ser... Então diz-me lá... O que é que vou colocar na equipa vermelha?

Laura: Os nomes...

Carla: Então.. Três nomes! Rápido!

Laura: Miguel, Mariana e Maria...

Carla: Então e agora a azul...

Laura: Pedro, Ângelo e João...

Carla: E está feito o diagrama de Venn?

Laura: Não...No meio temos que pôr... É como se a equipa vermelha jogasse à bola e a equipa azul fizesse corta mato e no meio... Temos de pôr... Os meninos que fazem as duas coisas...

Carla: (escreve o que a aluna esteve a dizer) É isto? (aluna acena afirmativamente com a cabeça) (Figura 50)

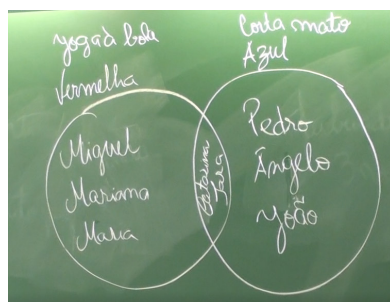


Figura 50 – Representação do diagrama de Venn utilizada por Carla para converter a representação mental de Laura.

À medida que Laura descreve o diagrama de Venn, Carla insinua à turma que não compreende a explicação da aluna. Assim, dá algumas sugestões, questionando Laura através de perguntas de confirmação fechada (“Fazemos duas bolas... Separadas...?”, “O que é que vou colocar na equipa vermelha?”). Através das sugestões da professora, a aluna explica aos colegas como podem construir um diagrama de Venn, o significado de cada círculo e o significado da interseção entre círculos. A partir da intervenção da Laura, Carla questiona outra aluna:

Carla: Então agora vamos cá ver uma coisa... Tânia... Se olharmos para ali, conseguimos perceber quantos meninos jogam à bola, quantos jogam corta-mato e quantos jogam uma coisa e outra... Então e diz-me lá... Quantos meninos jogam só à bola?

Tânia: Três...

Carla: Não percebo!?

Tânia: Cinco!

Carla: Jogam SÓ à bola?!?

Tânia: Ah! Não professora! Três...

Carla: Tinhas dito bem... Depois eu digo “Não percebo” e pronto... Quantos meninos jogam no total à bola?

Tânia: Cinco!

Carla: Porquê? Porque estes (aponta para os alunos que estão na interseção dos círculos) Estes aqui também são contabilizados... E temos aqui um diagrama de Venn! Então e se eu agora puser aqui (desenha um terceiro círculo- Figura 51)... Isto ainda é um diagrama de Venn?

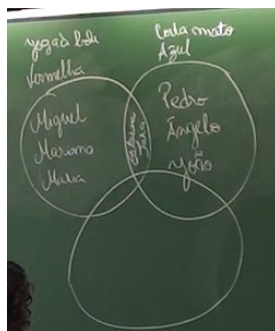


Figura 51 – Representação do Diagrama de Venn utilizada por Carla.

Alunos: Não...!!

Carla: Ai não?!?!

Alunos: Siiiiimmm...

Carla: Diz lá Josiane o que estavas a dizer... Estavas a dizer que...

Josiane: Jogam três jogos!

Carla pede aos alunos que interpretem o diagrama de Venn proposto por Laura e questiona Tânia com perguntas de confirmação fechada (“Quantos meninos jogam só à bola?”). Na sua primeira tentativa de desafio à interpretação do diagrama de Venn, Carla usa uma pergunta de inquirição (“Não percebe!?”) que tem como intuito desafiar a aluna a explicar o seu raciocínio, mas que acaba por induzi-la em erro. Face à questão de Carla, Tânia considera que respondeu erradamente e reformula a resposta dada. Perante a resposta errada da aluna, Carla desiste de desafiar os alunos a interpretar a representação, optando por informá-los com perguntas de focalização retórica (“Porquê? Porque estes aqui também são contabilizados...”, “Ai não?!?!”). Depois de utilizar o diagrama proposto por Laura para informar os alunos sobre informações relevantes relativas ao diagrama de Venn, Carla prossegue com a exploração da tarefa

Carla: Então eu vou ler! Tarefa 1! [lê parte do enunciado]. Ou seja, faz de conta que vieram aqui à nossa turma e perguntaram: “André... Preferes laranja, banana ou maçã?” E ele respondeu: “Maçã!” Então, o nome dele ia para o círculo da... Maçã! Mas ele também me podia dizer: “Oh professora, Eu gosto mais de maçã e laranja! Eu não sei qual dos dois é que consigo decidir!” Então, nós também o conseguíamos considerar no diagrama, não conseguíamos? . . . Íamos pôr, precisamente na interseção entre a laranja e a banana, certo?... Ou a maçã? Certo? Sim? Percebido até agora? Então... (continua a ler o enunciado as instruções de preenchimento da tarefa). Então o que é que vocês têm que fazer? Diz-nos aqui... Eu não quero respostas!! Atenção!! “A Joana gosta de banana!” Vocês têm que vir aqui analisar o gráfico e têm que ver se é verdadeira ou falsa... Certo? [continua a ler todas as afirmações]. Vamos

cá ver... A única coisa que têm que fazer é colocar verdadeiro ou falso... À frente de cada afirmação... Portanto... Vamos fazer o quê? Analisar. Contar... E vamos ver quem é que consegue adivinhar tudo! Vou-vos garantir uma coisa... Especialmente... Quem acertar tudo, eu amanhã trago um prémio! Portanto... Hoje especialmente têm um prémio! A quem acertar tuuudo! Sem ajuda dos professores!

Joana: Ah! Então a professora não pode andar nas nossas mesas!

Quando introduz a tarefa, Carla opta por informar os alunos relativamente à forma como se interpreta o diagrama de Venn, questionando-os através de perguntas de orientação retóricas (“Certo? Sim? Percebido até agora? “). No final da sua intervenção, decide transformar a tarefa numa competição entre alunos, limitando a intervenção dos professores junto dos alunos. Face ao proposto, a turma aparenta ficar muito motivada em explorar a tarefa.

Trabalho autónomo dos alunos

Os alunos começam a trabalhar autonomamente sem a interação habitual entre alunos e professora. Contudo, pontualmente, Carla intervém junto dos alunos:

Leandro: Professora... Este, este e este (aponta para os alunos que estão fora dos círculos) contam também...?

Carla: Tuuudo!! O diagrama de Venn é tudo! Tudo o que aqui está... Atenção! (fala para a turma) Tudo o que está neste quadrado... É informação! É o diagrama de Venn! Está bem? Sim?

Perante a dúvida de Luís, Carla informa-o sobre a interpretação e utilização do diagrama de Venn, questionando o aluno e a turma com perguntas de focalização retórica (“Está bem? Sim?”).

Enquanto os alunos trabalham individualmente de forma autónoma, Carla circula pela sala e contabiliza quem são os alunos que até ao momento têm todas as respostas corretas. A maioria dos alunos que a interpela sente dificuldades nas mesmas alíneas (“A Joana ou gosta de Banana ou de Maçã” e “Dez alunos gostam de Laranja ou Maçã”). Carla responde de várias formas às solicitações dos seus alunos dizendo-lhes que “pensem mais um pouco”, dando algumas sugestões à turma, questionando-os com perguntas de focalização retórica (“Ou e ou? Não podes ter as duas hipóteses!...”) e por vezes informa-os (“Toma atenção... O Pedro ou gosta de jogar à bola ou de jogar ténis...

Atenção!”). A certa altura, Sandra ajuda uma aluna com dificuldades idênticas à maioria da turma e Carla intervém:

Sandra: Vamos lá... Ou gosta de banana ou gosta de maçã...

Carla: Então?

Sandra: Ela consegue fazer, mas estou a ler...

Carla: Então? Ela sabe ler... [para investigadora] É o que ela [a aluna] quer... Seremos nós a fazer... Mas eu quero é levá-la a responder [sozinha] e depois a justificar!

Carla parece utilizar a tarefa como uma forma de avaliar os alunos, considerando que a ajuda das professoras não permite fazer o que pretende. Na sua ótica, os alunos já são capazes de resolver a tarefa autonomamente sem a intervenção de um professor e, dessa forma, o auxílio de Sandra é desnecessário.

À medida que os alunos dão por concluída a resolução da tarefa, Carla contabiliza quem terminou a resolução da tarefa e o tempo que demorou a fazê-lo:

Quem já acabou põe a cabeça em cima da mesa! Que é para eu verificar quem não acabou! . . . Bem, para quem nunca tinha ouvido falar em diagrama de Venn, até que não estão muito mal de tempo, não é?

Para Carla, o entusiasmo mostrado pelos alunos através do “concurso” e a rapidez com que resolvem a tarefa são indicadores de sucesso e mostra-se satisfeita com os resultados alcançados, apesar de apenas dois alunos concluírem a tarefa com todas as respostas corretas. Cerca de dez minutos depois dos alunos iniciarem o trabalho autónomo, Carla dá-o por terminado e inicia a discussão coletiva de resultados.

Discussão coletiva

Carla relê o enunciado da tarefa e pede a alguns alunos que respondam às questões da tarefa:

Carla: Então vamos lá começar! (relê a última frase do enunciado e começa a ler cada uma das afirmações) . . . A Joana gosta de banana... Daniel...

Daniel: Falso.

Carla: Porquê? (aluno fica em silêncio) De que é que a Joana gosta?

Daniel: Maçã...

Carla: Porque a Joana gosta de maçã... A Rita e o Manel gostam de laranja. Flávio...

Flávio: Não [Falso]... Porque a Rita gosta de laranja e o Manel gosta de banana.

Carla: Então é...

Flávio: Falso!

...

Carla: Seis alunos... Gostam de laranja. Lia?

Lia: É falso...

Carla: É falso??? Então quantos alunos gostam de laranja?

Lia: Sete!

Carla pede aos alunos que interpretem o diagrama de Venn, questionando-os através de confirmação fechada (“De que é que a Joana gosta?”, “Quantos alunos gostam de laranja?”). Desta forma, parece tentar perceber o raciocínio dos alunos e simultaneamente, parece tentar promover a justificação das respostas.

Carla: (coloca o V de verdadeiro) O Manel, o Pedro e o David gostam de maçã. Camila?

Camila: Falso

Carla: Vamos cá ver... (aponta para o diagrama do quadro) O Manel está aqui... Gosta de...

Alunos: Maçã!

Carla: O Pedro está aqui... Gosta de...

Alunos: Maçã...

Carla: E o David... Que gosta de maçã!

Alunos: Nãooooo! Laranja!

Carla: Então... A resposta é...

Alunos: Falsa!! (alunos festejam)

Carla informa os alunos sobre a forma como devem interpretar o diagrama de Venn, recorrendo à reprodução do diagrama que fez no quadro. Implicitamente, faz perguntas de confirmação fechadas, na forma de (i) afirmações incompletas que os alunos devem terminar (“O Manel está aqui... Gosta de...”, ou seja “De que gosta o Manel?”) de forma a justificar a resposta dada (que a afirmação é falsa) e de (ii) respostas incorretas (“E o David... Que gosta de maçã!”), que faz, propositadamente, de forma a que os alunos a corrijam (“Nãooooo! Laranja!”).

Noutras situações, as ações da professora são diferentes e não solicita a justificação das respostas dos alunos:

Carla: A Rita... É uma gulosa!! E gosta de tudo! Vamos lá a ver se é verdade ou mentira Lia...

Lia: Verdadeiro...

Carla: Verdadeiro? Toda a gente concorda?!

Alunos: Siiiiimmm!

Carla: (coloca um V de verdadeiro à frente da afirmação).

...

Carla: O Bernardo não gosta de laranja... Aissato?

Aissato: Verdade!

Carla: Verdade?

Alunos: Siiimmm!!

Carla: Verdade!

Quando a resposta correta de um aluno parece ser consensual, Carla não solicita a sua justificação. Nestas situações, questiona os alunos com perguntas de focalização retórica (“Verdadeiro? Toda a gente concorda?!”, “Verdade?”), valida a resposta correta e prossegue com a discussão da resolução da tarefa. Porém, noutras afirmações, Carla põe em causa a resposta dos alunos:

Carla: ... O Pedro e a Filipa gostam de laranja. Aaaaa... Marisa?

Marisa: Verdade...

Carla: Verdade?

Alunos: (em tom baixo): Sim...

Carla: Ai que “sim” tão devagarinhoooo.... Vamos cá ver... O Pedro (aponta para Pedro no diagrama que está desenhado no quadro) e a Filipa (faz o mesmo) gostam de...

Alunos: Laranja!

Carla: É verdade?!?

Alunos: Sim!

Nos casos em que os alunos não parecem seguros da resposta dada, Carla opta por informar a turma relativamente à interpretação do diagrama de Venn, apontando para o nome dos intervenientes da tarefa no diagrama de Venn que reproduziu no quadro e questionando os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“É verdade?!?”). Outros alunos mostram maior confiança nas suas respostas:

Carla: ... A Teresa que é esquisitinha e não gosta de nada... Guilherme?

Guilherme: É verdade!

Carla: É verdadeeeee?!?!?!?! Então mas ela está aqui ao pé da laranja!!

Guilherme: Oh! Mas está fora!!

Carla: Está quê?

Alunos: Está fora!!

Carla: Aaaaa... E o que é que quer dizer que está fora?

Alunos: Que ela não gosta de nada!!

Carla desafia Guilherme a interpretar o diagrama de Venn, questionando-o com perguntas de inquirição (“É verdadeeee?!?!?! Então mas ela está aqui ao pé da laranja!!”) e de confirmação aberta (“E o que é que quer dizer que está fora?”). Mais uma vez, a professora simula não compreender a resposta do aluno, na tentativa de conduzir Guilherme a justificar a sua resposta, o que acaba por surtir efeito.

Durante a discussão coletiva, a afirmação “A Joana ou gosta de banana ou de maçã” é das que apresenta maiores dificuldades aos alunos:

Carla: Júlia... A Joana ou gosta de banana ou de maçã! O que é que respondeste?

Júlia: Verdadeiro...

Carla: Verdadeiro... Explica-me porquê... O que é que quer dizer a frase?

Júlia: Que ele gosta OU de um OU de outro! (professora acena afirmativamente com a cabeça)

Carla: Oh Paulo... Eu estive aí perto de ti e até te disse: “Ou gosta de jogar à bola ou de jogar ténis... Atenção!”

Paulo: Então! Quer dizer que gosta dos dois!!

Carla: Ah é? Então a tua mãe diz-te assim: “Ou vens já para casa ou ficas de castigo!”... O que é que eu estou a dizer? Que ou vais para casa ou tens uma consequência... O que é que está aí, que ou gosta de uma ou de outra! É verdadeiro!

Alunos: Não! É falso!

Carla: Vamos lá a ver uma coisa... Estamos aqui a dizer que ela OU gosta de uma coisa OU gosta de outra... Certo? (silêncio) O que é que ela gosta?

Alice: De maçã!

Carla: Ela gosta de maçã! E gosta de banana?

Alunos: Não!!!

Carla: Então... Uma delas é verdade, não é?

Alunos: Siiimmm....

Carla desafia Júlia a interpretar a afirmação do enunciado questionando-a através de perguntas de inquirição (“Explica-me porquê... O que é que quer dizer a frase?”) e fica satisfeita com a resposta da aluna. De seguida, aborda Paulo (um aluno que respondeu incorretamente) e pede-lhe que faça o mesmo que Júlia. No entanto, apesar de ter ouvido a justificação da colega, Paulo permanece confiante que a afirmação é falsa. Insatisfeita com a resposta do aluno, a professora informa a turma sobre a interpretação do diagrama

de Venn e dá um exemplo idêntico ao da afirmação do enunciado, mas recorrendo a representações verbais da linguagem natural dos alunos, mais próximo das vivências de Paulo. Alguns alunos continuam sem compreender a afirmação e Carla volta a informar a turma sobre a interpretação do diagrama de Venn, desta vez com recurso a perguntas de confirmação fechada (“Ela gosta de maçã! E gosta de banana?”). Quando obtém uma resposta que lhe parece consensual, dá por terminada a discussão.

Depois de discutir as diferentes afirmações da tarefa com a turma, Carla formula uma nova afirmação:

Carla: Então a Teresa, o Bernardo e a Inês... Gostam de maracujá!

André: Não! Esses não gostam de nada!

Carla: Mas tu podes dizer que eles não gostam de maracujá?

João: Oh! Não sei!

Carla: Ora aí está! Não está aqui escrito! Nós só sabemos que eles não gostam destes... Três frutos, certo?

A professora desafia os alunos a interpretar o diagrama de Venn, fazendo propositadamente uma afirmação incorreta. Face à resposta de André, Carla volta a desafiar o aluno a interpretar a representação, recorrendo a uma pergunta de inquirição (“Mas tu podes dizer que eles não gostam de maracujá?”). No final da discussão, depois de validar a resposta de João, Carla opta por informar os alunos sobre a interpretação da representação, questionando-os com uma pergunta de focalização retórica (“Nós só sabemos que eles não gostam destes... Três frutos, certo?”).

De uma forma geral, as ações e o questionamento da professora são muito diversificados e variam consoante o tipo de resposta, a atividade e a reação dos alunos. Em diversos momentos de resolução da tarefa, a professora faz crer aos alunos que não sabe a resposta correta ou responde incorretamente de forma propositada para que os alunos a corrijam.

A introdução da tarefa é o momento em que as ações e o questionamento da professora são mais diversificados. Assim, Carla desafia, guia os alunos, dá sugestões e informa relativamente à interpretação do diagrama de Venn. Para isso, recorre a perguntas de focalização (orientação e retórica), de confirmação fechadas e de inquirição. No trabalho autónomo dos alunos a professora decide transformar a tarefa numa competição entre alunos e condiciona a interação entre professores e alunos. Assim, quando intervém junto da turma, as suas ações são de informar e dar sugestões sobre a interpretação e utilização do diagrama de Venn, através de perguntas de focalização retórica. Na

discussão coletiva, Carla (i) valida respostas consensuais recorrendo a perguntas de focalização retórica; e (ii) discute as respostas com os alunos. Durante esta discussão, as suas ações variam consoante a atividade dos alunos. Em geral, informa e pede aos alunos que interpretem o diagrama de Venn, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada. No entanto, perante alunos inseguros nas suas respostas ou com respostas incorretas, informa a turma relativamente à interpretação do diagrama de Venn, através de perguntas de confirmação fechada. Perante alunos mais confiantes nas suas respostas, desafia-os a interpretar o diagrama através de perguntas de inquirição.

A representação utilizada não era totalmente desconhecida para os alunos, mas estes revelam algumas dificuldades na interpretação e utilização do diagrama de Venn, presente durante toda a exploração da tarefa (sendo reproduzida no quadro a representação do enunciado). Antes da exploração da tarefa, Carla sente necessidade de introduzir um diagrama de Venn mais simples (apenas com dois conjuntos) com o objetivo de sistematizar as convenções deste tipo de representação.

Turma de Sónia – Dinamização feita por Sónia

Introdução da tarefa

No início da introdução da tarefa, Sónia questiona os alunos relativamente à representação que irão analisar:

Sónia: Vamos lá a olhar para a ficha... Temos aí um... Quem é que sabe como se chama essa representação?... (silêncio prolongado) Quem é que sabe? (silêncio prolongado) Vamos lá olhar para aqui (aponta para o diagrama na tarefa)... Vou-vos dar uma pista... Um di...

Jonas: Diagrama!

Sónia: Diagrama, quê? É um diagrama especial! Como se chama este diagrama?

Rodrigo: Venn!!

Sónia: Diagrama de Venn!

Com o intuito de pedir aos alunos que interpretem o diagrama de Venn, Sónia começa por solicitar que identifiquem a representação do enunciado através de perguntas de confirmação fechada (“Quem é que sabe?”, “Diagrama, quê?”) e de perguntas de focalização processuais (“Vamos lá olhar para aqui”). Depois de identificada a representação, Sónia prossegue a introdução da tarefa.

Sónia: . . . Este diagrama diz respeito a uma turma, à manifestação de preferências de uma turma. Tens três bolinhas diferentes! Porque é que tem três bolinhas diferentes?

Aluno: Porque cada um prefere uma fruta....

Sónia: Porque cada um prefere uma fruta... E quantas frutas existem diferentes?

Alunos: Trêêêsss! . . .

Sónia: São três... Têm aqui três frutas...

Sónia pede aos alunos que interpretem a representação do enunciado (começando por interpretar os três conjuntos do diagrama) através de uma pergunta de confirmação aberta (“Porque é que tem três bolinhas diferentes?”) e outra de confirmação fechada (“E quantas frutas existem diferentes?”). No início da introdução da tarefa, Sónia opta por converter a representação verbal “conjuntos” em “bolinhas”.

Sónia: Então e digam-me uma coisa... Se eu perguntar aqui ao Fernando, quem é que gosta de maçã... Quantos alunos é que gostam de maçã?

Fernando: Três...

Sónia: . . . Porque é que dizes três Fernando? . . . Eu perguntei quem é que gosta SÓ de maçã... E não gosta de mais nada? Não! Perguntei quem gosta de maçã! Então são todos os meninos que estão o quê?

Diana: Na roda!

Sónia: Na roda! Incluindo os que gostam também de outras frutas... Então quantos é que são Fernando?

Alunos: Seis!

Fernando: Cinco...

Diana: Seis! Seis! SEEEIIIISSSS!

Sónia: Diana... Deixa-o contar... Conta lá! Vá quantos é que são? Quantos são Fernando? (Fernando nomeia todos alunos que gostam de maçã, enquanto conta pelos dedos). Então quantos é que são?

Fernando: Seis...!

Sónia: Seis!

Sónia pede aos alunos que interpretem e utilizem a representação do enunciado, aprofundando o tipo de interpretação que solicita aos alunos (começou pela identificação da representação, seguida da nomeação dos conjuntos e depois a interpretação e utilização da informação contida no diagrama). Para isso, recorre a perguntas de confirmação fechada (“Quantos alunos é que gostam de maçã?”, “Então quantos é que são?”). Apesar da maioria da turma conseguir responder à pergunta que coloca (“Quantos alunos é que gostam de maçã?”) dá margem a que Fernando proceda ao tratamento da representação para que, através de uma representação ativa, consiga utilizar corretamente o diagrama.

Sónia: Então temos aqui uma representação de Organização e Tratamento de dados através do Diagrama de Venn de uma turma. Foram ver os gostos desta turma... As preferências em relação aos frutos. E quais são? Diogo?

Diogo: Maçã, Laranja e Banana.

Carlos: E estes três aqui?? Porque é que a Inês, o Bernardo e a Teresa estão de fora?

Sónia: Porque será?

Carlos: Porque eles não gostam!!! Porque eles não gostam de fruta nenhuma!!!

Diogo: Porque não gostam de nenhuma... Das que estão aqui!

Sónia: Porque será que dizes que não gostam de nenhuma fruta? Porque dizes isso?

Diogo: Porque não está aqui em nenhum... Não está dentro de nenhum círculo!

Sónia: Não está em nenhum dos conjuntos! Mas fazem parte desta turma! Não estão dentro dos conjuntos, mas fazem parte desta turma. Vamos começar e agora vão fazer sozinhos... Começam por ler as afirmações... Com muita atenção! E marcar verdadeiro ou falso!

Após a interpretação do diagrama de Venn, Sónia informa os alunos sobre a identificação correta da representação e pede aos alunos que a interpretem, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“E quais são?”). Após a intervenção de Carlos, a professora responde ao aluno, desafiando a turma a interpretar e utilizar o diagrama, questionando os alunos através de perguntas de inquirição (“Porque será?”, “Porque dizes isso?”). No final, sente necessidade de informar a turma sobre a interpretação e utilização do diagrama de Venn, partindo da explicação de Carlos e Diogo e dá indicações orientadoras à turma (“Começam por ler as afirmações...”).

Trabalho autónomo dos alunos

Neste momento da resolução da tarefa, a professora circula pela sala e questiona os alunos:

Teodoro: Professora, na [afirmação] que diz que o Pedro e a Filipa gostam de laranja... Um gosta e outro não gosta!

Sónia: O Pedro e a Filipa... [O enunciado refere que] Os DOIS gostam de laranja...

Teodoro: Os DOIS? Mas aqui está... (aluna pensativa em silêncio)

Sónia: Tens que ver se o Pedro gosta de laranja e se a Filipa gosta de laranja! Se os DOIS gostam de laranja...

Teodoro: Mas a Filipa não gosta...

Sónia: Se um gosta e o outro não gosta... Então os dois não gostam! Está bem? (aluna pensativa em silêncio) Se um não gosta, tu podes dizer que os dois gostam? Não, pois não?

Perante a dificuldade de Teodoro, Sónia informa-o sobre como deve interpretar e utilizar o diagrama de forma a responder à afirmação do enunciado, através de questões de focalização retórica. Primeiro, fá-lo enfatizando a condição de que os dois elementos têm que pertencer ao mesmo conjunto, mas Teodoro continua sem conseguir responder à tarefa, pelo que Sónia informa o aluno relativamente à resposta correta. No entanto, apesar de esta ser uma situação em que a professora valida e informa o aluno relativamente à resposta certa, em alguns momentos opta por não validar ou invalidar a resposta dos alunos:

Carol (aponta para Manel e Rita): Professora... Estes gostam de laranja?

Sónia: Se esses gostam de laranja? O Manel? Onde é que está o círculo da laranja? (aluna percorre o círculo com o lápis). Está dentro desse grupinho ou não?

Carol: Sim...

Sónia: Então gosta ou não gosta de laranja? Se achas que sim...

Carol: Não...!

Sónia: Eu não estou a dizer se está bem ou se está mal... É só para pensares...

...

Aurélíio: A Rita e a Sandra gostam de banana e laranja ... Mas elas não estão ali [juntas no centro do diagrama]!

Sónia: Onde é que está a Rita, diz lá... (aluno aponta) Gosta de laranja?

Aurélíio: Não... Ah! Ela gosta de todos!!! Mas ela [a Sandra] não está com a Rita!

Sónia: Onde é que está a Rita? Apanha a Sandra?

Aurélíio: Não!!!

Sónia: Então achas que é verdadeira?

Aurélíio: Não...?

Sónia dá sugestões aos alunos relativamente à interpretação e utilização do diagrama de Venn, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“O Manel?”, “Onde é que está a Rita, diz lá”). No caso de Carol, quando questiona a aluna através de uma pergunta de confirmação aberta (“Então gosta ou não gosta de laranja?”), a aluna duvida da resposta que deu inicialmente e altera-a. Por vezes, Sónia não valida nem invalida a resposta dos alunos e deixa-os a trabalhar autonomamente:

Andreza: Esta não sei... A Rita e o Manel...

Sónia: E o que é que tu achas?

Andreza: Eles estão nos círculos todos!!

Sónia: E se estão nos círculos todos, o que é que tu achas? (silêncio)

Andreza: Porque a Rita e o Manel gostam de tudo?

Sónia: Porque gostam das três frutas...?

Sónia desafia a aluna a interpretar o diagrama de Venn, questionando-a através de perguntas de inquirição (“E o que é que tu achas?”). Apesar das ações iniciais e do tipo de questionamento se alterarem consoante os alunos, a professora não valida ou invalida a resposta de Andreza, à semelhança do que faz com outros colegas.

Discussão coletiva

Depois de analisar as soluções da turma no momento de trabalho autónomo dos alunos, Sónia começa a discussão coletiva:

Este foi o diagrama de Venn que uma turma fez relativamente ao gosto de três frutas! Eles estudaram os gostos dos meninos, relativamente à maçã... À banana e à laranja... Estes três frutos [aponta para os conjuntos no quadro]... OK? Vamos começar! Fiz alíneas que são o número das afirmações... OK?

Sónia informa os alunos relativamente à interpretação do diagrama de Venn, questionando-os com perguntas de focalização orientadoras (“Estes três frutos (aponta para os conjuntos no quadro)... OK?”) e perguntas de focalização orientadoras (“Fiz alíneas que são o número das afirmações... OK?”). De forma a facilitar a discussão, sugere o recurso a representações verbais (alíneas):

Sónia: ... A Joana gosta de banana!

Diana: Falso!

Sónia: ... Porque é que diz que é falso?

Daniela: Porque... (silêncio prolongado) ... A Joana está na bola da maçã!

Sónia: No conjunto da maçã! E está em mais algum conjunto?

Daniela: Não...

Sónia: Então não podemos dizer que ela gosta de banana?

Daniela: Não.

Sónia: Porquê? (silêncio prolongado) Porque não se encontra onde?

Daniela: Nos outros conjuntos...

Sónia: Alguém fez de outra maneira? Alguém fez verdadeiro? Se alguém fez de outra maneira eu quero que me digam! Está bem? É para percebermos! (silêncio prolongado) Então... É falsa ou verdadeira?
Alunos: Falsa!

Sónia pede a Diana para interpretar o diagrama de Venn questionando-a através de perguntas de confirmação aberta (“Porque é que diz que é falso?”) e perguntas de confirmação fechada (“E está em mais algum conjunto?”). Ao contrário do que aconteceu na introdução da tarefa, a professora converte a linguagem natural utilizada pela aluna (“bola”) em linguagem verbal formal (“conjunto”). No final da intervenção de Daniela, Sónia questiona a turma relativamente a alunos que não concordem com a resposta de Daniela. No entanto, talvez por Sónia ter validado positivamente a resposta de Diana, não há alunos que considerem a afirmação verdadeira:

Sónia: Vamos ao segundo . . .

Alunos: Falso!! Verdadeiro!

Sónia: Quem é que diz que é verdadeiro? (silêncio prolongado) Nélia!
Disseste que é verdadeiro...

Nélia: Espera aí...

Sónia: Não é espera aí... Porque é que dizes que é verdadeiro? (silêncio prolongado) Joana?

Joana: Porque a professora disse!!

Sónia: Eu? Eu disse para veres!! A Joana disse que achava que era [falso]... E eu disse para fazer o que achava melhor... Para ver bem!!!

Joana: Ai!... Não, não, não! [A afirmação] Não é verdade!

Sónia: E a Magda? Porquê?

Magda: A mim é porque eu vi os dois juntos...

Sónia: Pareceu-te que estavam os dois no conjunto da laranja, foi isso?

Magda: Sim...

Sónia: Nélia e então? (silêncio) É verdadeira ou falsa a afirmação?

Nélia: É falsa...

Sónia: Porquê?

Nélia: Porque a Rita não gosta de laranja...

Sónia: Hum... E o Manel?

Nélia: Gosta...

Sónia: Gosta de laranja?

Nélia: Sim...

Liliana: Não! [É falsa!]

Nélia: Está aqui na laranja!

Sónia: Vê lá bem...

Liliana: O Manel está lá em cima, POR CIMA da laranja!

Sónia: Então... É falso porquê?

Liliana: Porque o Manel não gosta de laranja!

Sónia: Mas a Rita encontra-se no conjunto da laranja! E o Manel?

Liliana: Só na maçã e banana!

Sónia começa por desafiar os alunos que consideram a afirmação verdadeira para interpretar o diagrama de Venn, questionando-os primeiramente através de perguntas de inquirição (“Porque é que dizes que é verdadeiro?”, “Porquê?”). De seguida, mediante a interpretação dos alunos, questiona os diferentes alunos alternadamente, recorrendo a perguntas de confirmação aberta (“É verdadeira ou falsa a afirmação?”, “É falso porquê?”) e de confirmação fechada (“Gosta de laranja?”, “E o Manel?”). As suas ações parecem promover a explicitação do raciocínio destes alunos e, simultaneamente, uma maior discussão entre a turma. Assim, a certa altura, Liliana contesta a resposta de Nélia justificando a razão da afirmação ser falsa.

Sónia: Vamos ao terceiro! . . . Quem disse que era falso? (Joana levanta o braço) [Porquê] Joana?

Joana: Porque a Rita só gosta de banana...

Sónia: Vamos lá olhar para o diagrama... A Rita está aí no meio... O nome dela está dentro do conjunto da banana, do conjunto da laranja e do conjunto da maçã...

Liliana: É ao contrário da Teresa, da Inês e do Bernardo!

Sónia: Esses estão fora dos conjuntos, não é?

Leonardo: Não gostam de nenhum dos frutos!

Sónia: Então... Joana... É verdadeira ou não? Ela encontra-se dentro dos três grupos... É verdadeira ou falsa?

Alunos: Verdadeira!

Sónia: Percebeste porquê, Joana? Olha para aqui . . . Quantos alunos gostam dos três frutos? Tudo a olhar para o diagrama e a pensar... Quantos alunos gostam dos três frutos?

Joana: Dois!

Sónia: Quem são?

Joana: O Manel e a Rita...

Sónia: Olha aqui... O Manel apanha o grupo da laranja?

Joana: Aaaa!!... Não!

Sónia: Então quantos alunos gostam dos três [frutos]?

Joana: Um!

Sónia: E é quem?

Alunos: A Ritinha!

À semelhança do que fez nas alíneas anteriores, Sónia começa a discussão de cada alínea com alunos que responderam incorretamente à afirmação. Assim, desafia Joana a

interpretar o diagrama questionando-a através de uma pergunta de inquirição (“[Porquê] Joana?”). A partir da resposta de Joana, Sónia opta por informar os alunos sobre o modo de interpretar o diagrama de Venn, questionando-os através de perguntas de focalização retórica (“Esses estão fora dos conjuntos, não é?”), perguntas de focalização processuais (“Tudo a olhar para o diagrama e a pensar...”) e de perguntas de confirmação fechada (“O Manel apanha o grupo da laranja?”, “Quem são?”). Após esta discussão, a turma parece compreender que o elemento que está no centro do diagrama de Venn (“Rita”), pertence aos três conjuntos.

Sónia: A turma tem treze alunos... Edgar?

Luísa: [Verdadeira! São] Treze!!

Edgar: Falso! Tem dezasseis!

Sónia (para Edgar): Porquê?

Edgar: Porque tem dezasseis...

Sónia (para Luísa): Quando diz treze... Está a contar com quais?

Edgar: Ela não está a contar com todos...

Sónia: Ela não está a contar com todos... Disse treze porque só está a contar com os que estão dentro dos... conjuntos! Do grupo de alunos que gostava das frutas... Mas a turma quantos alunos tem?

Alunos: Dezasseis!

Sónia: Pois... Enganou-se! Porque estes meninos (aponta para os elementos do diagrama transcrito no quadro) também fazem parte da turma! Eles só não estão ali dentro [dos conjuntos] porquê?

Carlos: Porque não gostam de nenhum fruto!

Luísa: Mas [a afirmação] é verdadeiro!!

Sónia: E estes três alunos (aponta para os alunos fora dos conjuntos)? O que é que eu lhes faço? (silêncio). Só não estão aqui (aponta para os conjuntos) porque não gostam de nenhum destes frutos! Então ficaram cá fora!

Luísa: Aaaaaah...! Mas eles contam porque são da turma!!

Sónia: Exatamente!

Na última alínea da tarefa, dois alunos discordam da veracidade da afirmação. A professora começa por desafiar Edgar a interpretar o diagrama de Venn, questionando-o através de uma pergunta de inquirição (“Porquê”), mas uma vez que este não consegue explicitar o seu raciocínio, informa os alunos relativamente à interpretação e utilização do diagrama de Venn, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“Está a contar com quais?”) e de confirmação fechada (“Eles só não estão ali dentro [dos conjuntos] porquê?”) até que Luísa consegue compreender por que razão os três elementos que não contabilizou também fazem parte da turma do enunciado.

De uma forma geral, Sónia recorre várias vezes a ações de desafiar através de perguntas de inquirição, alternadas com outros tipos de ações e questionamentos.

No início da introdução da tarefa, Sónia solicita aos alunos que identifiquem a representação do enunciado para depois lhes pedir que a interpretem. Para isso, recorre a perguntas de confirmação e de focalização processuais. A professora vai aprofundando o nível de interpretação da representação e, paralelamente, altera as suas ações, até que, no final da introdução da tarefa, desafia os alunos a interpretar o diagrama de Venn, questionando a turma através de perguntas de inquirição. Durante o trabalho autónomo dos alunos, na maioria das vezes, Sónia alterna ações de (i) dar sugestões para a interpretação e utilização do diagrama de Venn através de questões de confirmação e (ii) desafiar para a interpretação e utilização do diagrama através de questões de inquirição. Por vezes, recorre também a ações de informar relativamente à interpretação e utilização do diagrama através de perguntas de focalização retórica. Durante este momento da aula, Sónia opta por não validar ou invalidar a maioria das respostas, não dando feedback à resposta dos alunos ou aconselhando-os a “pensar bem”. Na discussão coletiva, a professora apercebe-se que para alguns destes alunos, a inexistência desta validação fez com que alguns dos alunos alterassem a sua resposta, independentemente de inicialmente estar ou não correta.

Apesar de Sónia começar a discussão coletiva das duas primeiras afirmações com ações de (i) informar relativamente à interpretação e utilização do diagrama de Venn através de perguntas de focalização e (ii) pedir para interpretar e utilizar o diagrama através de perguntas de confirmação, a discussão coletiva é o momento em que Sónia mais (iii) desafia os seus alunos através de perguntas de inquirição que alterna com perguntas de confirmação. Na discussão coletiva da tarefa, a professora opta quase sempre por interpelar primeiramente os alunos que classificaram incorretamente as afirmações do enunciado. Dessa forma, parece pretender compreender melhor o raciocínio destes alunos para depois conseguir contrapor os seus argumentos, ou promover a contraposição de argumentos por parte de outros alunos.

Relativamente à representação do enunciado, Sónia começa por se referir ao diagrama convertendo a linguagem verbal formal (“conjuntos”) em linguagem natural (“bolinhas”, “roda”). Com o decurso da realização da tarefa, à medida que analisa as dificuldades da turma, a professora começa a utilizar a linguagem verbal formal e sempre que os alunos se referem aos conjuntos com linguagem natural (“a bola”, “estão juntos”, “círculo”) rediz as suas falas, reforçando a utilização do termo “conjunto”. Pontualmente,

alguns alunos fazem o tratamento ou a conversão de representações de forma a conseguirem interpretar o diagrama de Venn (recorrendo a representações ativas ou a linguagem natural). Sónia permite com naturalidade as transformações que ocorrem, sem nunca deixar de promover uma maior formalização das representações utilizadas pelos alunos.

Reflexão pós aula

No início da sessão de reflexão pós aula (planificação – Anexo 15), os professores fazem um balanço relativamente à realização da tarefa.

Sandra: Achei que no geral estavam muito entusiasmados.

Sónia: Sim! Até demais!

Ricardo: Eu acho que correu muito bem porque já têm mais ou menos a noção [que os diagramas de Venn são representações] que têm dois grupos... Ou três! Ou o número de grupos que o diagrama tiver! E que depois os que estiverem nas interseções pertencem a dois grupos ou a três... Conforme o número de grupos que o diagrama tiver! Acho que não tiveram dificuldades! . . .

Sónia: Sabes que os alunos gostam deste tipo de atividades? Tu viste que estavam entusiasmadíssimos! Eu tive que os mandar calar várias vezes, mas porque eles queriam participar! Não há aquilo como há em outras tarefas em que tu queres que eles participem e só tens dois alunos na sala!

Carla: Adoram!

Os professores consideram que os alunos estiveram motivados e empenhados na realização da tarefa. Sónia refere que o entusiasmo dos alunos pode ter sido excessivo em alguns momentos, o que poderá ter sido difícil de gerir e ter prejudicado a realização da tarefa. Para Ricardo, o diagrama de Venn é bastante familiar para os alunos e considera que na sua turma não houve dificuldades na resolução da tarefa. Depois de um balanço global, os professores focam-se em algumas das dificuldades que sentiram na introdução da tarefa:

Sónia: . . . Podia ter dado mais pistas para serem eles a chegar à resposta e não ser eu a dar-lhes... Percebes? . . . Por outro lado, [às vezes] eu vi-os tão parados... Que se calhar até podia tentar puxar ao máximo e não saía nada dali! É o “se” . . . Podia ser vantajoso dar pistas de forma a serem eles a chegarem lá... A questão é que... Isso também podia levar a outra coisa que era... Empancarem ali! Pararem!

Carla: Eu corri esse risco... E eles empancaram... E estive ali...

Sónia: Ainda tentei que fossem eles a dizer mas... Não estava a sair nada!
Percebes?

Carla: Eu fui buscar o teste que tínhamos feito e... Reavivar a memória deles em relação ao teste... A maneira mais fácil deles dizerem sempre é: “Não sei!”, “Não demos!” . . . Então comecei a dar-lhes pistas . . . E eles começaram a lembrar-se . . . Corri perfeitamente um risco...

Sónia: Até tu veres que não estás a conseguir e dás a volta!

Sónia considera que as suas ações foram maioritariamente de “Informar” e que talvez fosse melhor ter optado por ações de “Dar pistas”. Por outro lado, confessa que receia que esse tipo de ações possa contribuir para o surgimento de dificuldades na compreensão dos alunos e que consequentemente não consigam resolver a tarefa. Nesse sentido, Carla considera que as suas ações foram mais “arriscadas”, na medida em que, na sua perspetiva, ao invés da colega, centrou-se mais em dar sugestões recorrendo à referência da tarefa que constava no enunciado do teste de avaliação que a turma havia realizado recentemente.

Sónia refere ainda que cabe ao professor tomar este tipo de decisões e ao mesmo tempo, analisar se as suas ações conduzem ao tipo de atividade pretendida nos alunos.

Carla reflete na representação proposta aos alunos e compara a interpretação do diagrama de Venn, com a interpretação de gráficos e tabelas:

Se nós lhes dermos as coisas para fazer [regularmente] eles fazem... É a mesma coisa que as tabelas e que os gráficos! Eles fazem. . . Mas se calhar, se eu lhes perguntar . . . Eles já me trabalham mecanizados! Porque “aquilo é um gráfico e há-de ter umas coisas que eu tenho que ir lá buscar”.

Carla considera que a compreensão de uma representação está relacionada com a frequência com que essa representação surge nas tarefas propostas. Na sua opinião, os alunos mecanizam a compreensão e a utilização das representações, o que leva a que deixem de sentir dificuldades de interpretação com estas representações.

A certa altura, Sandra reflete sobre o que observou e refere-se às ações de Carla:

Sandra: A Carla entusiasmou muito os alunos! Ela fez um concurso! Ela agarrou-os mesmo!

Carla: Disse-lhes que tinham pistas e que quem acabasse primeiro tinha prémio!

Sónia: São os reforços positivos! São chamados reforços positivos!

Carla: Aquilo que gostei mais foi ver aqueles alunos com mais dificuldades e que às vezes não percebem nada... A lutar por conseguir! E era isso que eu queria! E acabaram por perceber todos aquilo que se pedia . . .

Na opinião dos professores, a transformação da tarefa num concurso/competição foi uma estratégia positiva por parte de Carla. Consideram que a motivação demonstrada pelos alunos é um indício de que estiveram empenhados na realização da tarefa. Carla refere ainda que a estratégia que utilizou conduziu à compreensão das representações e da solução da tarefa por parte de todos. Quando questionada sobre o objetivo da tarefa as perdas e os ganhos neste tipo de estratégia, responde:

Carla: Perco... Ou ganho!? Porque há muitos alunos nossos que estão sempre habituados à muleta! . . . E é assim... Não é uma matéria nova! Não sendo uma matéria nova, no que é que eles têm muita dificuldade? Na interpretação! Na leitura! Na compreensão! É uma coisa... Até nos testes lhes saiu um diagrama de Venn! Porque é que eu hei-de estar ali a [ajudar]?... Vou obrigá-los a ler! É por isso eu disse que o professor não ajuda! Porque aquilo que eu quero... (silêncio prolongado)

Investigadora: Acabavas por estar a avaliá-los...?

Carla: Exatamente!!

Investigadora: E se fosse uma tarefa para introdução...

Carla: Não poderia nunca ser assim!!!

Sónia: Já não era nada de novo, mas de consolidação! . . . É uma estratégia! Há coisas que são estratégias de consolidação! Se passares a usar sempre passa a ser uma rotina!

Carla considera que o objetivo da tarefa era a “consolidação de conhecimentos” e que por essa razão o apoio dos professores seria prejudicial aos alunos (ao qual se refere como “muleta”). Na sua perspetiva, para além de motivar os alunos, o seu objetivo era avaliar a compreensão e a interpretação do diagrama de Venn, analisando a quantidade de respostas corretas que a turma conseguiu alcançar, sem auxílio de um professor.

Sandra reflete ainda sobre a experiência de ter observado a atividade dos três professores durante a realização desta tarefa:

Sandra: Isto é excelente porque na mesma tarefa tens três abordagens diferentes! Até mesmo quando me observas a mim, que estou presente em todas... Acho que a minha prestação acaba por ser diferente consoante a turma que eu tenho! . . . Normalmente também tem a ver com a diferença nas turmas... Cada colega intervém da maneira que acha.

Sónia: Eu naquele dia fiz assim, mas no outro dia podia fazer como fez a Carla ou como fez o Ricardo... Ou com outro conteúdo... Sei lá!

Sandra: Não é isso... O que eu estou a dizer é que... Tu intervéns de uma maneira que achas que é a ideal para os teus alunos... Mas eu... Se for intervir, já vou intervir da forma que é ideal para os teus alunos, se for para a turma do Ricardo, já não vou intervir da mesma maneira... Já vou intervir . . . Se o Ricardo interviesse da mesma maneira da Carla... Os miúdos iam bloquear! . . .

Sandra reflete sobre as alterações que se verificam nas ações dos professores consoante os alunos com quem trabalham. Assim, considera interessante que a mesma tarefa tenha sido explorada de diferentes formas e conclui que embora considere como positiva a forma como Carla explorou a tarefa com os seus alunos, as mesmas ações por parte de Ricardo não funcionariam com a turma deste professor.

Durante a sessão de reflexão pós aula, apresento aos professores dois trechos da aula de Carla e peço aos professores que comentem (planificação – Anexo 15; instrumento de trabalho – Anexo 16):

Sandra: Não houve exploração disto (refere-se ao segundo trecho do instrumento de trabalho – Anexo 16) A Carla a seguir explorou, não explorou?!? Ela no primeiro trecho... apesar dos alunos darem uma resposta correta ela explorou e pergunta sempre “Porquê?”. No segundo não... Ela fica satisfeita com a resposta da maioria e avançou...? Ou se calhar não ouviste o “Catorze”!!

Carla: Eu não sei se... Mas se calhar foi porque percebi que estavam a contar com os alunos de fora... E que não os tinham contabilizado por isso . . . Mas acho que tem a ver com... Já não sei o aluno que me fez isto, mas pode ter vindo de um aluno que às vezes gosta de ser o engraçado... Posso ter passado e verificado que ele tinha a resposta correta e se calhar que estava armado em totó...

Sandra questiona Carla relativamente ao segundo trecho no que diz respeito à exploração que a colega poderia ter feito perante a resposta errada de um dos alunos e à decisão que tomou em não explorar a resposta errada, quando no primeiro trecho questionou os alunos com perguntas de inquirição (“Porquê”) as quais aparenta validar positivamente. Apesar de não se recordar deste trecho, Carla refere que as suas ações estão intrinsecamente relacionadas com a atividade dos alunos. Desta forma, através da análise da situação prevê duas possibilidades e refere que por vezes, o facto de saber *a priori* que o aluno tinha partido de um raciocínio errado a possa ter feito ignorar a resposta

errada. Por outro lado, refere que, por vezes, alguns dos seus alunos mantêm uma postura provocatória em sala de aula e que muito provavelmente já teria analisado a resposta escrita do aluno em questão e verificado que a sua resposta escrita não coincidia com a sua participação na discussão coletiva.

De uma forma geral, os professores fazem um balanço positivo da realização da tarefa, ao considerarem que os alunos estiveram bastante motivados na sua exploração. Ao refletirem sobre as suas ações, Sónia considera que podia ter desafiado mais os seus alunos e Carla está satisfeita com o tipo de abordagem que fez na exploração da tarefa e que considera desafiante para os alunos. Confessa que a realização desta tarefa teve como objetivo a sistematização de conhecimentos por considerar que os alunos interpretam e utilizam o diagrama de Venn sem dificuldades.

Os professores referem como curioso e interessante as diferentes ações dos professores ao explorar a mesma tarefa na sala de aula e consideram que o mesmo professor poderá manter diferentes ações mediante a turma com quem explorará a mesma tarefa. Ao analisar alguns trechos das transcrições da sala de aula, os professores fazem pontualmente e cautelosamente algumas questões, relativamente às ações dos colegas e ao tipo de questionamento utilizado.

7.3. Momento de trabalho N° 6 – Tarefa “Ementa de refeitório”

Sessão de preparação da aula

Durante a sessão de preparação da aula (planificação – Anexo 17), os professores parecem encarar as tarefas que incluem pictogramas como mais fáceis para os alunos do que tarefas envolvendo outras representações:

Sónia: . . . Eu, pessoalmente, acho mais fácil o pictograma. Quer dizer (olha para a legenda do pictograma) Se calhar valendo vinte e cinco não é tão mais fácil...

No início da sessão de preparação da aula, os professores consideram que a tarefa “Ementa de refeitório” (Anexo 18) terá um nível de dificuldade reduzido, comparativamente a outras tarefas, nomeadamente as que incluem a interpretação de gráficos de barras. No entanto, reconhecem que a tarefa proposta é bastante diferente das

que habitualmente costumam propor, dado que o valor de cada imagem é de vinte e cinco unidades, e consideram interessante a sua realização na sala de aula. No entanto, ao explorar a tarefa, Sónia e Ricardo, mudam de opinião relativamente à facilidade da tarefa.

Ricardo: . . . Eles vão logo dizer (aponta para a coluna dos bifés) “Aaaa... Aqui... Bifés? Cinco!” (...)

Sónia: A minha questão é que, ao construir a segunda etapa, que é completar o gráfico [pictograma], será mais difícil do que aqui (aponta para um gráfico de barras)...

Sandra: Não, mas isto aqui [o pictograma]... Isto é fácil... É só desenhar caixas!

Sónia: Mas são vinte e cinco cada uma!

Carla: Já desde o ano passado que nós trabalhamos isto com eles!

Para Sónia e Ricardo, a escala utilizada neste pictograma pode dificultar a compreensão dos alunos, em comparação com pictogramas e gráficos de barras em que a escala é unitária. Assim, consideram que os alunos poderão confundir o número de caixas com o número de alimentos ou não conseguir completar corretamente o pictograma (referindo-se ao número correto de caixas). Sónia preocupa-se não só com a interpretação, mas também com a construção do pictograma e sugere que interpretar e construir um gráfico são duas coisas distintas. Sandra e Carla discordam dos colegas e reforçam a ideia de que o pictograma é uma representação familiar, em que o recurso ao desenho torna a tarefa fácil (“Isto é fácil... É só desenhar caixas!”).

A terceira questão da tarefa revela-se a mais problemática, na medida em que, para Ricardo e Sónia, é possível responder positivamente, mas, para Sandra, não é possível dar cento e vinte e cinco refeições na terça-feira pois, anteriormente, os alunos gastaram o único alimento que possibilitaria uma resposta afirmativa a esta questão (bifés). Para Ricardo e Sónia, no enunciado não há condicionantes que limitem a utilização de um tipo de proteína “Uns podiam comer frango e outros podiam comer peixe! É possível comer 125 almoços!” Mesmo com este argumento de Ricardo, Sandra fica renitente, pois não é uma situação real na vida dos alunos, visto que todos comem sempre o mesmo no refeitório. Considera assim, que os alunos poderão limitar a sua resposta tendo em conta as suas vivências. Os colegas consideram que não será um elemento que aumente a dificuldade do problema e Sandra concorda realizar a tarefa sem alterações.

A sessão de preparação da aula termina com Sónia a considerar que, ao contrário do que pensava inicialmente, as tarefas que incluíam a utilização e interpretação de

pictogramas, podem ser mais difíceis do que tarefas que envolvam a interpretação de gráficos de barras.

De uma forma geral, inicialmente, para os professores, tarefas que incluam a utilização e interpretação de um pictograma têm um grau de dificuldade menor do que outras tarefas com representações simbólicas. À medida que exploram a tarefa proposta centram-se nas dificuldades que poderão surgir nos seus alunos (relacionadas com a interpretação e utilização do pictograma) e concluem que este tipo de tarefa pode, à semelhança de outras, apresentar um grau de dificuldade elevado para os alunos.

Turmas da Carla e da Sónia – Dinamização feita por Carla e Sandra

Introdução da tarefa

Carla questiona os alunos relativamente à representação que surge no enunciado:

Carla: . . . Como é que se chama esta representação? Digam-me lá?

Aluno: Proteínas!

Carla: Não... Vamos lá a ver... Vamos lá a ver uma coisa... Eu tenho várias maneiras de registar os dados numa folha de papel... Certo? . . . Que tipo de formas para registar os nossos dados é que nós conhecemos?

...

Liliana: Gráfico . . . Aaa... Tabelas. . . Diagramas...

Carla: Diagramas... Vamos cá ver uma coisa... O que é que nós temos aqui (aponta para as imagens das caixas no pictograma)...? O que é que nós chamamos aqui?

Alunos: São caixas!

Carla: São caixas... Mas estão aqui... Uma caixa mesmo? Tu consegues tirá-la? O que é que temos? Isto são i...

Alunos:...Imagens!

Carla: Isto são imagens! Que representam o quê? Caixas! Certo? Então e nunca ouviram os meus amigos falar... Quando nós temos imagens a representar uma coisa, que se chama pictograma?

Alunos: Aahhhh!!

Carla pede aos alunos que identifiquem a representação utilizada no enunciado da tarefa (para que depois a possam interpretar), questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“Como é que se chama esta representação?”), de confirmação aberta (“Que tipo de formas para registar os nossos dados é que nós conhecemos?”) e perguntas focalização retórica (“Eu tenho várias maneiras de registar os dados numa folha

de papel... Certo?”). Contudo, os seus alunos não identificam a representação apresentada, e, por essa razão, a professora opta por informá-los relativamente à identificação e interpretação da representação, recorrendo ao questionamento através de perguntas de focalização retórica (“Que representam o quê? Caixas!”). Depois de identificar a representação como sendo um pictograma, prossegue com a introdução da tarefa:

Carla: . . . Então vamos lá a ver... Estamos aqui a analisar este pictograma que tem do lado direito o quê? . . .

Alunos: Proteínas...

Carla: E do lado esquerdo?

Alunos: Acompanhamento!

Carla: Acompanhamento? E...Temos que ter atenção a todas as informações que vemos aqui nesta imagem, certo? Não me basta olhar só para as caixas... Pois não, Filipe? Tenho que olhar para as minhas legendas... Certo? Então diz-nos assim: “Completa o gráfico... Sabendo que existem cinco caixas com embalagens de arroz, e uma de esparguete”. Sim? Vamos lá! O que é que nós temos aqui? Frango, peixe, bifes, arroz, esparguete e puré! É ou não é? Então a tarefa [na primeira questão] que temos que fazer é completar o gráfico, com cinco caixas de arroz e uma com...Esparguete! Vamos lá!

Carla alterna as suas ações entre dar sugestões para interpretar a representação e informar os alunos sobre a interpretação da representação. Assim, questiona a turma através de perguntas de focalização orientadora (“E do lado esquerdo?”) e perguntas de focalização retórica (“Tenho que olhar para as minhas legendas... Certo?”). Através do seu questionamento, Carla recorda aos alunos o que considera como elementos chave na interpretação de um pictograma (legenda, categorias de alimentos) e chama-lhes a atenção para a divisória que agrupa os alimentos em proteínas e acompanhamentos.

Trabalho autónomo dos alunos

Carla circula pela sala enquanto os alunos trabalham individualmente, estando atenta à forma como resolvem a tarefa, nomeadamente às estratégias que utilizam. Mostra-se bastante surpreendida face às dificuldades dos alunos em preencher o pictograma, sendo esta reação comum a Sandra e a Sónia. As três professoras conversam entre si e discutem as diferentes respostas que vão surgindo. A certa altura, Sónia comenta:

Nós achamos que é tão lógico que não lhes explicamos... E eles, às vezes, chegam e fazem asneiras e tu dizes: “Pah... Ele faz esta asneira porque até agora, não aprendeu que era assim... Não é?” Às vezes acaba por ser um bocado por isso...

Durante a aula, Sónia reflete sobre a forma como costuma explorar este tipo de representação na sala de aula e parece aperceber-se da importância do seu papel, como professora, para que os alunos compreendam as convenções do pictograma. Considera que, ao assumir que as convenções dos pictogramas são lógicas e intuitivas e que não é necessário discuti-las com os alunos está a contribuir para que estes tenham dificuldades a interpretar e a utilizar esta representação.

Um dos alunos com mais dificuldades é Paulo. Carla senta-se ao seu lado e ajuda-o a terminar de resolver a terceira questão da tarefa.

Carla: Terminámos as proteínas... Não foi Paulo? Então e agora temos que ir para os...

Paulo: Acompanhamentos...

Carla: Então vá... Vamos lá... O que é que vamos escolher? Agora tens que pôr aqui também cento e vinte e cinco... Já que fizeste nessa... Isso é com as proteínas... Faz agora um traço... Então vá... O que é que vamos escolher?

Paulo: Arroz...

Carla: Arroz... Então e quantas caixas de arroz vamos usar?

Paulo: Vinte e cinco...

Carla: Então põe aí... Vinte e cinco...

Paulo: Vinte e cinco?

Carla: ... Vezes... Vinte e cinco... (dá espaço ao aluno para completar a frase) Vezes... (fica pensativa) Vinte e cinco?!? Não!

Paulo: Pois...

Carla: Quantas caixas de arroz?

Paulo: Cinco...

Carla: ... Mas porque é que tens que contar cinco e não quatro? (silêncio do aluno) Precisas de quantas doses?

Paulo: Cento e vinte e cinco...

Carla: E quatro caixas dava-te quantas doses?

Paulo: Cem!

Carla: Cem! Portanto não... (silêncio do aluno) Não chegava! Certo?

Carla dá sugestões a Paulo sobre a interpretação da representação, questionando o aluno através de perguntas de focalização retórica (“Terminámos as proteínas... Não foi

Paulo?") e perguntas de confirmação fechada ("Então e quantas caixas de arroz vamos usar?"). A certa altura a professora sente também alguma dificuldade na interpretação da representação, ao confundir o número de caixas com o número de doses de cada caixa (ao sugerir ao aluno que multiplique 25×25), situação que é rapidamente ultrapassada. Noutro momento, Carla depreende que o aluno não tem dificuldades na interpretação e utilização do diagrama e pede-lhe que interprete o pictograma, questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta ("Mas porque é que tens que contar cinco e não quatro?"). No entanto, perante o silêncio do aluno, reformula o tipo de ação e questionamento utilizados informando o aluno sobre a interpretação do pictograma através de pergunta de confirmação fechada ("E quatro caixas dava-te quantas doses?") e uma pergunta de focalização retórica ("Portanto não... ("Não chegava! Certo?")

Outra dificuldade que surge na terceira questão desta tarefa prende-se com o facto de alguns alunos tentarem encontrar formas de "construir" o número vinte e cinco em vez de "prepararem" cento e vinte e cinco refeições (o que implica a mobilização de cento e vinte e cinco doses de proteína e cento e vinte e cinco doses de acompanhamento).

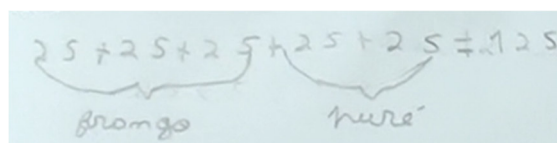


Figura 52 – Representação icónica de Caetana (esquema com representações simbólicas).

Sónia: Porque é que fez assim, Caetana (Figura 52)? Na pergunta três? (...)

Caetana: Fiz... Não me lembro...

Sónia: Tu tens aqui... Nós, para as refeições... Tens aqui puré e tens aqui frango e, no total... Dão para quantas refeições?

Caetana: Cento e vinte e cinco...

Sónia: Mas nós tínhamos visto que nas refeições temos que ter uma proteína e um acompanhamento... Certo? Tu comes só puré simples? Ou comes só frango simples? (...) Então... Aqui tu tens cento e vinte e cinco doses de proteína e cento e vinte e cinco doses de acompanhamento? Tens? Ou tens no total, a proteína e o acompanhamento juntos dão cento e vinte e cinco?

Caetana: Juntos...

Sónia: E é isso que nós pretendemos?

Caetana: Não... [E] eu fiz as proteínas e acompanhamentos juntos...

Na sua intervenção, Sónia pede a Caetana que interprete a representação que utilizou, questionando-a através de uma pergunta de confirmação aberta ("Porque é que fez assim Caetana?") Perante a incerteza da aluna, altera as suas ações, começando por dar

sugestões para salientar a utilização e interpretação do pictograma, através de perguntas de confirmação fechada (“Dão para quantas refeições?”, “E é isso que nós pretendemos?”) intercaladas com perguntas focalização retórica (“Tu comes só puré simples?”). Paralelamente, a professora recorre a exemplos do quotidiano para que Caetana perceba por que não faz sentido juntar cinco caixas (3+2) de dois alimentos diferentes. Depois da aluna reconhecer que se enganou e identificar o erro, a professora deixa-a trabalhar sozinha.

Durante este momento do trabalho, alguns alunos optam por trabalhar em pares. Sónia intervém junto de dois desses alunos que estão a terminar a resolução da terceira questão da tarefa:

Júlio: Vou gastar frango, peixe e bife!

Aníbal (simultaneamente): E bife!

Sónia: Porquê?

Júlio e Aníbal: Porque já gastámos [os outros alimentos na questão anterior]!

Sónia: E precisaram deles? Para terem na quarta e quinta?

Júlio: Sim!

Sónia: E acompanhamentos?

Júlio: Precisamos de esparguete e peru [puré]!

Aníbal: Eu preciso de outras coisas! Preciso de arroz e de esparguete! E de puré!

Aníbal: Pois... Ele precisa de mais do que eu!

Sónia: Porquê?

Aníbal: Porque já gastei este, este (aponta para os alimentos que gastou na questão anterior... Só faltava [sobraram] estes!

Júlio: Mas depois... [Agora] Só lhe sobram [no fim das duas tarefas] dois [duas caixas]! É como eu!

Assim que se aproxima dos alunos, estes mostram-se entusiasmados em relação à resolução da tarefa, e explicam a Sónia como fizeram. Sónia alterna as suas ações entre desafiar os alunos a utilizar a representação utilizada, questionando-os através de perguntas de inquirição (“Porquê?”) e pedir aos alunos que interpretem e utilizem o pictograma, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“E acompanhamentos?”) e de confirmação fechada (“E precisaram deles? Para terem na quarta e quinta?”).

Discussão coletiva

Na discussão coletiva desta tarefa, as professoras decidem que Sandra fica responsável pela dinamização do momento. Assim, a professora opta por discutir a tarefa em grande grupo:

Sandra: O que comeriam os cem alunos da escola? Quando eu tenho um prato... O que é que vocês costumam ter no prato?

Xavier: Arroz!

Sandra: O arroz vem sozinho no prato? Vem o acompanhamento e a proteína... Então... (desenha no quadro uma representação com dois pratos vazios)... Quando eu quero dar comida a cem alunos eu tenho de colocar o acompanhamento mais a proteína (Figura 53). Eu não posso dar bife a uns... Não posso colocar uns a comer bifes e aos outros dar o arroz... O prato tem que ter sempre o acompanhamento e a proteína! Eu já vi alguns meninos a darem comida... A uns só dão os bifes e a alguns só dão o arroz... Não pode ser!

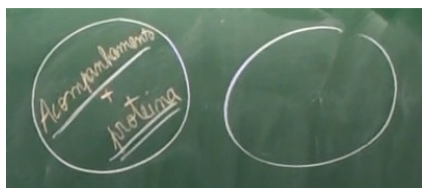


Figura 53 – Representação icónica utilizada por Sandra.

Sandra: . . . Quais são os acompanhamentos que estão no pictograma?

Fernando: Arroz, esparguete e puré.

Sandra: Então tenho o arroz, o esparguete e o puré... Quais são as proteínas Vanessa?

Vanessa: Frango, peixe e bife.

Sandra: Frango, peixe e bife... Então... Eu tenho que arranjar maneira de combinar as proteínas e os acompanhamentos de maneira que sirva para alimentar quantas pessoas?

Alunos: cem!

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra apercebeu-se que alguns alunos, à semelhança de Caetana (Figura 52), conjugaram cem ou cento e vinte e cinco doses e não cem ou cento e vinte e cinco refeições. Desta forma, a partir da segunda questão da tarefa, informa os alunos sobre a interpretação do enunciado e questiona-os através de uma pergunta de confirmação aberta (“O que é que vocês costumam ter no prato?”) e perguntas de focalização retórica (“O arroz vem sozinho no prato? Vem o acompanhamento e a proteína...”). Simultaneamente, contextualiza a tarefa na realidade

dos alunos (“Não posso colocar uns a comer bifes e aos outros dar o arroz...”). Enquanto informa os alunos, recorre a uma representação icónica (um esquema em que desenha os pratos e regista o nome dos alimentos – Figura 53). De seguida, Sandra pede aos alunos que interpretem o pictograma, questionando-os relativamente às categorias através de perguntas de confirmação fechada (“Quais são os acompanhamentos que estão no pictograma?”).

Sandra: . . . Quantas pessoas eu consigo alimentar com frango, Leia? Dá-me para alimentar quantas pessoas?

Leia: Setenta e cinco...

Sandra: Setenta e cinco (escreve o número por cima da coluna – Figura 54)... Peixe... Dá-me para alimentar quantas pessoas, Pedro? O peixe?



Figura 54 – Representação utilizada por Sandra.

Paulo: Cinquenta...

Sandra: Cinquenta! (escreve o número por cima da coluna) E... Os bifes...Daniela? Os bifes servem... Dão para alimentar quantas pessoas?

Deolinda: cento e vinte e cinco...

Sandra: cento e vinte e cinco (escreve o número por cima da coluna)... O arroz serve-me para quantas pessoas, Joana . . .?

Joana: cento e vinte e cinco!

Sandra: cento e vinte e cinco (escreve o número por cima da coluna)! O esparguete... Marisa... Quantas pessoas podem comer esparguete?

Mariana: Vinte e cinco...

Sandra: Vinte e cinco (escreve o número por cima da coluna)! Alison... Quantas pessoas podem comer puré? Quantas? . . . (aluno não responde e professora faz o algoritmo ao lado do pictograma). . . . Então eu tenho puré para cem pessoas!

Sandra informa os alunos sobre como poderão interpretar e utilizar o pictograma e, simultaneamente informa-os sobre a conversão das figuras numa representação simbólica (dígitos). Para isso, questiona a turma através de perguntas de confirmação

fechada ("Quantas pessoas podem comer esparguete?", "Dá-me para alimentar quantas pessoas, Pedro?") enquanto regista a resposta dos alunos por cima de cada coluna.

No seguimento da discussão e recorrendo à representação icónica que utilizou inicialmente (representação de dois pratos – Figura 55), Sandra discute coletivamente com a turma a segunda questão da tarefa:

Sandra: . . . Se eu quero alimentar cem pessoas e elas têm que comer o mesmo acompanhamento e a mesma proteína... Como é que eu posso... Que alimentos é que eu posso colocar aqui neste prato (aponta para a representação icónica de um "prato vazio" que desenhou anteriormente)? O que é que me chega para as cem pessoas?

Vanessa: Nãooooo! Bife e arroz!

Sandra: Vanessa! Eu posso colocar aqui o bife ... E o arroz... (começa a completar a representação icónica anterior e acrescenta outra representação icónica composta por representações verbais e representações simbólicas na forma de algarismos) (Figura 55) Mas também posso colocar aqui outro acompanhamento para além do arroz...

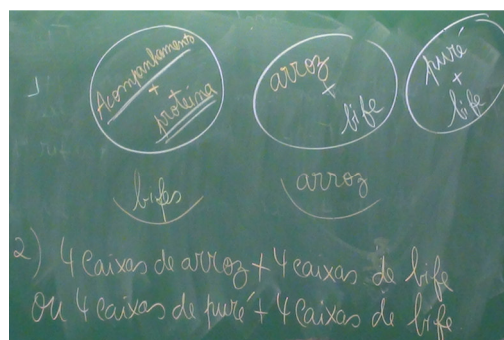


Figura 55 – Representação icónica utilizada por Sandra (esquema com representações verbais).

Alunos: Puré! Puré!

Sandra: Puré... Ou bife mais puré! (completa o segundo esquema) Então...

Quantas caixas de arroz vou precisar? Quatro! E quantas de... Bife?

Ou... Quem colocou puré...

Aluno: Quatro...!

Sandra dá sugestões aos alunos para que interpretem e utilizem o pictograma, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta ("O que é que me chega para as cem pessoas?") e de confirmação fechada ("Quantas caixas de arroz vou precisar?"). Enquanto discute com os alunos, regista no quadro as suas respostas, na forma de representações icónicas (um esquema em que desenhou os pratos e outro esquema composto por representações verbais e representações simbólicas – Figura 55).

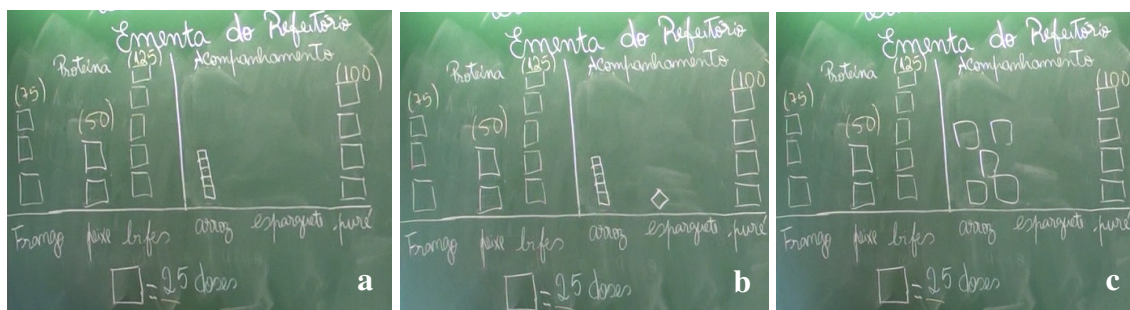
Após a resolução da segunda questão, Sandra decide resolver coletivamente a primeira questão da tarefa:

Sandra: Nós tínhamos que desenhar o arroz e o esparguete, não era?

Quantas caixas de arroz é que nós tínhamos que desenhar?

Aluno: Cinco!

Sandra: Cinco... Eu vi meninos... Tomem atenção! Imaginem que estas são as caixas que vocês têm no vosso pictograma... Eu vi meninos a desenharem caixinhas assim (Figura 56a)... E vi a seguir... Ainda no mesmo pictograma (desenha a caixa do esparguete – Figura 56b). Ou espalhadas!! Havia um menino . . . Tinha as cinco caixas de arroz... Assim (Figura 56c)!



A partir de representações de alunos que observou durante o trabalho autónomo, Sandra informa a turma sobre aspetos que considera relevantes, nomeadamente, formas incorretas de completar o pictograma. Assim, recorrendo a perguntas de focalização retórica (“Nós tínhamos que desenhar o arroz e o esparguete, não era?”) e perguntas de confirmação fechada (“Quantas caixas de arroz é que nós tínhamos que desenhar?”), reforça a ideia de que é importante: (i) respeitar a escala utilizada e a forma como as imagens estão organizadas e (ii) organizar o grupo de imagens, de modo a formar uma coluna junto ao eixo das abcissas. Depois de informar os alunos sobre formas incorretas de completar um pictograma, Sandra indica como o devem fazer corretamente:

Sandra: Nós quando estamos a desenhar as caixas, nós temos que ter em atenção a representação que já lá está... . . . Reparem... Eu tenho aqui três caixas... Elas estão ao mesmo nível destas três caixas (compara três caixas do pictograma com as caixas que desenhou – Figura 57a)? Não! E quando eu olho? Quando eu olho... É mais fácil perceber se elas estiverem todas do mesmo tamanho... (termina de desenhar as caixas corretamente – Figura 57b) Então e agora...? A quantidade de bifes e de arroz é diferente?

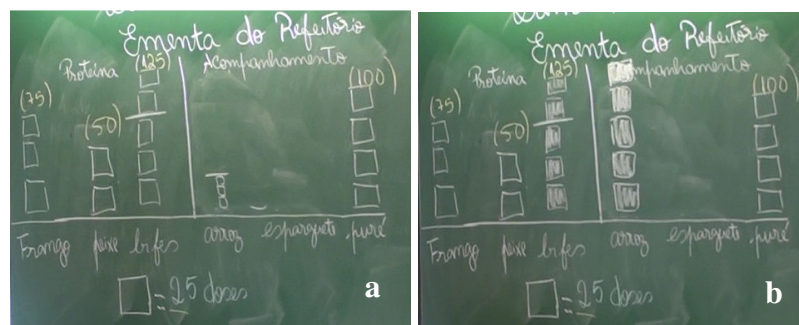


Figura 57a e 57b – Representações utilizadas por Sandra, a partir das representações dos alunos.

Alunos: Não!!

Sandra: Porquê?

Joana: Porque eu vi . . . E contei!

Sandra: E sem contar? Como é que nós sem contar vemos que tem a mesma quantidade... Jenny?

Jenny: Porque há cinco caixas...

Sandra: E sem contar as cinco caixas?

Jenny: Vê pela coluna que esta é igual aquela...

Sandra: . . . Tem as representações, tem as caixas... Ao mesmo nível das caixas dos bifes, não é? E se vocês repararem, no vosso desenho, duas caixas de frango estão ao mesmo nível das duas caixas de peixe! . . . Ninguém pede para desenharem caixas perfeitas, como estão ali [no enunciado]... Mas é de tentarem que elas fossem mais ou menos do mesmo tamanho...

Sandra informa os alunos sobre a utilização do pictograma, nomeadamente, a condição de todos os elementos do pictograma terem o mesmo tamanho e estarem alinhados numa coluna, sobre o eixo das abcissas e questiona-os através de perguntas focalização retórica (“Elas estão ao mesmo nível destas três caixas? Não!”). Quando termina de completar corretamente o pictograma, a professora dá sugestões aos alunos sobre a interpretação e utilização deste, questionando-os através de perguntas de confirmação fechada (“Então e agora...? A quantidade de bifes e de arroz é diferente?”) e perguntas de confirmação aberta (“E sem contar?”). No final da sua intervenção, a professora informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes e sugere-lhes que não é necessário desenhar cada imagem fidedignamente, mas antes ter em atenção os aspetos mencionados anteriormente.

Por fim, a professora resolve coletivamente, com a turma, a terceira questão da tarefa:

Sandra: É possível servir cento e vinte e cinco almoços na terça feira sem ter que comprar mais alimentos? Vamos ver... Quais foram os alimentos que gastámos na segunda feira para alimentar os cem alunos?

Aluno: Bifes e arroz!

Sandra: Bifes e arroz... Então nós gastámos quantas caixas de bifes?

Alunos: Quatro!

Sandra: Quatro! Estão ali quatro! Uma! Duas! Três! Quatro! (risca com cruces as caixas enquanto as enumera – Figura 58). E quantas caixas de arroz? Uma, duas, três, quatro (risca com cruces as caixas enquanto as enumera – Figura 58)! Ou puré! Mas vamos considerar agora o arroz... Então se nós já gastámos aquilo... Como é que sem comprar comida... Podemos alimentar as cento e vinte e cinco pessoas (silêncio dos alunos)?

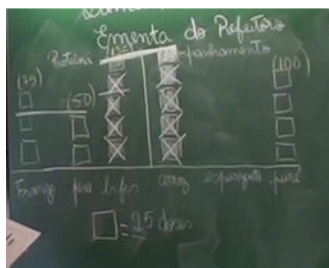


Figura 58 – Representação icónica utilizada por Sandra para assinalar caixas de alimentos “consumidas”.

Na resolução da terceira questão da tarefa, a professora sugere uma representação icónica (cruz) que utiliza para assinalar as caixas de alimentos “consumidas” na questão anterior. Assim, à medida que questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Então nós gastámos quantas caixas de bifes?”), a professora risca os alimentos referidos pelos alunos. No final, a partir desta representação, desafia os alunos a interpretar e utilizar o pictograma através de uma pergunta de inquirição (“Podemos alimentar as cento e vinte e cinco pessoas?”) e responder à terceira questão. Face ao silêncio da turma, interpela Alex:

Sandra: Alex... Diz-me lá uma maneira de alimentar as cento e vinte e cinco pessoas? Como é que tu fizeste? (silêncio do aluno) Mostra cá (dirige-se ao aluno e vê o caderno) Hum... Dá-me aquela...

Alex: O peixe e o arroz?

Sandra: Sim... Então o Alex fez... Quantas doses de peixe?

Alex: Cinquenta!

Sandra (enquanto escreve no quadro a resposta do aluno): Então ele fez cinquenta doses de peixe mais cinquenta de arroz (risca as caixas dos alimentos referidos). Então fez cinquenta de peixe com arroz... E os outros? A seguir?

Alex: O frango...

Sandra: Quanto?

Alex: Setenta e cinco! . . . E de puré setenta e cinco!

Sandra (enquanto escreve no quadro a resposta do aluno – Figura 59): E setenta e cinco de puré... Reparem que cinquenta mais setenta e cinco (faz o algoritmo) temos os cento e vinte e cinco! Então... Cinquenta alunos comem... Peixe com arroz... E os outros setenta e cinco comem frango com puré... E assim eu tenho... A refeição de terça feira!

Sandra pede a Alex, que explique como utilizou a representação para obter a solução encontrada, questionando-o através de uma pergunta de inquirição (“Como é que tu fizeste?”). Perante o silêncio do aluno, a professora altera as suas ações e pede-lhe que explique como utilizou a representação, questionando-o com perguntas de confirmação fechada (Quantas doses de peixe?). À semelhança do que fez anteriormente, à medida que se “consomem” as caixas de alimentos, a professora risca com uma cruz as caixas em causa, mas desta vez, regista o que acontece no quadro, sugerindo a conversão das representações icónicas das caixas em representações simbólicas e, simultaneamente, o seu tratamento para outra representação icónica (Figura 59). Tendo em conta o feedback positivo de Alex, Sandra recorre à mesma estratégia no decurso da discussão coletiva.

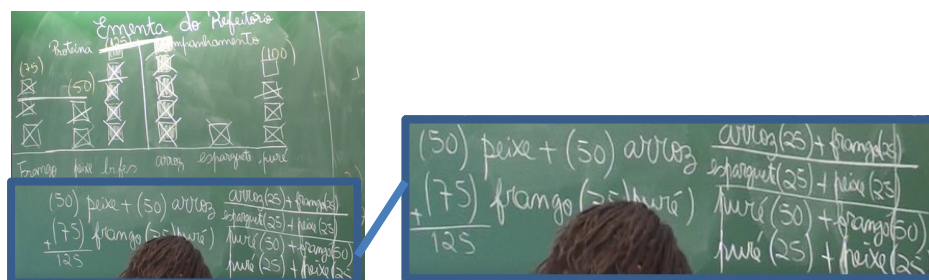


Figura 59 – Representações utilizadas por Sandra na discussão coletiva da tarefa.

Sandra: . . . E agora vamos lá continuar! Falta alimentar quantas pessoas?

Inês: Setenta e cinco!

Sandra: Setenta e cinco! Então vamos lá arranjar comida para essas setenta e cinco pessoas!

Carlos: Professora já sei! Puré!

Sandra: Puré com?

Carlos: Com peixe! Não, com peixe não! Com frango!

Sandra (analisando o pictograma): Puré...Com... Frango (risca as caixas)!

Então e quantas pessoas é que nós alimentamos? Ainda nos faltam doses para vinte e cinco pessoas! O que é que comem os outros vinte e cinco?

Igor?

Igor: Puré...

Sandra: Puré com quê?

Carlos: Puré com peixe!!

Sandra: Puré... Com peixe! Pode ser! (risca as caixas no quadro)

Durante o resto da discussão coletiva, Sandra pede aos alunos que interpretem e utilizem o pictograma. Para isso, questiona-os através de perguntas de confirmação fechada (“Falta alimentar quantas pessoas?”) e de confirmação aberta (“Puré com...?”). Aparentemente, ao utilizar diferentes tipos de representação, os alunos parecem compreender as transformações que a professora propõe bem como as conexões entre representações e conseguem interpretar corretamente a representação do pictograma respondendo acertadamente às questões colocadas.

De uma forma geral, contrariamente ao que é habitual, a dinamização desta aula está a cargo das três professoras presentes em sala de aula. Assim, Carla é a professora responsável pela introdução da tarefa, o trabalho autónomo dos alunos é dinamizado pelas três professoras, enquanto a discussão coletiva é realizada por Sandra.

Durante a introdução da tarefa, Carla começa por pedir aos alunos que identifiquem a representação do enunciado, questionando-os através de perguntas de confirmação (aberta e fechada) e perguntas de focalização retórica. Perante a dificuldade dos alunos em identificar o pictograma, Carla informa a turma, questionando os alunos através de perguntas de focalização retórica. No final da introdução da tarefa, informa e dá sugestões para que os alunos interpretem o pictograma, questionando-os através de perguntas de focalização (orientadoras e retóricas).

No trabalho autónomo dos alunos, as professoras sentem-se surpreendidas pelas dificuldades dos alunos em interpretar e utilizar a representação presente no enunciado. Face a esta situação, Carla dá sugestões aos alunos sobre a utilização e interpretação do pictograma questionando-os através de perguntas de focalização e de confirmação (aberta e fechada). Por sua vez, numa primeira abordagem, Sónia pede à turma que interprete o pictograma através de perguntas de confirmação aberta, mas, perante as dificuldades dos alunos, dá sugestões para a interpretação da representação, questionando-os através de perguntas de focalização retórica e de perguntas de confirmação fechada. Quando considera que os alunos conseguem interpretar e utilizar o pictograma, altera novamente as suas ações, desafiando-os e pedindo-lhes que interpretem a representação, questionando-os através de perguntas de inquirição e perguntas de confirmação aberta.

Na discussão coletiva, Sandra sente necessidade de rever com a turma as condições do problema, questionando os alunos através de perguntas de confirmação aberta. Durante esta revisão, informa os alunos sobre alguns dos aspetos mais relevantes e utiliza uma representação icónica em alternativa à representação verbal do enunciado.

Depois de rever o enunciado, decide resolver coletivamente a tarefa. Para isso (i) informa os alunos sobre a utilização do pictograma, recorrendo a perguntas de focalização retórica e perguntas de confirmação fechada, (ii) conduz a interpretação da representação através de perguntas de confirmação fechada e de inquirição, e (iii) sugere uma representação icónica para registar as caixas “consumidas”.

Perante a representação icónica que sugere, os alunos parecem ter maior facilidade em interpretar o pictograma. Assim, Sandra tenta desafiá-los através de uma pergunta de inquirição, mas face ao silêncio da turma, pede aos alunos que interpretem a representação, questionando-os através de perguntas de confirmação (aberta e fechada).

A representação do pictograma suscita várias dificuldades nos alunos relacionadas com a interpretação e utilização desta representação. De forma a promover a compreensão dos alunos, as professoras recorrem à conversão da representação do pictograma em representações icónicas, o que parece resultar. Durante a discussão coletiva, a professora usa as representações dos alunos como contraexemplos para informar a turma sobre formas incorretas de utilizar a representação do pictograma.

Turma de Ricardo - Dinamização feita por Ricardo

Introdução da tarefa

Ricardo começa por discutir com os alunos a representação do enunciado:

Ricardo: Alguém sabe... Que espécie de gráfico é este que nós temos aqui?

Como é que se chama este tipo de gráfico?

Leonardo: Ementa de refeitório!

Vitor: Pictograma!

Ricardo: Pictograma! . . . Chama-se pictograma! Porque é parecido com um gráfico de barras, mas é com imagens... Qual é que é o título deste pictograma?

Alunos: Ementa do refeitório!

Ricardo: Ementa do refeitório! Então aí temos a ementa de um refeitório.

Do lado esquerdo... Nós temos a... . . .

Ana: Proteína...

Ricardo: Proteína! Do lado esquerdo, se vocês virem cá em cima, esse gráfico está separado por uma linha ao meio, não está? Do lado esquerdo temos a proteína que está dividida em... Frango, peixe e bifes (alunos respondem em simultâneo). (...) Do lado direito temos o quê Bernardo?

Bernardo: Puré...

Ricardo: Não! Lá em cima!

Bernardo: Acompanhamentos!

Ricardo: Temos os acompanhamentos... Que está dividido em quê?

Alunos: Arroz, esparguete e puré.

Ricardo: Arroz, esparguete e puré... Muito bem... O que é que temos aí debaixo do pictograma? Antes da pergunta número um? Temos aí uma informação . . . Vocês sabem o que é uma dose? Uma dose é o suficiente para uma pessoa. Cada pessoa come uma dose... Está bem? Então o que é que isso quer dizer?

Lena: Significa que cada caixa são vinte e cinco doses!

Ricardo: Exatamente! Ouviram o que a Lena disse? Significa que cada caixa são vinte e cinco doses. Está? Significa que cada caixa dá para vinte e cinco doses.

Na introdução da tarefa, Ricardo dá sugestões aos alunos sobre a identificação e interpretação da representação do enunciado. Assim, analisa o pictograma, questionando os alunos através de perguntas focalização retórica (“esse gráfico está separado por uma linha ao meio, não está?”), perguntas de confirmação fechada (“Do lado direito temos o quê Bernardo?”) e perguntas de focalização orientadora (“O que é que temos aí debaixo do pictograma?”).

Trabalho autónomo dos alunos

Alguns alunos sentem dificuldades em preencher o pictograma e interpelam o professor:

Fernando: Professor...!! Não sei fazer caixas!

Cláudia: Faz um cubo!!

Ricardo: Marco! O que é que estás a fazer em pé?

Marco: Ele disse que não sabe desenhar caixas! Estou-lhe a dizer como!

Ricardo: Não consegues desenhar caixas? Faz um quadrado! Consegues fazer um quadrado? Eu nem sequer peço para vocês fazerem um cubo! Faz um quadrado! Tá? Olha... Não precisam desenhar as caixas muito bem feitinhas... Está bem? Podem desenhar só o quadrado...

Na primeira questão da tarefa, alguns alunos tentam desenhar pormenorizadamente as caixas e sentem-se frustrados quando não o conseguem fazer. Esta situação faz com que discutam entre si a melhor forma de representar as caixas e Ricardo por sugerir explicitamente que os alunos representem as caixas, com “quadrados”, questionando alunos através de perguntas de focalização retórica (“Não consegues desenhar caixas? Faz um quadrado!”, “Faz um quadrado! Tá?”). Enquanto

observa a turma a trabalhar autonomamente, o professor apercebe-se que existem também dificuldades na resolução da segunda questão da tarefa e, tendo em conta que a maioria dos alunos tem a mesma dificuldade, promove uma discussão coletiva, relendo a pergunta:

Ricardo: Se vocês fossem o cozinheiro da cantiga... O que comeriam [os alunos] na segunda-feira?

Alunos (simultaneamente): Arroz com esparguete! Puré e bife!

Ricardo: . . . Se vocês fossem o cozinheiro, vocês iam ter que cozinhar para os alunos da escola! Certo?. . . O que é que os cem alunos que almoçam na escola iriam comer? . . . Não se esqueçam de ver a informação que nós temos lá por baixo do gráfico... A informação que a Lena disse e muito bem! . . . Diz lá outra vez aquilo que disseste há bocado...

Lena: Uma caixa são vinte e cinco doses.

Ricardo: Uma caixa são vinte e cinco doses! E quantos alunos nós temos para almoçar?

Alunos: cem!!

Ricardo desafia os alunos a interpretar a representação do enunciado e começa por questioná-los através de uma pergunta de inquirição (“O que comeriam na segunda-feira?”). Os alunos discutem de forma dispersa diferentes possibilidades de refeição, o que na realidade indica que respondem a outra pergunta (De que formas diferentes podemos conjugar proteínas e acompanhamentos?). Isto evidencia que não compreenderam a primeira questão do problema. Assim, Ricardo altera as suas ações, dando sugestões e informando os alunos sobre a interpretação da tarefa. Para isso, questiona os alunos através de perguntas de confirmação aberta (O que é que os cem alunos que almoçam na escola iriam comer?). Simultaneamente, tenta contextualizar os alunos, fazendo-os simular que seriam eles os cozinheiros e que estariam a preparar as refeições. Neste contexto, conduz ao estabelecimento do tratamento da representação verbal “doses” em linguagem natural “comer” e “almoçar”.

Após a sua intervenção, o professor pede aos alunos que trabalhem novamente de forma autónoma. No entanto, à semelhança do que aconteceu com as outras questões, a terceira questão suscita também algumas dúvidas, pois os alunos não têm em conta que “consumiram” alguns dos alimentos na pergunta anterior, e que não os poderão reutilizar para resolver a terceira questão.

Ricardo: . . . Não se esqueçam que... Já gastaram alguns alimentos!! Está bem?! Se vocês já fizeram a refeição para a segunda feira... Vocês são

os cozinheiros e no exercício dois já fizeram a refeição da segunda-feira... . . . Os alimentos que vocês gastaram na segunda... Já não vão tê-los na terça... Já os gastaram... Certo? Então... É possível servir cento e vinte e cinco almoços, na terça-feira, sem ter que comprar mais alimentos?!?

Alunos (simultaneamente): Nãooooo! Siiiiim!

Ricardo: Se sim... Como?

Ricardo informa a turma relativamente à interpretação que devem fazer do enunciado, simulando um contexto em que os alunos seriam os responsáveis pelo refeitório. Na sua intervenção, recorre a perguntas focalização retórica (“Está bem?!”, “Já os gastaram... Certo?”). O professor termina a sua intervenção desafiando os alunos a utilizar e a interpretar a representação, reforçando simultaneamente a importância de justificar as respostas dadas. Para isso, questiona os alunos através de uma pergunta de inquirição (“Se sim, como?”)

Discussão coletiva

À semelhança do que aconteceu com Sandra, Ricardo reproduz o pictograma no quadro (Figura 60) e resolve a tarefa em grande grupo, começando pela primeira questão:

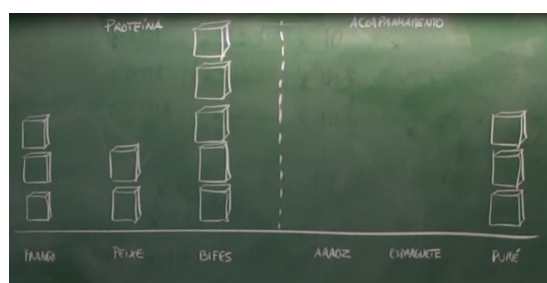


Figura 60 – Gráfico reproduzido por Ricardo na discussão coletiva da tarefa.

Ricardo: . . . Quase todos resolveram este exercício bem... Mesmo assim... Alguns... Começaram a desenhar as caixas aqui em cima... (Figura 61a) De cima para baixo... Por exemplo... Aqui [no esparguete] só há uma [caixa]... Eu posso pôr o esparguete aqui assim (aponta para onde desenhcou a caixa – Figura 61a)... Assim no ar?

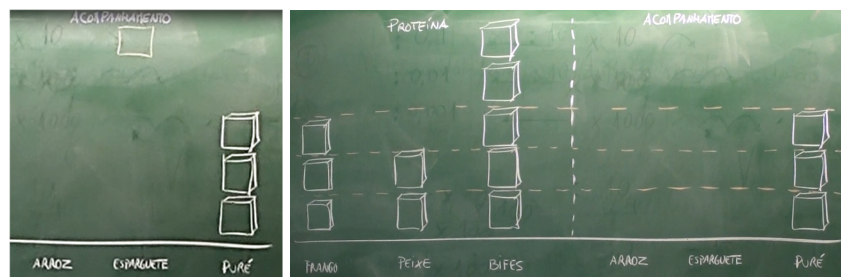


Figura 61a e 61b – Representações utilizadas por Ricardo para promover a compreensão das convenções da representação do pictograma.

Alunos: Nãooooo!

Fernando: Tens que pôr em baixo!

Ricardo: . . . Eu começo aqui (aponta para o eixo das abcissas)! Aqui é o zero! Não é aqui que é o zero? Vocês não estão habituados a ver o zero aqui? . . . Até aqui (faz linhas tracejadas a nivelar o número de caixas - Figura 61b) É uma caixa... Por aqui... São duas caixas... Aqui são três... Vocês já viram... Que uma caixa... Está sempre ao mesmo nível... . . . Eu consigo ver, imediatamente alguma informação! Quando eu olho para um gráfico e vejo que duas coisas estão do mesmo tamanho! . . . Quando eu olho para esta e vejo que tem três... Se eu vir aqui outra com o mesmo tamanho... Vejo logo que tem três também... Não preciso de estar a contá-las, não é?

A partir da replicação no quadro do pictograma do enunciado, e da reprodução de uma representação incorreta utilizada por vários alunos (caixa desenhada no topo do pictograma ao invés de estar junto ao eixo das abcissas – Figura 61a), Ricardo informa os alunos relativamente à forma como devem interpretar e utilizar esta representação e conduz ao estabelecimento de conexões entre pictogramas e gráficos de barras (referindo-se ao eixo das abcissas como tendo valor “0”, desenhando linhas a tracejado ao longo do pictograma para facilitar a leitura do eixo das ordenadas – Figura 61b). Na sua intervenção, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Não preciso de estar a contá-las, não é?”).

Ricardo: Ora...eu vi que alguns fizeram isto assim... (desenha caixas com diferentes tamanhos na categoria “arroz” – Figura 62a). Aqui... Na altura em que vocês deviam ter só três... Vocês já tinham desenhado quatro! E alguns até já tinham desenhado cinco! Era mesmo para pôr cinco! Mas era para pôr cinco do mesmo... Da mesma altura das outras que já lá estão! Ora por exemplo se eu quisesse pôr aqui duas... Eu podia pôr assim?! (Figura 62b)... E ficam da altura... Como se fossem quatro?!? Não, pois não? Se eu vou pôr duas, vou pôr duas ao nível das duas... Está

bem?!? Se eu vou pôr cinco, eu vou pôr ao nível das cinco... Está? Isto são cinco caixas (Figura 62c)?

Alunos: Nãoooooo!

Ricardo: São... São cinco caixas... Estão é mal arrumadas... Eu tenho que pôr as caixas... Assim... Como estão nos outros... Porque o arroz é aqui (aponta par a categoria do arroz) não é aqui ao lado... Está bem?

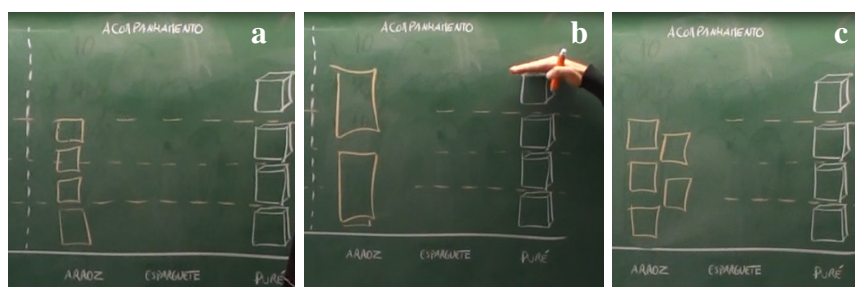


Figura 62a, 62b e 62c – Representações utilizadas por Ricardo, a partir das representações incorretas dos alunos.

Ainda em relação à primeira questão, Ricardo reproduz novamente as representações incorretas de alguns alunos (que observou durante o trabalho autónomo) e informa a turma sobre a utilização da representação, nomeadamente a forma como os alunos devem completar o pictograma (tendo em atenção o tamanho das caixas e a forma como devem ser desenhadas no pictograma), questionando a turma através de perguntas focalização retórica (“Não, pois não?”, “Está?”). Depois de completar corretamente o pictograma, o professor lê a segunda questão da tarefa:

Ricardo: O exercício dois é um bocadinho mais complicado... E se vocês estiverem com atenção... Vão perceber . . . (escreve cem no quadro) Eu tinha a informação de que cada caixinha destas era vinte e cinco. Não tinha? Tinha, não tinha?. . . Já sabem que têm que escolher ceemmm refeições destas (aponta para as proteínas)... Cem de proteínas e cem de acompanhamentos. Cada aluno... Um aluno não come só frango e um aluno não come só arroz... Pois não? Um aluno come frango e arroz! Ou bifes com puré ou com esparguete ou com arroz! Tá?

Leonardo: Professor! Eu fiz de uma forma! Posso dizer? (professor concorda) Fiz assim... Vinte e cinco vezes quatro... Deu cem. De proteína!

Ricardo: E depois...? Qual foi a proteína que tu escolheste?

Leonardo: Bife!

Ricardo: Escolheste bife e fizeste como?

Leonardo: Fiz... Vinte e cinco mais vinte e cinco, mais vinte e cinco, mais vinte e cinco!

Ricardo: Então escolheste quatro caixas de bife... Foi isso?

Leonardo: Sim! (professor escreve 4×25 bifes no quadro)
Ricardo: Foi isto que fizeste?
Leonardo: Sim!
Ricardo: Quatro vezes vinte e cinco bifes... Que deu... Quanto?!
Alunos: Cem!!
Ricardo: Cem bifes! (completa a expressão e escreve 4×25 bifes = 100 bifes)
Leonardo: Depois fiz quatro vezes vinte e cinco de arroz! (professor escreve 4×25 arroz = 100 arroz) . . .
Ricardo: Então... Então se tu fosses o cozinheiro... Na segunda feira as crianças iam comer o quê?
Leonardo: Bifes com arroz!
Ricardo: Bifes com arroz... Iríamos ter cem doses de bife e cem doses de arroz...

Inicialmente, Ricardo continua a informar os alunos sobre o modo como devem utilizar e interpretar o pictograma, recorrendo a perguntas de focalização retórica (“Um aluno não come só frango e um aluno não come só arroz... Pois não?”). No entanto, desta vez, face à intervenção de Leonardo que pede para explicar aos colegas como resolveu a tarefa, o professor altera as suas ações e o seu tipo de questionamento. Assim, pede a Leonardo que explique como interpretou e utilizou a representação do enunciado. Por vezes, conduz o aluno na interpretação da representação, questionando-o através de perguntas de confirmação aberta (“Qual foi a proteína que tu escolheste?”) e de confirmação fechada (“Quatro vezes vinte e cinco bifes... Que deu... Quanto?!”). Noutros momentos, conduz à sistematização de informação relevante, questionando o aluno através de perguntas de confirmação fechada (“Então escolheste quatro caixas de bife... Foi isso?”). Paralelamente a essa sistematização, Ricardo regista no quadro a representação oral de Leonardo (na forma de uma representação simbólica, 4×25), informando implicitamente os alunos da conversão de uma representação noutra. Depois da participação de Leonardo, outros alunos começam a oferecer-se para explicar como utilizaram a representação da tarefa.

Marco: É assim... É puré...
Ricardo: Temos lá cem refeições de puré...
Marco: Com frango...
Ricardo: Com frango...
Marco: E já está professor!
Ricardo: E o frango dá para os cem alunos?
Marco: Não!! Mais o peixe!

Ricardo: Frango e peixe!? Naaa... É só uma [proteína]! . . . Aqui nesta pergunta diz lá.. Não te esqueças de escolher... UM tipo de proteína! UM! Não diz para escolher dois! Não é? Um tipo de proteína e um tipo de acompanhamento! Tá? Já vimos que nas proteínas o único que chegava para cem crianças... É este aqui! (aponta para os bifes) Porque eram precisas quatro caixas... Certo? Sim ou não?

Alunos: Sim!

Ricardo: No acompanhamento é que podíamos ter dois diferentes [duas opções diferentes]. Podia ser bife com arroz ou bife com puré. Fernando... Percebeste porque é que não podia ser com esparguete? E os outros perceberam?

Alunos: Simmmm...

Fernando: Porque só há vinte e cinco!

Marco é um aluno que resolveu a tarefa utilizando dois tipos de proteína diferente. Ricardo informa a turma sobre os aspetos mais relevantes da explicação do aluno, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“E o frango dá para os cem alunos?”). Aproveita a intervenção do aluno para dar sugestões relativamente às diferenças na utilização do pictograma na segunda e na terceira questão, questionando a turma através de perguntas focalização retórica (“Aqui nesta pergunta diz lá... Não te esqueças de escolher... Um tipo de proteína! Não diz para escolher dois! Não é?”). No final, o professor informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes na resolução da segunda questão, identificando as duas soluções possíveis (“No acompanhamento é que podíamos ter dois diferentes [duas opções diferentes] e questiona os alunos com perguntas focalização retórica (“E os outros perceberam?”). Podia ser bife com arroz ou bife com puré.”). Na terceira questão da tarefa, o professor opta por resolvê-la em grande grupo:

Ricardo: No exercício três... É possível servir cento e vinte e cinco almoços na terça-feira... Reparem que a terça-feira é o dia a seguir à segunda... Certo? Na segunda já gastámos alguns [alimentos]... Na terça-feira é possível servir cento e vinte e cinco almoços, sem ter que comprar mais alimentos?

Alunos (simultaneamente): Siiiiimmm! Nãoooooo!

Ricardo: Reparem... Eu vou fazer como tinha feito o Leonardo... Está bem? O Leonardo gastou... uma (apaga as caixas que gastou à medida que as vai enumerando – Figura 63), duas, três, quatro...Caixas de bifos... E gastou... Quatro caixas de arroz (apaga as caixas de arroz)! Isto... Foi o que gastámos na segunda-feira... Não foi?! Pronto... . . . Na terça-feira... É possível servir...? E agora não são cem, mas são cento e vinte e cinco...

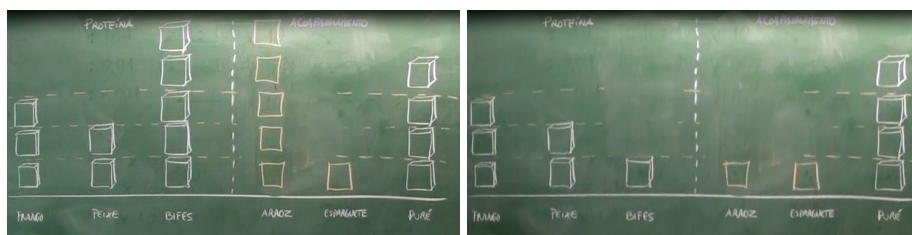


Figura 63 – Representação ativa utilizada por Ricardo para representar caixas de alimentos “consumidas” (antes e depois de apagar as caixas).

Face às dificuldades que observou no trabalho autónomo dos alunos, Ricardo opta por informar sobre a interpretação e utilização do pictograma (as caixas utilizadas não poderão ser mobilizadas de novo, podem usar-se vários tipos de proteína ou de acompanhamento, as refeições destinam-se a cento e vinte e cinco alunos ao invés dos cem da segunda questão). Além disso, questiona a turma através de perguntas focalização retórica (“Reparem que a terça-feira é o dia a seguir à segunda... Certo?”, “Eu vou fazer como tinha feito o Leonardo... Está bem?”). Simultaneamente recorre a uma representação ativa do “consumo de caixas”, apagando as caixas utilizadas na questão anterior.

Ricardo: É possível servir cento e vinte e cinco almoços na terça-feira sem ter de ir comprar mais coisas? . . . Quero que me expliquem porquê! Se sim, porquê? Se não, porque é que não!

Marco: Sim!!! Porquê? Agora já dá para misturar!!!

Ricardo: Agora já dá para misturar... Não diz lá que é só uma... Pois não...?

Marco: Agora é frango com bifes...

Ricardo: Então diz lá como é que fazias, Marco? Diz lá como é que fazias?

Marco: Puré...

Ricardo: Puré... Quantas caixas de puré?

Marco: Quatro!

Ricardo: Quatro caixas de puré... Isto ia dar quanto? Quantas refeições é que eu já tenho?

Marco: Cem!

Ricardo: Quatro caixas de puré... Vezes vinte e cinco dá cem (escreve a representação simbólica no quadro)... Então... Estas já foram (apaga as quatro caixas). E agora? . . .

Ricardo começa por desafiar os alunos a utilizar o pictograma de forma a responder à terceira questão da tarefa, pedindo para que justifiquem a resposta dada, questionando os alunos com perguntas de inquirição (“Quero que me expliquem porquê! Se sim, porquê? Se não, porque é que não!”). Marco corresponde ao desafio colocado

pelo professor e explica com facilidade de que forma se deve utilizar a representação para responder à terceira questão. O professor pede ao aluno que explique como utilizou a representação, questionando-o através de perguntas de inquirição aberta (“Então diz lá como é que fazias Marco?”) e perguntas de confirmação fechada (“Quatro caixas de puré... Isto ia dar quanto?”). Após a intervenção de Marco, Ricardo sente necessidade de conduzir os alunos na sistematização de alguma informação mais relevante e de conduzir os alunos no estabelecimento de conexões recorrendo a representações simbólicas e ativas para sistematizar a explicação de Marco:

Ricardo: Olha, vamos continuar aquilo que o Marco já tinha dito... Quatro caixas de puré . . . Já tenho acompanhamento para cem crianças... Mas ainda não tenho para todas . . .

Bruno: Esparguete!

Ricardo: Por exemplo... Pode ser esparguete... Uma caixa de esparguete dá vinte e cinco, não é? Então cem crianças iam comer puré e vinte e cinco iam comer frango... Mas elas têm de comer isto com alguma coisa...

Vanessa: Com frango..

Ricardo: Então... Quantas caixas de frango é que tens Vanessa?

Vanessa: Três...

Ricardo: E isto dá quantas doses de frango?

Marco: Setenta e cinco!

Ricardo: Setenta e cinco... Três vezes vinte e cinco é igual a... Setenta e cinco doses de frango... E quanto é que ainda me falta, Vanessa?

Vanessa: Falta peixe! Dois de peixe!

Ricardo: Duas de peixe?

Vanessa: Sim...!

Ricardo: Então temos que apagar isto (apaga as caixas enquanto as enumera)... Gastei o esparguete... Gastei o frango e vou gastar estas duas de peixe... Então... Prestem lá atenção só para acabarmos este exercício... Eu iria ter... cem de puré... cem crianças iam comer puré e vinte e cinco iam comer esparguete, certo? Dá para as cento e vinte e cinco crianças. E de proteínas? O que é que eu iria ter?

Vanessa: Setenta e cinco iam comer frango e cinquenta iam comer peixe...

Ricardo: Setenta e cinco iam comer frango e cinquenta iam comer peixe... Exatamente (Figura 64)!

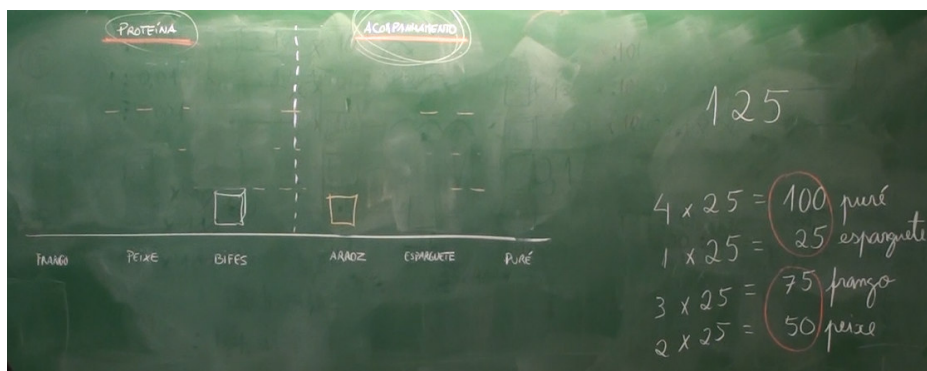


Figura 64 - Representações utilizadas por Ricardo durante a discussão coletiva da tarefa.

Ricardo dá sugestões para salientar a utilização e interpretação da representação utilizada (“Já tenho acompanhamento para cem crianças... Mas ainda não tenho para todas...”). Nesse sentido, vai lembrando algumas das condições do problema, questionando os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Uma caixa de espaguete dá vinte e cinco, não é?”) e de confirmação fechada (“Quantas caixas de frango é que tens Vanessa?”). Face às respostas dos alunos, o professor continua a transformar as representações verbais dos alunos em representações simbólicas (registrando as respostas numa sequência de multiplicações) e ativas (apagando as caixas utilizadas).

De uma forma geral, durante a introdução da tarefa, Ricardo dá sugestões sobre a identificação e interpretação do pictograma, questionando os alunos através de perguntas de confirmação fechada e perguntas de focalização (retórica e orientadora).

No trabalho autónomo dos alunos, as ações de Ricardo variam de acordo com as dificuldades apresentadas pelos alunos. Assim no início, quando os alunos não conseguem escolher a forma mais adequada de completar o pictograma, sugere como devem fazê-lo. Mais tarde, quando a turma sente dificuldades em resolver a segunda questão, o professor opta por fazer uma explicação coletiva. Nessa explicação, o professor começa por desafiar os alunos a interpretar o enunciado, fazendo algumas perguntas de inquirição. Tendo em conta que a turma não corresponde ao desafio colocado, opta por dar sugestões e informar sobre a utilização e interpretação da representação, questionando os alunos através de perguntas de confirmação fechada e, simultaneamente, conduz ao estabelecimento de tratamentos ao contextualizar o enunciado numa realidade próxima dos alunos, dando depois autonomia aos alunos para resolver a tarefa individualmente.

Durante a resolução da terceira questão, face às dificuldades dos alunos, Ricardo opta por informá-los sobre a interpretação do pictograma, questionando-os através de perguntas de focalização retórica. Quando considera que a dificuldade inicial foi

ultrapassada, altera as suas ações e desafia os alunos, questionando-os através de perguntas de inquirição.

Na discussão coletiva, Ricardo reproduz no quadro o pictograma que consta no enunciado. Durante este momento, as ações do professor são maioritariamente informar, dar sugestões e conduzir os alunos (no estabelecimento de conexões, na interpretação da representação, na sistematização de aspetos relevantes). Globalmente, privilegia as perguntas de focalização retórica e as perguntas de confirmação fechada. Para além do pictograma que reproduz no quadro, o professor recorre a representações simbólicas (que obteve a partir das representações verbais dos alunos) e a representações ativas (quando apaga as caixas que são “consumidas”). O recurso à representação ativa parece promover a interpretação e a compreensão da utilização do pictograma por parte dos alunos, o que condiciona a alteração nas ações e tipos de questionamento utilizados por Ricardo. Assim, no final da discussão coletiva, desafia a turma a utilizar e interpretar a representação do enunciado, questionando os alunos através de perguntas de inquirição aberta e de confirmação fechada.

As representações dos alunos são reproduzidas no quadro e têm um papel “ilustrativo” de forma a mostrar aos alunos formas incorretas de completar o pictograma, posteriormente contrapostas com formas corretas de o fazer.

Reflexão pós aula

Nesta sessão de reflexão pós aula (planificação – Anexo 19), Sónia refere as razões que levaram as professoras a resolver a tarefa conjuntamente (algo que não tinha sido planeado durante a sessão de preparação da aula):

Sónia: . . . Viste uma turma e viste outra em que a Sandra trabalha com as duas [professoras]. [Considerámos que] Se calhar era interessante ver... Até porque nós por vezes juntamos as turmas . . . Tem a ver com a dinâmica que há entre as turmas! . . .

Sónia refere que as aulas conjuntas são uma prática comum com Carla, pois verificaram que a junção das duas turmas é benéfica para professores e alunos.

Discutimos a forma como foi realizada a tarefa, em especial a introdução da tarefa:

Carla: Muitas vezes no início de cada exercício opto por ser eu a começar a ler as perguntas. Para quê? Para haver uma concentração maior no

trabalho! . . . Quando são trabalhos novos [assuntos] que estamos a desenvolver em aula eu acho que é importante ser o professor a . . . A orientá-los! . . .

Sónia: É um bocado descodificar o que está escrito, porque depois sabemos que eles têm muitas dificuldades linguísticas... Se a primeira leitura por vezes não partir de nós, eles não conseguem perceber e perdem-se logo no início da tarefa porque...

Sandra: Eu normalmente opto por ler por causa disso (referindo-se às intervenções de Carla e Sónia) mas às vezes também lhes dou a possibilidade de eles lerem...

Ricardo: Eu é conforme... . . . Normalmente gosto de mandar ler para haver um momento [de quebra] e para tentar motivar algum [aluno] que esteja um bocado [distráido]... Então mando-o ler! Mas depois no final dele ler... Eu volto sempre a ler!

Todos os professores consideram que é importante ler o enunciado no início da introdução da tarefa (especialmente quando são tarefas fora da rotina das tarefas habituais da sala de aula), com o intuito de focalizar os alunos e de tentar explicar algumas das representações verbais que podiam causar dificuldades de interpretação aos alunos. Depois de lerem o enunciado, os professores que dinamizaram a introdução da tarefa sentiram necessidade de pedir aos alunos que identificassem a representação do enunciado:

Sandra: Porque eles muitas vezes esquecem-se dos nomes [das representações] e é uma maneira de os irmos relembrando! . . .

Ricardo: Porque muitas vezes quando aparece um exercício . . . “Professor! O que é que é isto?!”. Eles até sabem... Eles olham para o pictograma e até conseguem interpretá-lo... Mas se aparece lá a palavra pictograma... Ficam logo [confusos]! . . .

Sónia: Depois também tem a ver com os conceitos matemáticos! Não é? A linguagem matemática! Acaba por ser... Com este tipo de atividades... Desenvolver a linguagem matemática deles! E os conceitos . . .

Os professores consideram que é fundamental a identificação da representação para que os alunos utilizem a linguagem matemática correta e a associem à representação correspondente. Referem ainda que é importante relembrar os alunos através do questionamento para que não existam dificuldades de interpretação que possam dificultar a resolução da tarefa.

Carla fala sobre como poderia ter explorado a introdução da tarefa e por que razão decidiu fazê-lo de outra forma:

Aqui tínhamos duas estratégias... Ou lhes dávamos a ficha e deixávamos divagar . . . Corremos sempre o risco, quando lhes damos essa autonomia, o que aconteceu e se verificou é que há miúdos que perdem o tempo a desenhar caixas, porque para eles o importante é aquilo e não os cálculos. . . . Nós introduzimos e fizemos apenas a pergunta... Não explorámos o gráfico com eles, para perceber o que é que eles iam depreender dali. Eu para explorar o gráfico, eu iria ter que resolver uma ou duas questões inicialmente com eles, para eles perceberem... Isto é o que acontece na minha turma... Se lhes vou dar a exploração, então eu tenho que fazer!

Para Carla, dar autonomia aos alunos durante o trabalho autónomo implica dar o mínimo de informação possível durante a introdução da tarefa, o que faz com que consiga perceber melhor quais as principais dificuldades da turma. Assim, considera que a única alternativa seria resolver a tarefa em grande grupo com a turma.

Ao refletir sobre as dificuldades dos alunos, refere que alguns se focalizaram demasiado na elaboração de representações pictóricas pormenorizadas como resposta à primeira questão. Globalmente, os professores relacionam as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução da tarefa com problemas de interpretação das representações:

Carla: Nós já sabemos que há aqueles miúdos que pode estar lá estar escrito em letras garrafais quanto é que uma caixa vale, que para eles é a mesma coisa que esteja lá zero!

Investigadora: E o facto de valer vinte e cinco não pode também ter dificultado a tarefa? . . .

Carla: Não!

Sónia: Nós fizemos um teste [ficha de avaliação] com [uma tarefa que incluía um pictograma em que cada imagem valia] seis... Seis também não é propriamente um número fácil... O cinco e o dez... É mais fácil!! Se calhar aí sim... Se fizéssemos com o cinco, com o dez ou com o vinte seria mais fácil para depois em termos de cálculos... Certo? Porque contando as caixas... Seria mais fácil, efetivamente com números mais pequenos...

Carla: Já estamos no 3.º ano!

Sónia: Mas eu acho que... O problema central ou a base dos problemas deles não foi o vinte e cinco... É... Em termos de concentração e de abstração para fazer...

Carla: . . . Eu acho que nós não temos de facilitar o que quer que seja! Porque estamos num 3.º ano! E para o ano é 4.º ano! . . . Cada vez mais, nós temos que introduzir problemas difíceis e não fáceis! Difíceis não... Complexos! Que os obrigue a pensar e a raciocinar! Portanto eu acho que

os vinte e cinco é um número... Olha... Estamos a dar neste momento as frações... Um quarto e um meio... Por isso até acho que foi [positivo]...

Carla considera que o recurso a um número menor não deveria ser considerado, tendo em conta que os alunos se encontram no 3.º ano. Para a professora, ao escolher o número vinte cinco, aumentou-se o nível de complexidade da tarefa, o que pode promover o raciocínio dos alunos e permitir o estabelecimento de conexões com a aprendizagem e compreensão de números racionais. Por sua vez, para Sónia, o recurso a números menores poderia ter facilitado o cálculo mental dos alunos para determinar o número de doses e de caixas a utilizar. No entanto, no seguimento do seu discurso, considera que o maior problema para os alunos foi a compreensão e interpretação do enunciado, ideia partilhada pelos colegas.

Os professores discutem também outras dificuldades dos alunos e sobre as estratégias que utilizaram para os ajudar. Carla relembra a dificuldade de uma aluna em compreender que cento e vinte refeições implicavam a utilização de duzentas e cinquenta doses:

Carla: Ela pensou que no final tinha que ter cento e vinte e cinco.

Sónia: Foi o objetivo final... Não pensou no acompanhamento nem na proteína... Tal e qual como a Camila! Eu, no meu entender, foi o que eu senti... Porque depois, quando eu a questioneei foi isso que ela me disse... “O que eu fiz foi juntar tudo”, porque eu disse: “E tens cento e vinte e cinco de cada um?” E ela disse: “Não... Tenho os dois juntos...”. O que é que ela pensou?!? Pensou: “Tenho que ter cento e vinte e cinco doses”... Mas não é de cada um! É no total!

Sandra: Ela não separou o acompanhamento e proteína...

Ricardo: Porque eles não associaram logo que uma criança tinha que comer uma dose de proteína e uma dose de... O que daria o dobro das doses! Duzentas e cinquenta doses! Ao fim ao cabo eles vão gastar duzentas e cinquenta doses! Cento e vinte e cinco crianças! Porque comem proteína e comem acompanhamento... Já não me recordo qual é que foi o aluno que também me tinha agrupado assim! Tinha cento e vinte e cinco doses de dois acompanhamentos! Acho que era bife e puré ou qualquer coisa do género. E eu também lhe chamei a atenção e disse assim: “Tudo bem... Tens aqui cento e vinte e cinco doses... Tens! Mas então agora cinquenta alunos vão comer bife e setenta e cinco vão comer puré?”

Sónia: A questão aí é mesmo levá-los pela lógica e pela racionalidade! Quando eles tiverem de resolver um problema no dia a dia... Porque a matemática é mesmo tu saberes resolver e dar a volta à questão e tentares

de diferentes formas... Eles têm que ir pela racionalidade e pela lógica!
E aqui a lógica é: “Tu comes só puré?”, “Só comes o acompanhamento?
. . . É levá-la, a ela própria a perceber onde é que errou, onde é que ela
falhou!

Para os professores, alguns alunos que não compreenderam esta condição do problema e limitaram-se a construir o número cento e vinte e cinco com os dois tipos de alimentos. Na sua perspetiva, é importante questionarem estes alunos para que compreendam as informações implícitas no enunciado e para que percebam que a falta de atender a essas condições pode levar a estratégias não adequadas. Assim, no seu entender, ao promover o estabelecimento de conexões com representações da realidade dos alunos (neste caso com o refeitório escolar) estão também a promover a compreensão do enunciado.

Outra dificuldade identificada pelos professores é a mudança das condições de resolução da tarefa, da segunda para a terceira questão:

Carla: Eu acho que a maior dificuldade deles [na terceira questão] foi precisamente perceber que podiam... Que nem todos os alunos tinham de comer puré. Não é? Ou seja, eles chegaram ali aquele ponto de: “Tenho cinco caixas”...

Ricardo: E não dava para todos comerem o mesmo, não era?

Carla e Sandra: Exatamente!

Carla: “Então e agora? Como é que é?” Eu também fiz uma das intervenções a dizer: “Então mas temos todos que comer... Puré? Não temos!”

Sandra: Até porque na segunda questão... Nós orientámos no sentido em que eles tinham de ter uma proteína e um acompanhamento... Não podiam escolher duas proteínas e um acompanhamento...

Carla: Exatamente! . . . Mas é assim... Lá está a comunicação que nós temos que ter com eles. Porque se nós os focamos naquele ponto... Todos os nossos alunos parecem as formigas em carreiro... Vão todas por ali . . . Se eles estão encarreirados por aí... “Não chega!”, “Então se não chega o que é que querem de mim?!”, “Hum... Então isto deve ser uma rasteira!!”

Sónia (ri-se): Os meus também me dizem isso!

Carla: E isto para eles deve ter sido do género “A professora está aqui a pôr-nos mais uma rasteira...”

Sandra: “Para ver se nós estamos com atenção!”... Às vezes nós fazemos-lhe isso!

Para os professores a mudança das condições de uma questão para outra fez com que os alunos tentassem aplicar as mesmas condições de resolução nas duas questões e se sentissem confusos. Carla considera que o papel do professor nestas situações é muito importante na medida em que é ele que informa e conduz os alunos sobre a interpretação e identificação das representações (neste caso do enunciado). É interessante perceber que habitualmente os professores fazem este tipo de alterações, de forma intencional, com o intuito de aferir se os alunos se limitam a repetir os mesmos procedimentos ou se investem na interpretação dos enunciados das tarefas e respetivas representações.

De uma forma geral, os professores consideram que durante a introdução da tarefa: (i) a leitura do enunciado é um momento importante que contribui para que os alunos interpretem com mais facilidade as representações verbais que nele constam; e que (ii) a identificação da representação é um aspeto fundamental.

O grupo reflete também na forma como decorreu o trabalho autónomo dos alunos. Carla considera que, para dar maior autonomia aos alunos, os professores devem restringir a sua intervenção e analisar as dificuldades que possam surgir. Os professores discutem também as dificuldades sentidas pelos alunos, que consideram estar diretamente relacionadas com a interpretação e utilização da representação do pictograma (legenda, conversão dos dados do pictograma em representações simbólicas) e com o enunciado (alteração das condições da tarefa da primeira para a terceira questão). A legenda do pictograma da tarefa volta a ser debatida, mas desta vez, todos os professores concordam que o valor de cada imagem aumentou o grau de dificuldade da tarefa.

7.4. Discussão

Nas tarefas que incluem representações estatísticas, apesar de existirem três professores presentes, habitualmente apenas um é responsável pela dinamização da aula. No entanto, à semelhança do que aconteceu noutras tarefas, por vezes Carla e Sónia juntam as turmas e dinamizam a tarefa em conjunto. Os professores consideram que, ao juntar as turmas, embora aparentemente não se observem alterações significativas na aprendizagem ou compreensão dos alunos, a dinâmica de sala de aula que se estabelece é enriquecedora tanto para as professoras como para os alunos.

Durante a exploração das tarefas, os professores privilegiam os momentos de discussão em grande grupo, em detrimento de momentos de trabalho autónomo dos alunos (individual ou em grupo). Além disso, quando se apercebem que a turma sente

dificuldades na resolução de uma tarefa, os professores sentem necessidade de conduzir a exploração da tarefa, de forma a tentar garantir que a turma compreende a sua resolução e as representações inerentes à tarefa.

Em relação ao tipo de questionamento dos professores, na introdução da tarefa, as questões utilizadas são geralmente de confirmação (maioritariamente, fechada) e de focalização (de forma geral, retórica). Nos momentos de trabalho autónomo dos alunos e de discussão coletiva verifica-se que (i) surgem com maior frequência as perguntas de inquirição e que (ii) o tipo de questionamento é mais diversificado e mais dinâmico, na medida em que os professores alteram o tipo de questões com grande facilidade e mediante o tipo de respostas que obtêm ou pretendem dos alunos.

Durante toda a exploração das tarefas, o questionamento através de perguntas de confirmação é o mais utilizado pelos professores, nomeadamente usando perguntas de confirmação fechada enquanto as perguntas de inquirição surgem habitualmente quando os professores consideram que os alunos ultrapassaram dificuldades sentidas anteriormente.

Nas sessões de reflexão pós aula, é interessante observar a reflexão que os professores fazem relativamente às questões que colocam aos alunos durante o questionamento em sala de aula, na medida em que reconhecem que o tipo de perguntas que fazem condiciona as respostas e a atividade dos alunos.

Em relação ao papel das representações estatísticas na resolução de tarefas na sala de aula, nas sessões de preparação da aula, os professores consideram que os diagrama de Venn e, em especial, os pictogramas, são representações fáceis de interpretar e de utilizar por parte dos alunos, correspondendo a um nível reduzido de dificuldade nas tarefas e, por essa razão, são representações que propõem esporadicamente. No entanto, reconhecem a importância de explorar diferentes tipos de representações gráficas, para além do gráfico de barras, que, notoriamente, valorizam mais.

Na sala de aula, durante a introdução da tarefa, na maioria das vezes, são os professores que leem os enunciados das tarefas. Ao fazê-lo, parecem pretender promover o estabelecimento de conexões entre as representações verbais e as representações estatísticas dos enunciados das tarefas. Consideram também a identificação do nome da representação muito importante, na medida em que referem que promove a utilização de representações verbais (na forma de linguagem matemática) e representações simbólicas corretas e o estabelecimento de conexões entre ambas. Nestas tarefas, a exploração das representações do enunciado durante a introdução da tarefa parece causar algum

desconforto e ansiedade nos professores. Por um lado, a linha entre explorar a representação e resolver coletivamente a tarefa parece ser ténue e fácil de transpor. Por outro lado, os professores parecem considerar a exploração da representação com os alunos como uma forma de lhes tirar autonomia e de baixar o nível de dificuldade da tarefa. Por exemplo, na tarefa da “Ementa de refeitório” (pictograma), Carla refere que optou intencionalmente por não explorar o pictograma na introdução da tarefa, pois pretendia analisar quais as dificuldades que os alunos teriam na interpretação da representação. No entanto, é perceptível que esta decisão de permitir que os alunos explorassem a representação com mais autonomia e ficassem mais suscetíveis de errar lhe causa alguma ansiedade, classificando a sua ação como um risco.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, os professores parecem surpreendidos pelas dificuldades das turmas em interpretar e utilizar as diferentes representações, o que está relacionado com a sua dificuldade em prever as dificuldades dos alunos (na medida em que inicialmente consideraram que tanto o diagrama de Venn como o pictograma ofereciam poucas dificuldades). Nestas tarefas, de forma a ultrapassar as dificuldades sentidas pelos alunos, os professores utilizam várias estratégias tais como: (i) alteração do modo de exploração da tarefa de trabalho autónomo e individual dos alunos para discussão coletiva; (ii) contextualização dos dados do problema; e (iii) conversão ou tratamento de representações verbais e estatísticas em representações mais familiares para os alunos.

Na discussão coletiva, os professores consideram importante reproduzir no quadro as representações que constam no enunciado das tarefas. As representações dos alunos são muitas vezes utilizadas como “contraexemplos” de forma a ilustrar formas incorretas de utilizar as representações estatísticas. Assim, os professores optam por sistematizar a informação mais relevante relativa a estas representações, tendo como base de discussão a reprodução das representações incorretas dos alunos nas representações estatísticas do enunciado. À semelhança do que acontece no trabalho autónomo dos alunos, por vezes, os professores fazem o tratamento e a conversão das representações estatísticas e verbais do enunciado e recorrem a outro tipo de representações (ativas, icónicas e simbólicas) para promover a interpretação e utilização de representações por parte dos alunos.

Nas tarefas propostas aos alunos, as representações estatísticas faziam parte do enunciado da tarefa. Assim, nestas três tarefas não se observam ações dos professores para promover a atividade de produzir/escolher uma representação por parte dos alunos.

As ações dos professores durante a realização das tarefas com representações estatísticas são muito diversificadas, e é interessante verificar que uma mesma tarefa é dinamizada de diferentes formas. No entanto, ao analisar as ações dos professores durante a realização da tarefa, existem alguns pontos em comum. As ações dos professores variam consoante (i) o momento da tarefa, (ii) a atividade dos alunos, e (iii) as dificuldades sentidas pelos alunos. Assim, nas tarefas com representações estatísticas as ações de desafiar surgem (i) maioritariamente no momento de discussão coletiva, (ii) associadas à atividade de utilizar/interpretar, e (iii) quando os alunos não mostram dificuldades na interpretação e utilização de representações, seja no seguimento de ações de “Pedir” e “Dar pistas” ou para levar os alunos a justificar a sua resposta.

Nas sessões de preparação e de reflexão pós aula, os professores referem-se à importância do seu papel na dinamização das tarefas. Assim, consideram que nas situações em que os alunos revelam dificuldades na interpretação ou utilização das representações estatísticas ou das representações verbais do enunciado das tarefas, as ações do professor, ao informar e conduzir os alunos são fundamentais para auxiliar os alunos.

Verifica-se também que o planeamento em grupo da exploração de uma tarefa influencia, mas não determina totalmente a exploração da tarefa. Assim, por vezes os professores decidem, no momento, fazer alterações na dinamização da tarefa que não estavam previstas quando planificaram e planearam a tarefa.

Capítulo 8

Exploração de tarefas com representações de números racionais

8.1. Resolução de Problemas – Tarefa “Os Bolos”

Sessão de preparação da aula

Os professores propõem a exploração de um exercício em sala de aula (planificação – Anexo 5; tarefa 4 – Anexo 2). No entanto, tendo em conta a sua pretensão inicial de explorar com os alunos tarefas no âmbito da resolução de problemas, sugiro a exploração e análise de outra tarefa (tarefa 3 – Anexo 2), que os professores não tinham escolhido.

Investigadora: . . . Eles conseguem fazer isto? Dividir a fatia em...?
(silêncio prolongado) Só se for por desenhos! Eles conseguem fazer os bolos?... (silêncio prolongado) Dividi-los em dez bocados? (silêncio prolongado) Como aquelas barras que tu fazes no quadro? (fala para Carla) Tu divides a barra em dez partes...

Carla: Sim!

Investigadora: Fazem a analogia do bolo...

Carla: ... Com as barras...

Investigadora: Eu pelo menos vi a Carla utilizar... . . .

Ricardo: Sim eu faço barras... Ou faço tipo queijos!

Inicialmente, os professores não parecem recetivos à alternativa que proponho. No entanto, depois de os questionar relativamente às representações que podem surgir e à forma como os alunos podem resolver a tarefa, parecem aceder à análise e discussão

desta tarefa. Deste modo, Carla é a primeira que parece estar mais motivada para a exploração desta tarefa.

Carla: Mas vamos cá ver... Foi cortado em dez... A Inês e o João comeram uma décima cada... (começa a resolver a tarefa no caderno, desenhando círculos e dividindo-os em “fatias”)... A Ana só provou a tarte (risca uma parcela da “tarte”)...

Sandra: Aqui subentende-se que ela comeu uma décima da tarte?

Carla: Huuum... Não! . . . Só PROVOU a tarte!!

Investigadora: Então... Comeu um décimo da tarte! Está tudo partido em dez fatias!

Sandra: Está bem... (concordando). . . (hesitando novamente) Eu não sei!! Porque... Aquilo de ela ter comido logo uma parte, não quer dizer que ela não tenha comido duas fatias!!

Ricardo: Não... Porque duas fatias já é comer alarvemente! E ela só provou! (ri-se)

Investigadora: Eles têm... Têm três... Quatro, cinco (desenha bolos circulares divididos em dez partes) . . .

Sandra: Eu acho que é preferível ser um bolo retangular... . . .

Cada professor explora a tarefa individualmente, de forma a compreender como pode ser resolvida e paralelamente discutimos a tarefa. Inicialmente, os professores focam-se na compreensão do enunciado, onde, na sua opinião, podem existir dificuldades relativamente à sua interpretação, nomeadamente com a expressão “comer uma parte”. Um aspeto que chama a atenção de Sandra é o tipo de representações que pode ser utilizado pelos professores. Face à representação icónica circular que utilizo, a professora considera que em sala de aula será recomendável os professores utilizarem uma representação icónica retangular de cada bolo e o grupo parece concordar.

Carla continua a resolver a tarefa em voz alta:

Carla: A Inês e o João comeram uma fatia de cada... (risca as parcelas nas representações circulares) Comeram duas já aí!

Investigadora: Exato! A Inês e o João comeram duas décimas... De cada doce! E...A Ana só provou a tarte... Portanto... Comeram-se três décimas...

Carla: E o Pedro comeu torta de chocolate e bolo de laranja! São três, três... (silêncio)

Investigadora: Portanto... São três décimas de cada... Não é? Qual foi o doce mais comido? (silêncio) Não há um bolo mais comido? (silêncio prolongado) . . . Assim não há bolo mais comido... Certo? (silêncio prolongado) . . . Se tu tens laranja... Vejam lá se não é... (silêncio)

prolongado) Tens laranja, cereja e chocolate... Não é? (silêncio) Cada um tem dez fatias... (relê o enunciado da tarefa enquanto resolve a tarefa à frente dos professores) Não é? Faltam três décimas a cada bolo! (silêncio prolongado)

Carla recorre a uma representação icónica para resolver a tarefa e conclui que em cada unidade são consumidas 3 décimas, o que a deixa pensativa e em silêncio, aparentemente com dúvidas em relação à resolução da tarefa. Da mesma forma, os restantes professores permanecem silenciosos enquanto observam as representações que utilizaram para resolver a tarefa e não parecem convencidos com a solução encontrada. Sandra quebra o silêncio e decide intervir:

Sandra: Não, não! Tu tens mais [do que quatro] meninos!

Investigadora: Tens quatro meninos... (Sandra recomeça a resolver a tarefa no seu caderno e desenha uma representação icónica com quatro formas retangulares, divididas em dez partes iguais, que representam os bolos) Exatamente!! (silêncio) Tu tens...

Sandra: A Inês e o João comeram uma fatia de cada bolo (risca uma parcela de cada bolo)...

Investigadora: Portanto... Duas décimas de cada bolo!

Sandra (olhando para a sua resolução): (silêncio) Hum... Sim.

Investigadora (enquanto Sandra resolve a tarefa): E depois tens a tarte de cereja... Não é? (silêncio) E depois a Ana só provou a tarte... Portanto comes três décimas da tarte... E duas do de laranja... E duas do de chocolate...

Sandra (acenando afirmativamente com a cabeça): Hum, hum!

Investigadora: E depois tens o Pedro que come chocolate... Que tinha duas décimas e passa a três... E tens o bolo de laranja... Que também tinha duas e passa a três! Portanto não há um doce mais comido! Todos eles ficam com menos três [décimas]... De qualquer das maneiras eles podem dizer que não há um doce mais comido e que sobram...

Carla: Sete de cada um...!!

Investigadora: Sete de cada um... E depois... das três unidades... Eles têm que dizer... Que foi comido... Nove décimas...

Depois de um período prolongado de silêncio, Sandra decide rever a resolução da tarefa e fazemo-lo a partir da sua exploração da tarefa. A professora opta por recorrer a uma representação icónica em que os bolos são representados por formas retangulares e risca as parcelas à medida que são mencionadas no enunciado da tarefa. No final da

discussão, os professores parecem compreender a resolução da tarefa e o que devem concluir no final da discussão da tarefa.

De uma forma geral, os professores mostram-se renitentes em alterar a tarefa que tinham escolhido, mas anuem em explorar uma tarefa nova. Assim, referem-se à importância da escolha da representação icónica que devem utilizar para representar os bolos (formas retangulares ao invés de circulares) e parecem admitir que a generalidade dos seus alunos recorrerá a este tipo de representação para resolver a tarefa. O enunciado da tarefa também é alvo de análise e apesar do grupo sentir que poderão existir dificuldades na sua interpretação, opta por não sugerir alterações. Da mesma forma, os professores parecem sentir-se desconfortáveis com o facto de a tarefa não ter uma solução linear, mas optam igualmente por não fazer mudanças.

Turmas da Carla e da Sónia – Dinamização feita por Sandra

Introdução da tarefa

À semelhança do que fizeram noutras sessões, Carla e Sónia decidem explorar a tarefa conjuntamente. Desta vez, a tarefa é dinamizada por Sandra que começa por ler o enunciado e pede a um aluno que continue, para depois discutir a tarefa com a turma.

Sandra: Então vamos lá... Primeiro... O que é que nos diz o exercício?

Fernando... O que é que fez a Inês? Olha.. Sem ler! O que é que tu te lembras sobre a Inês?

Fernando: Comeu um bolo...

Sandra: Só um bolo?

Fernando: Não! Um bolo, uma torta de laranja...

Sandra: Um bolo de laranja, uma tarte de cereja e uma torta...

Fernando: de chocolate!

Sandra: Quantos doces é que fez a Inês?

Alunos: Três!

Sandra: Três... Então a Inês fez três doces... A seguir... O que é que ela fez aos doces?

Alunos: Cortou em pedaços! Em dez!

Sandra: . . . Cortou cada um em dez fatias! Todos os meninos comeram o mesmo?

Alunos: Não!

Sandra: Não... Então vamos lá... Tentar descobrir ... Qual foi o doce mais comido...

Carlos: Professora como é que eu desenho uma torta?

Sandra: Olha... Como tu quiseres!

Sandra inicia a introdução da tarefa desafiando os alunos para a interpretação do enunciado da tarefa, através de uma pergunta de confirmação aberta (“O que é que nos diz o exercício?”). Perante a resposta de Fernando, Sandra altera as suas ações, dando sugestões para salientar a interpretação do enunciado da tarefa, através de perguntas de confirmação fechadas (“O que é que fez a Inês?”, “Quantos doces é que fez a Inês?”), focando-se nos elementos que considera essenciais (número de doces, número de fatias, facto de cada criança comer bolos diferentes). No final da sua intervenção, ao ser interpelada por um dos alunos relativamente à forma como deve representar a torta, a professora promove a escolha livre de representações (“Como tu quiseres!”).

Trabalho autónomo dos alunos

Sandra observa o trabalho dos alunos questionando-os relativamente à solução e às representações apresentadas. Uma das alunas, interpela Sandra e tenta responder oralmente ao problema.

Sandra: Como é que está a tentar dar a resposta se ainda não resolveu no caderno? Quantas fatias de bolo de laranja? Quantas fatias de tarte de cereja? Quantas fatias de torta é que foram comidas? (para a turma) Vocês conseguem só olhar para o problema e descobrir logo qual foi o doce mais comido? Temos de ver qual foi o doce em que mais fatias foram comidas! E então vá... Qual foi o doce mais comido? Têm que me dar mais que [apenas] a resposta...

Sandra aproveita a intervenção da aluna para conduzir a turma à conversão das representações mentais dos alunos em representações escritas, dar sugestões para salientar a interpretação do enunciado da tarefa e para sugerir implicitamente uma forma de resolver a tarefa, questionando os alunos através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantas fatias de a, b e c?”, “Temos de ver qual foi o doce em que mais fatias foram comidas!”). Entretanto, uma das alunas, Leonor, mostra à professora a representação pictórica que está a utilizar e Sandra questiona-a:

Sandra: E agora?

Leonor: Agora... Vou acabar [de desenhar os bolos]... (começa a dividir a representação retangular (representativo do bolo de laranja) em dez partes (enquanto as conta - Figura 65)



Figura 65 – Representação pictórica de Leonor.

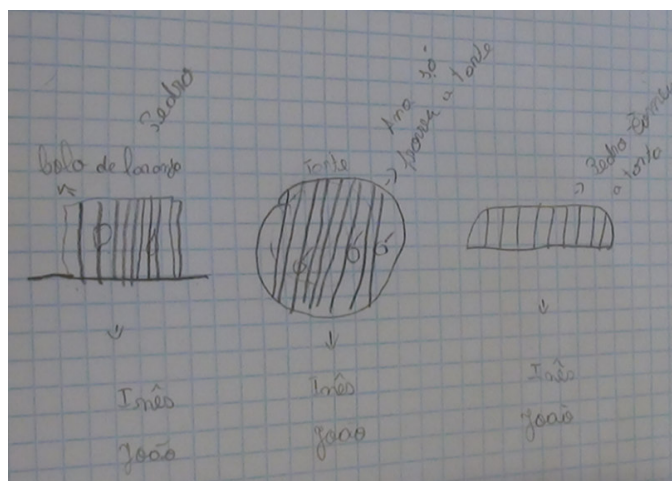


Figura 66 – Representação icónica de Leonor (esquema com representações pictóricas e verbais).

Sandra: E agora?

Leonor: A Inês comeu... Uma fatia de cada doce... Agora... Vou fazer a Inês... O doce que ela comeu... Ela comeu uma fatia de cada doce... (silêncio enquanto escreve o nome de “Inês” por baixo de cada doce – Figura 66) e o João também! (acrescenta o nome “João” por baixo de “Inês”) E a Ana... Só provou... (escreve “Ana provou tarte junto à representação da tarte – representação com a forma circular”)... Só a tarte... (silêncio) O Pedro... Ele comeu... (escreve “Pedro comeu” junto à representação da torta)... A torta! Ele só comeu a torta! E o... E o bolo de laranja! E agora...

Numa primeira fase, Sandra desafia a aluna para a utilização da representação que escolheu questionando-a através de uma pergunta de inquirição (“E agora?”). Desta forma, pretende que a aluna explique o seu raciocínio e a representação que escolheu à medida que a aluna resolve a tarefa. Assim, Leonor consegue explicar a representação escolhida, o que representa e a forma como representa cada fatia consumida.

Sandra: ... Qual foi o mais comido?

Leonor: (silêncio) Huumm... Foi este? (aponta para a tarte) Hummm...

Não! Este não! Porque... (silêncio prolongado)

Sandra: Quantas fatias se comeram de cada bolo?

Leonor: Um! E da tarte também comeram um e da torta um...

Sandra: Diz-me lá quantas fatias?

Leonor: A Inês comeu uma fatia e o João também comeu uma...
 Sandra: E o Pedro? O Pedro não?
 Leonor: E o Pedro... Sim...
 Sandra: Então quantas fatias comeram ao todo?
 Leonor: Três...
 Sandra: E na torta de chocolate?
 Leonor: Três também! E na tarte... Também três!
 Sandra: Então... Houve algum que foi mais comido?
 Leonor: Não...

Numa segunda fase, Sandra pede à aluna que interprete a representação pictórica utilizada, questionando-a através de uma pergunta de confirmação aberta (“Qual foi o mais comido?”). Como Leonor parece não conseguir interpretar a representação que criou, a professora altera as suas ações, dando-lhe sugestões para salientar a interpretação da representação escolhida, através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantas fatias?”, “E o Pedro?”, “Houve algum mais comido?”). Depois de Leonor perceber que não houve um doce mais consumido que os restantes, Sandra volta a questionar a aluna:

Sandra: Então... Que parte sobrou de cada doce? (silêncio) Se comeste três fatias... Quanto é que sobrou?
 Leonor: Sobrou sete!
 Sandra: Então e sete... Que parte é da unidade? Tens uma unidade dividida em dez... Sim? Cada bocadinho como é que se chama?
 Leonor: Fatia?
 Sandra: Sim, são fatias... Mas em matemática...
 Leonor: As décimas...
 Sandra: Então... Quantas décimas sobraram? Em cada bolo?
 Leonor: Sete!
 Sandra: Então vá... Responde isso! (aluna escreve resposta) Então agora diz assim na 3.2... (lê o enunciado)
 Leonor: No total... 9! . . . Nove décimas!
 Sandra: Porque é que equivale a nove décimas?
 Leonor (enquanto aponta para o registo que fez – Figura 66): Porque três [décimas], mais três [décimas], mais três [décimas] é igual a nove [décimas]!

Sandra conduz a aluna à identificação da conversão da representação pictórica numa representação simbólica (numeral decimal). Assim, questiona a aluna através de perguntas de confirmação fechadas (“Que parte sobrou de cada doce?”, “Que parte é da unidade?”). A partir do questionamento de Sandra, na terceira parte da tarefa, Leonor mostra que compreendeu a conexão estabelecida entre a representação simbólica e a

representação que utilizou, transformando a representação pictórica que utilizou, na representação simbólica de numeral decimal (Porque três [décimas], mais três [décimas], mais três [décimas] é igual a nove [décimas]!) Assim, recorrendo à sua representação, Leonor consegue explicar e justificar por que razão foram consumidas nove décimas do total de fatias cortadas.

Discussão coletiva

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra apercebeu-se que as dificuldades dos alunos na resolução da tarefa estavam relacionadas com a representação pictórica (semelhante à representação de Leonor) que a grande maioria dos alunos decidiu utilizar. Assim, na discussão coletiva, Sandra pede a Lígia que apresente a sua representação icónica:

Sandra: A Lígia foi muito mais simples do que vocês! Ela não se preocupou qual era o formato da tarte, qual era o formato do bolo, nem qual era o formato da torta! Ela preocupou-se que tinha uma unidade (Figura 67), um bolo, uma torta e uma tarte... Dividido em quantas partes?

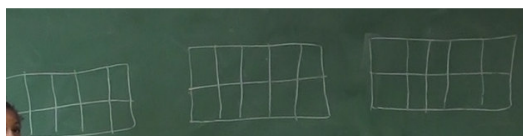


Figura 67 – Representação icónica de Lígia.

Alunos: Dez!

Sandra: Dez! Então interessa aqui se o bolo é redondo, se o bolo é retangular, se o bolo... Que forma é que tem? . . . O que interessa é o quê? . . . As... Fatias! As partes em que o bolo ou a tarte ou a torta foi dividido... . . . Então e a seguir Lígia? O que é que [o enunciado da tarefa] nos diz? . . . A Lígia pegou nos bolos... E dividiu em dez bocados cada um, certo? E a seguir Lígia?

Antes da aluna começar a explicar como resolveu a tarefa, Sandra sente necessidade de sugerir explicitamente que a representação icónica de Lígia é mais adequada (“... Foi muito mais simples”, “Ela não se preocupou qual era o formato . . .”) que a representação pictórica escolhida pela maioria dos alunos (“Então interessa aqui se o bolo é redondo, se o bolo é retangular, se o bolo... Que forma é que tem?”).. Desta forma, a professora questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“O

que interessa é o quê? . . . As... Fatias!”) e só depois pede a Lígia que explique como encontrou a solução da tarefa.

Lígia: [O enunciado da tarefa] Diz que a Inês e o João comeram uma fatia de cada doce (começa a sombrear uma décima parte de cada retângulo)

Sandra: Então, a Inês e o João comeram uma fatia de cada doce... Então a Lígia agora está a pintar a parte que cada um deles comeu... E agora... A Inês e o João comeram uma fatia de cada bolo... Certíssimo até aí! A seguir?

Lígia: A Ana só comeu um bocadinho da tarte... (sombreia uma parcela do terceiro retângulo).

Sandra: A Ana só provou a tarte... Sim...

Lígia: E o Pedro provou tarte de chocolate e bolo de laranja... (sombreia uma parcela do primeiro e do segundo retângulo)

Sandra: E então...? A pergunta era... Depois de todos terem comido... Que é aqueles que ela pintou... A parte que os meninos comeram... Qual foi o doce mais comido? E qual é a tua resposta Lígia?

Lígia: Nenhum foi comido em maior quantidade!

Sandra: Nenhum foi comido em maior quantidade! Todos foram comidos...

Aluno: De igual forma!

Sandra: ... De igual forma! Quantas fatias foram comidas de cada bolo?

Alunos: Três!

À medida que Lígia explica como resolveu a tarefa, Sandra informa os alunos sobre a interpretação da representação utilizada por Lígia. Ao mesmo tempo, desafia a aluna a interpretar a representação que escolheu, através de perguntas de inquirição (“A seguir?”, “E então?”). No final, Sandra conduz à sistematização da informação relevante, questionando os alunos através de uma pergunta de confirmação fechada de forma a averiguar se todos compreenderam a representação apresentada por Lígia (“Quantas fatias foram comidas de cada bolo?”). Depois da explicação de Lígia, Sandra questiona novamente a turma:

Sandra: . . . Então e quantas fatias é que foram comidas em cada bolo?
Contem-me lá! Quantas fatias foram comidas em cada bolo?

Ângelo: No bolo de laranja foram três fatias!

Sandra: Então e em relação ao todo... À unidade...

Alunos: Nove!!

Sandra: Que parte ... A que parte da unidade correspondem essas três fatias?

Vanessa: Três sobre dez!

Sandra: Três sobre dez... Isso é em fração! E em decimal? Três sobre dez? Como é que eu posso ler essa fração em decimal? Três sobre dez! (Escreve $\frac{3}{10}$ no quadro – Figura 68). E de outra maneira? Como é que eu posso?

Alunos: Zero vírgula três!

Sandra: Zero vírgula três... E como é que esse número se lê? Não é zero vírgula três?

Alunos: É três décimas (professora escreve “três décimas” junto das representações anteriores)!

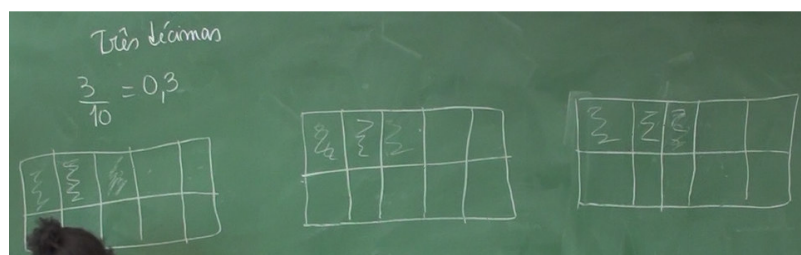


Figura 68 – Representação icônica de Lígia e representação simbólica proposta por Sandra.

Sandra conduz os alunos para a transformação da representação icônica de Lígia na representação simbólica de numeral decimal. Assim, começa por questionar a turma através de perguntas de confirmação fechada (“Quantas fatias foram comidas em cada bolo?”). Sem que Sandra o previsse, uma das alunas recorre à representação simbólica na forma de fração, a partir da qual Sandra desafia os alunos no estabelecimento de conexões entre as diferentes representações, através de perguntas de confirmação abertas (“E de outra maneira?”). Perante o entusiasmo e participação dos alunos, Sandra continua a discussão coletiva:

Sandra: E agora a Leia está aqui muito entusiasmada... Que parte desse bolo sobrou?

Alunos: Sete décimas!

Sandra: Sete décimas! Se comemos três fatias (desenha uma seta junto ao 3 de $\frac{3}{10}$ – Figura 69a) em dez (desenha outra seta junto ao 10 de $\frac{3}{10}$ – Figura 69b)... Comemos três décimas! Se comeram três décimas, sobraram sete décimas!

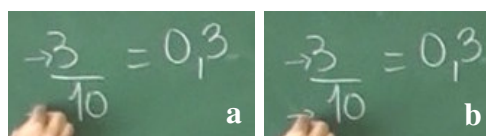


Figura 69 – Representação simbólica utilizada por Sandra.

Com esta discussão, Sandra conduz a turma para o estabelecimento de conexões entre as várias representações (icônica e simbólica na forma de numeral decimal e fração).

Assim, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Que parte desse bolo sobrou?”) e condu-los para que compreendam que todas as representações apresentadas têm o mesmo significado e que existem pontos em comum entre todas as elas (e por isso recorre à representação icónica da seta junto à fração $\frac{3}{10}$).

A utilização das representações simbólicas parece ser o objetivo principal nesta fase da discussão da tarefa, na medida em que a professora acaba por preterir a resolução de uma das alíneas seguintes (apesar dos alunos tentarem responder oralmente: “Nove!”) à sistematização de informação que Sandra considera relevante (diferentes representações simbólicas – 0,3; $\frac{3}{10}$; três décimas).

De uma forma geral, as ações de Sandra são muito diversificadas durante a realização desta tarefa.

Assim, na introdução da tarefa, Sandra começa por desafiar os alunos recorrendo a perguntas de confirmação abertas. Perante as respostas e dificuldades dos alunos, a professora altera as suas ações, dando sugestões através de perguntas de confirmação fechadas. Durante este momento da tarefa, Sandra promove: (i) a escolha livre de representações dando indicações aos alunos para escolherem as representações que considerarem mais adequadas; e (ii) o registo escrito das respostas dos alunos.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra reforça junto da turma a necessidade de registar por escrito as soluções e respostas encontradas, conduz os alunos à conversão de representações e dá sugestões para a interpretação do enunciado da tarefa (através de perguntas de confirmação fechada). Quando os interpela individualmente começa por desafiá-los através de perguntas de inquirição. Face às dificuldades dos alunos, altera as suas ações, pedindo para interpretar ou dando sugestões para salientar a interpretação e utilização de uma representação através de perguntas de confirmação ou conduzindo-os à conversão de representações através de perguntas de confirmação fechada. Através das suas ações, a professora sugere também a transformação da representação pictórica escolhida pela maioria dos alunos na representação simbólica na forma de numeral decimal. O conjunto de ações utilizadas parecem promover a compreensão dos alunos que continuam a trabalhar autonomamente e que, na sua maioria, conseguem resolver corretamente a tarefa. Na discussão coletiva, Sandra solicita a Lígia que apresente à turma a representação icónica que escolheu. Durante a apresentação da aluna, sente necessidade de sugerir este tipo de representação como alternativa adequada à representação pictórica. As ações da professora alteram entre desafiar através de perguntas de inquirição (quando interpela a aluna) e informar a restante turma, da

interpretação e utilização da representação utilizada por Lígia. No final da explicação da aluna, sistematiza a informação de forma a analisar se os alunos compreenderam a solução apresentada pela colega. Na última parte da discussão coletiva, à semelhança do que fez durante o trabalho autónomo dos alunos conduz a turma à transformação da representação icónica de Lígia na representação simbólica na forma de numeral decimal. Perante a resposta inesperada de Vanessa, que vai além do previsto pela professora (ao sugerir a representação simbólica na forma de fração), Sandra retoma as ações de desafiar os alunos através de perguntas de confirmação abertas, conduzindo-os ao estabelecimento de conexões.

Turma de Ricardo – Dinamização feita por Ricardo

Introdução da tarefa

Na sala de Ricardo, o professor é responsável pela dinamização da tarefa enquanto Sandra apoia alguns alunos individualmente.

Ricardo: Jonas... Podes ler? (aluno lê o enunciado da tarefa) . . . Qual foi o doce mais comido?... E que parte sobrou desse doce? Então vamos ver... A Inês fez um bolo de laranja, uma tarte de cereja e uma torta de chocolate para o lanche... Está? Isto foi o que a Inês fez... Fez estas três coisas... Cada doce foi cortado em dez fatias. Cada um destes foi cortado em dez fatias! A Inês e o João comeram uma fatia de cada doce. A Ana só provou a tarte. E o Pedro comeu torta de chocolate e bolo de laranja. Qual foi o doce mais comido e que parte sobrou desse doce...?

Alunos: São dois! São três! São dois! São três!

Ricardo: São três mais comidos?! Havia três doces! Qual desses foi o mais comido?

Sérgio: Foi o dois! Foi a torta de chocolate!

Ricardo: Eu não quero que me digam assim: “Foi o dois! Foi o três!” Não quero saber nada disso! Eu quero que vocês façam a resposta no caderno e descubram!

João: Professor posso fazer com uma cruz?

Leonardo: Professor posso fazer um esquema?

Ricardo: Podes fazer um esquema! Podes e deves!

Depois de pedir a Jonas que leia o enunciado da tarefa, Ricardo relê a tarefa, e informa os alunos relativamente aos aspetos que considera relevantes para a resolução da tarefa (número de doces, número de fatias, sistematização do que cada criança comeu). Após a sistematização, perante a tentativa dos alunos para responder oralmente, Ricardo

questiona-os através de perguntas de confirmação fechadas (“São três mais comidos?”). No final da introdução da tarefa, conduz à conversão das representações mentais dos alunos a representações escritas e sugere a escolha de representações icónicas (esquemas) para a resolução desta tarefa.

Trabalho autónomo dos alunos

Após a introdução da tarefa, os alunos trabalham autonomamente.



Figura 70 – Representação icónica de Diana.

Ricardo (olha para a representação de Diana – Figura 70): Então e agora o que é que vais fazer?

Diana: Agora vou tirar a metade... Aaaaa... Vou pintar a parte que a Inês e o João comeram... Comeram uma fatia de cada coisa... (pinta uma parcela na representação circular)

Ricardo: Isso foi a Inês ou o João?

Diana: Esta foi a Inês... Agora vou fazer o do João (pinta uma parcela em cada bolo)!

Ricardo: E agora?

Diana: Agora... Vou... Pintar... A Ana comeu a tarte de chocolate... (pinta uma parcela da representação do meio)

Ricardo: Qual é a tarte de chocolate?

Diana: É esta... (silêncio prolongado de 20s)

Ricardo: E o Pedro comeu o quê? (silêncio prolongado 7 segundos)

Diana: A tarte de chocolate também!

Ricardo: E o bolo, não foi? Então vá... (aluna pinta uma parcela)

Ricardo começa por desafiar a aluna a utilizar a representação que escolheu, através de uma pergunta de inquirição (“Então e agora o que é que vais fazer?”). À medida que a aluna explica como está a resolver a tarefa, Ricardo alterna as suas ações entre desafia-la para utilizar a representação questionando-a através de perguntas de inquirição (“E agora?”) e pedir-lhe que explique como utiliza a representação que escolheu questionando-a através de perguntas de confirmação fechadas (“Isso foi a Inês ou o

João?") e de perguntas de focalização retórica ("E o bolo, não foi?"). Após esta intervenção, Ricardo decide deixar Diana a trabalhar autonomamente e questiona Joaquina:

bolo de laranja	Inês	João	Pedro		7
torta de chocolate	Inês	João	Pedro	Ana	6
torta de cereja	Inês	João	Ana		1

R: e disse mais cometa foi de torta de chocolate

Figura 71 – Representação icónica de Joaquina.

Ricardo: Explica-me lá...

Joaquina: Eu fiz assim (Figura 71)... No bolo de laranja foi a Inês, o João e o Pedro que comeram. Na torta de chocolate foi a Ana, o João, o Pedro e a Inês que comeram...

Ricardo: O Pedro não comeu torta? Onde é que diz isso?

Joaquina: O Pedro comeu torta de chocolate e de cereja e de laranja... (aponta para o enunciado) . . .

Ricardo: E a Ana? A Ana não comeu torta? (silêncio) Pois não? (silêncio) Só comeu torta... (silêncio) Puseste aqui a Ana, mas a Ana não comeu torta de chocolate. Pois não?

Ricardo desafia Joaquina a interpretar a representação que escolheu, através de uma pergunta de inquirição ("Explica-me lá..."). Perante a explicação da representação da aluna, Ricardo apercebe-se que Joaquina contabilizou uma fatia a mais (referindo que Ana comeu torta de chocolate) e dá sugestões à aluna para salientar esse facto, questionando-a através de perguntas de confirmação fechadas ("O Pedro não comeu torta?"). À medida que a aluna é questionada, parece sentir mais dificuldade em interpretar a representação icónica que escolheu. Dessa forma, Ricardo informa Joaquina sobre a contabilização que fez a mais, questionando-a através de uma pergunta de focalização retórica ("Puseste aqui a Ana, mas a Ana não comeu torta de chocolate. Pois não?").

Em seguida, Mauro tenta resolver a tarefa sem o recurso a representações escritas no seu caderno e pede a atenção de Ricardo:

Mauro: Se aqui a Inês e o João comeram uma fatia... De cada doce... Então em cada doce comeram nove fatias!

Ricardo: Nove?... Hum... Cada doce tinha quantas fatias?

Mauro: Dez!

Ricardo: Cada doce tinha dez fatias... A Inês comeu... E houve mais alguém que comeu? Ou só comeu a Inês?

Mauro: E o João... E...

Ricardo: A Inês e o João... Então... Quantas fatias foram comidas?

Mauro: Duas...

Ricardo: Então ficaram nove? (silêncio) Ficaram quantas?

Mauro: Oito...

Ricardo: Oito! Exatamente! Então vá! Continua lá o teu raciocínio!

Mauro: Ficaram oitoooo... (silêncio)

Ricardo: Ficaram oito de cada... Mas depois houve mais amigos que também comeram, não foi? . . .

Mauro: Sete? . . . O Pedro comeu a torta de chocolate! E o bolo de laranja? . . . O bolo de chocolate ficou... Seis?

Ricardo: Oh Mauro! Tu estás a fazer isto tudo de cabeça!! Escreve lá isso tudo num caderno, para eu ver isso feito e para não te enganares! Senão esqueces-te de quem é que já comeu o quê! Está?

Inicialmente, Ricardo não se apercebe que Mauro não registou o seu raciocínio no caderno e pede-lhe que explique como resolveu a tarefa, questionando-o através de perguntas de confirmação aberta (“E houve mais alguém que comeu? Ou só comeu a Inês?”) perguntas de confirmação fechada (“Ficaram quantas?”) e perguntas de confirmação retórica (“Mas depois houve mais amigos que também comeram, não foi?”). Através das respostas do aluno, nota que Mauro está a tentar resolver a tarefa oralmente. Assim, sugere-lhe que registre o seu raciocínio no caderno, deixa-o trabalhar autonomamente e dirige-se a Inês:

Ricardo: Como é que tu fizeste para chegares a este valor? . . . Dizes aqui que: “O doce mais vendido foi o bolo de laranja e a torta de chocolate e sobrou desses doces a nona parte”... Porquê?

Inês: Porque o João comeu a décima parte e ficou menos um!

Ricardo: Então e foi só esse menino que comeu?

Inês: Aaaah... A Ana também...?

Ricardo: A Ana também... Eu preciso que tu faças! Olha... Faz aqui uma tarte, aqui a torta e aqui a outra torta! Fazes os três, está bem? E partes cada um em dez bocadinhos e vais ver quem é que comeu o quê! E no final dizes-me outra vez a resposta, está?

No seu caderno, Inês escreveu somente a resposta à tarefa proposta e Ricardo desafia-a a utilizar uma representação de forma a justificar a sua resposta, questionando-a através de uma pergunta de inquirição (“Porquê?”) e pede-lhe que explique o seu raciocínio, questionando-a através de perguntas de confirmação aberta (“Então e foi só esse menino que comeu?”). Tendo em conta que Inês começa a mostrar-se confusa, Ricardo sugere-lhe explicitamente a utilização de uma representação icónica ou pictórica e informa-a sobre o modo como a deve utilizar, questionando-a com perguntas de focalização retórica (“Fazes os três, está bem?”).

Discussão coletiva

Face às dificuldades que a turma apresenta na resolução da tarefa, Ricardo decide interromper o trabalho autónomo dos alunos e resolver a tarefa coletivamente. Para isso, reproduz a representação icónica de Jonas e pede-lhe que explique o que fez.

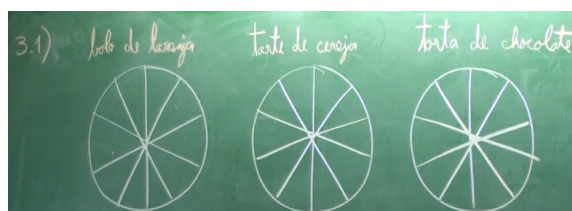


Figura 72 – Representação icónica de Jonas e reproduzida no quadro por Ricardo.

Ricardo: Jonas... Queres vir resolver? Anda lá...

Ricardo: Prestem um bocadinho de atenção à maneira como o Jonas resolveu o exercício... O Jonas fez... Os três doces... Está? Neste caso fui eu que fiz só para ser mais rápido (Figura 72)... Para ajudar o Jonas... Ele fez no caderno dele os três doces e partiu cada doce em dez fatias... Foi o que fez a Inês, não foi? A Inês fez três doces... Cada um cortou-o em três fatias... Jonas... Continua lá...

Jonas: A Inês e o João comeram uma fatia cada um... Depois eu tirei duas fatias a cada doce (Figura 73)...

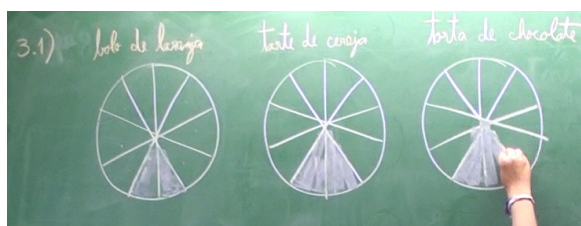


Figura 73 – Representação icónica de Jonas (2.ª parte).

Ricardo: Então tira lá... O Jonas está a dizer que a Inês e o João comeram uma fatia de cada doce... Então ele vai tirar uma fatia em cada [doce] da

Inês e uma fatia em cada [doce] do João, não é? A Inês e o João comeram uma fatia cada um em cada doce...

Jonas: Depois... A Ana só comeu a tarte... E eu fiz isso na tarte (sombreia uma parcela no segundo círculo)... O Pedro comeu a torta de chocolate... E o bolo de laranja...

Ricardo: ... Então... A Ana só provou a tarte e tiraste mais uma fatia da tarte... E a seguir?... (enquanto o aluno sombreia a representação do bolo de chocolate – Figura 74) O Pedro comeu o bolo de chocolate... E comeu mais o quê o Pedro?

Jonas: O bolo de laranja!



Figura 74 – Representação icônica de Jonas (3.ª parte).

Ricardo informa a turma sobre a interpretação da representação utilizada por Jonas (representação utilizada pelo aluno, número de fatias, número de doces). Paralelamente, o professor parece tentar assegurar-se de que a turma compreende os conceitos chave do enunciado da tarefa... De seguida, desafia o Jonas a explicar como resolveu a tarefa e a interpretar a representação que utilizou (“Continua lá...”). Apesar de o aluno não revelar dificuldades em fazê-lo, Ricardo sente necessidade de continuar a informar a turma sobre a interpretação da representação utilizada e sobre cada passo na resolução da tarefa. Para isso, questiona o aluno, alternando perguntas de focalização retórica (“Então ele vai tirar uma fatia em cada [doce] da Inês e uma fatia em cada [doce] do João, não é?”) e perguntas de inquirição (“E a seguir?”), e de confirmação fechadas (“E comeu o quê o Pedro?”). Quando Jonas termina a resolução da tarefa, Ricardo questiona-o:

Ricardo: Então qual destes é que foi o doce mais comido?

João: Nenhum...

Ricardo: Nenhum?

Aluno: Nos três comeram o mesmo...

Ricardo: Os três foram comidos de igual modo... Não foi? Cada um foi comido... Três fatias! Então, essas três fatias... Se foram comidas três fatias... Que parte é que sobrou desse doce?

Ricardo dá sugestões a Jonas para salientar a utilização e interpretação da representação, questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta (“Então qual deste é que foi o doce mais comido?”) Perante a resposta resumida do aluno

(“Nenhum... Nos três comeram o mesmo...”), Ricardo opta por informar os alunos sobre a interpretação da representação utilizada, questionando-os com uma pergunta de confirmação fechada a que a turma responde sem dificuldade. A discussão prossegue:

Neuza: Sete décimas!

Ricardo: Neuza... Essas sete fatias são que parte do doce?

Neuza: Sete décimas...

Ricardo: Porquê sete décimas?

Neuza: Porque estava dividido em dez partes...

Ricardo: Porque cada bolo está dividido em dez partes! Então... Se cada bolo está dividido em dez partes... Cada parte é uma...

Alunos: Décima!

Ricardo: Décima! E quantas partes sobraram?

Alunos: Sete!

Ricardo: Sete! Sete décimas! Certo? Portanto toda a gente percebe isto, não percebe? Então em cada doce... Já vimos que foram todos comidos de maneira igual... Cada um foi comido três décimas... E cada um sobrou sete décimas... Sim?

Face à resposta inesperada de Neuza (“Sete décimas...”), o professor desafia a turma a transformar a representação icónica do número de fatias de cada bolo numa representação simbólica decimal. Assim, através de uma pergunta de confirmação aberta, Ricardo tenta evidenciar o número de décimas relativas a uma unidade (“Porquê sete décimas?”). Neuza responde ao desafio do professor sem dificuldades, o que faz com que Ricardo assuma que a transformação da representação icónica dos bolos para a representação simbólica decimal foi compreendida pela turma. Desta forma, o professor opta por informar a turma relativamente aos aspetos mais relevantes, questionando os alunos através de perguntas de focalização retóricas.

De uma forma geral, à semelhança do que acontece com Sandra, as ações e o tipo de questionamento utilizados por Ricardo variam muito no decurso da realização da tarefa. Assim, na introdução da tarefa, o professor informa os alunos relativamente aos aspetos que considera mais relevantes, questionando-os através de perguntas de confirmação fechadas. Durante a sua intervenção, o professor conduz à conversão das representações mentais às representações escritas (reforçando a importância de registar por escrito as representações e a solução encontrada) e sugere explicitamente que os alunos recorram a esquemas para resolver a tarefa.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, a turma revela inúmeras dificuldades em encontrar representações adequadas e em interpretar as representações que, entretanto,

escolheram para resolver a tarefa. Na sua primeira abordagem a um aluno, Ricardo começa usualmente com ações de desafiar, variando o desafio consoante a fase de resolução em que este se encontra. Assim, quando interpela um aluno que está a iniciar a resolução da tarefa, Ricardo desafia-o a utilizar a representação escolhida. Por outro lado, quando o aluno já terminou a resolução da tarefa, Ricardo desafia-o a interpretar a representação escolhida e por vezes termina a sua intervenção dando sugestões de interpretação e informando os alunos. Nas duas situações, o questionamento do professor é idêntico, inicialmente com recurso a perguntas de inquirição e no final da intervenção (independentemente de existirem ou não dificuldades por parte do aluno em usar ou interpretar a representação escolhida) o questionamento é maioritariamente através de perguntas de confirmação fechadas ou de focalização retórica.

Face às dificuldades dos alunos durante o estudo autónomo, Ricardo opta por resolver a tarefa em grande grupo, durante a discussão coletiva. Numa primeira fase, desafia Jonas a apresentar e a interpretar a representação escolhida e, ao mesmo tempo, informa a turma sobre a interpretação da representação utilizada pelo aluno. Numa segunda fase opta por dar sugestões de interpretação a Jonas, através de perguntas de confirmação abertas e ao mesmo tempo, continua a informar a turma sobre a interpretação da representação escolhida por Jonas, através de perguntas de focalização retórica.

Depois da apresentação de Jonas, Ricardo informa a turma sobre os aspetos mais relevantes e sobre a adequação das representações utilizadas, questionando os alunos através de uma pergunta de confirmação fechada. Nesse momento, em que é surpreendido pela resposta de Neuza que vai além do que esperava, o professor altera as suas ações e desafia os alunos à transformação da representação icónica para a representação simbólica, questionando-os através de perguntas de confirmação abertas. No final da discussão coletiva, informa novamente os alunos sobre os aspetos mais relevantes da resolução da tarefa, questionando-os através de perguntas de focalização retórica.

Reflexão pós aula

Durante a reflexão pós aula (planificação – Anexo 20), estiveram presentes, Sandra, Sónia e Carla. As professoras refletem sobre o facto de a maioria dos alunos ter utilizado uma representação pictórica:

Sónia: . . . Visualmente é mais fácil fazeres assim! Em termos de raciocínio e tudo! . . . Imagina o bolo com dez fatias... Para um miúdo

de 1.º ano... Se tu tiveres as dez fatias, o bolo dividido é mais fácil de ver do que ele te dizer cinco do nada...

Relativamente a esta tarefa, Sónia considera que as representações pictóricas ou icónicas são importantes na visualização das condições do problema, na definição de uma estratégia e na interpretação das representações. No entanto, também as considera mais adequadas para alunos de 1.º ano de escolaridade, subentendendo-se que para esta professora, não seria expectável que alunos de 3.º ano recorressem a este tipo de representações. Em seguida, o grupo analisa algumas representações anonimizadas (instrumento de trabalho – Anexo 21). Assim, inicialmente analisam as representações de alunos (Figura 75):

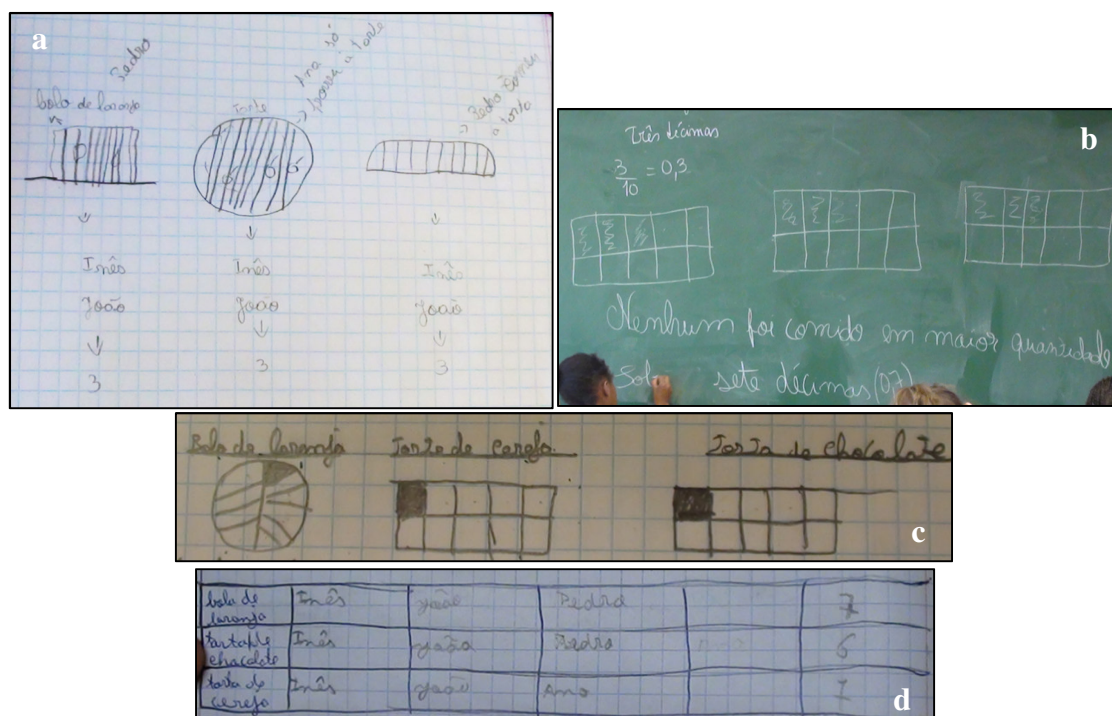


Figura 75 – Representações dos alunos analisados na sessão de reflexão pós aula.

Sónia: Na primeira representação (refere-se à representação a) ele fez o bolo e dividiu pelos miúdos... Certo? Quanto é que cada um comeu...

Mas acho que se acaba por tornar um bocado confuso...

Investigadora: Porquê?

Sónia: Tem estes riscos...

Sandra: Porque para eles o bolo tem uma forma... Diferente da tarte e da torta...

Investigadora (para Sónia): Achas que a divisão [em dez partes iguais] não está correta...

Sónia: Hum, hum (concordando)! A segunda (representação b) é algo mais organizado... Aqui não é tanto os bolos...

Sandra: Exato! Aqui é a unidade! A unidade dividida em não sei quantas partes...

Sónia: Exatamente! É aquilo que nós trabalhamos!

Sandra: É que o problema é que este aluno (representação a) aqui vê o bolo como uma coisa, como um bolo! Depois vê a tarte como uma coisita redonda e a torta como ...

Sónia (interrompe): Por exemplo, na última representação... O que ele fez foi organizar também... [Mas] Em tabela, não é? Organizou em tabela o que cada um deles comia!

O grupo considera que, nesta tarefa, a representação pictórica dos bolos se revelou desadequada. Na prática, ao representar em pormenor o formato real de cada bolo, os alunos tiveram depois dificuldade em dividir as unidades equitativamente. Assim, os professores referem que nesta tarefa seria mais adequada uma representação icónica (esquemas ou representações retangulares das unidades) em que os alunos olham mais abstratamente para a unidade e vêem cada bolo como um todo. Ao observarem as representações icónicas dos alunos e a forma como dividiram uma unidade em dez partes iguais, os professores revêm nas representações dos alunos, as suas próprias representações, o que parece deixá-las satisfeitas.

Investigadora: . . . Das representações que têm aqui . . . Se tivessem que as colocar por ordem como fariam?

Sandra: [De todas as representações] Eu primeiro ia escolher a b)

Investigadora: Porquê?

Sandra: Porque é a unidade dividida em dez partes... E é o que me parece... É a unidade independentemente de ser o bolo, a tarte ou a torta... É a mesma!

Carla: Exatamente!

Sandra: Depois a c)... Porque se aproxima...

Carla: Aproxima-se ligeiramente da b)

Investigadora: E qual é o problema da a)?

Sónia: É as divisões não estarem corretas! E isso pode induzi-los em erro!!

. . .

Carla: Olha vou-te dar aqui um exemplo do redondo... A fatia... A primeira fatia não tem a mesma... Mesma dimensão da segunda, nem da terceira! Enquanto na.. Na torta... Já parecem as fatias todas mais ou menos do mesmo tamanho...

Ao comparar as quatro representações dos alunos, os professores manifestam a sua primazia relativamente à representação icónica da unidade em detrimento da representação pictórica, em que a divisão da unidade é mais imprecisa. A representação

icónica em forma de tabela parece ser desvalorizada, talvez por ser a que mais difere das representações que os professores utilizariam para resolver esta tarefa, acabando por ser uma representação à qual atribuem menor relevância. Em seguida, Sónia reflete um pouco sobre a resposta da aluna na representação b): “Nenhum foi comido em maior quantidade. Sobram sete décimas”.

Sónia: Não sobram [sete décimas]! . . . Sim, sim [em cada bolo]... Só que foram comidos três [bolos]... Porque tu aqui colocas logo três décimas... Ou seja... Aqui ela... Se tu introduzes logo três décimas... Ela aqui sabe que vão ser sete décimas! Se não tivesse isso, provavelmente ela não saberia dizer... Digo eu, não sei... É uma suposição...

Sónia refere que a resposta da aluna é confusa e pode gerar dificuldades para outros alunos. Nesse sentido, considera que seria importante que o professor conduzisse os alunos para a conversão de “fatias” em “décimas”, logo no início da resolução da tarefa.

Em seguida, questiono o grupo relativamente à escolha de pedir ao aluno com a representação b) para mostrar a sua solução aos colegas durante a discussão coletiva:

Sónia: É porque é a mais... Visualmente é a mais fácil de explorar... E se calhar... Leva os alunos a compreendê-la com mais facilidade... Até porque quando nós trabalhamos as décimas...

Carla: É assim!

Sónia: E a terça parte, a quarta parte... Trabalhamos muito assim!

Carla: Aliás... Se olhares para o quadro [agora]... Vês que há uma representação sempre assim (no quadro da sala onde decorre a sessão há vestígios de representações idênticas à representação b))...

Sónia considera que a representação escolhida é a que potencia maior compreensão por parte de todos os alunos, permitindo à turma resolver a tarefa com maior facilidade. Para além disso, os professores estabelecem um paralelismo entre as representações que utilizam na sala de aula e as representações utilizadas pelos alunos nesta tarefa. Na sua perspetiva, tendo em conta que as representações de numerais decimais foram exploradas anteriormente e que as representações icónicas são utilizadas frequentemente pelos professores, faz sentido que os alunos recorram também aos dois tipos de representações.

Questiono o grupo relativamente à representação d) que tem estado afastada do foco de discussão e os professores refletem um pouco, tentando perceber o raciocínio subjacente a esta representação.

Sónia: . . . O d) [é o mais abstrato]!

Carla: Sim!

Investigadora: Porquê?

Carla: Porque eu não percebo o d)! (silêncio prolongado 10 s)

Sónia: Ele não precisou de representar...

Carla: Não precisou fazer a representação...

Sónia: Ele organizou os dados só na tabela, certo? . . . Depois foi organizando os dados e foi fazendo a contagem... . . . Ele enganou-se num dos cálculos... Mas está correto... Porque por exemplo... Ele tem o bolo de laranja. “Quem é que comeu bolo de laranja?” E depois vai representar! Depois chocolate e depois de cereja!

Sandra: E depois contou o número de fatias de cada bolo!

Carla: Exatamente!

Investigadora: Mas retirou a que valor?

Carla: Ao dez! À unidade! À unidade não... Às...

Sónia: Às décimas!

Sandra: Ele contou as fatias... Portanto cada fatia já era... O sete já são sete fatias [que sobram]!

Sónia: Só que depois para passar para o papel... Se lhe dizes em termos de décimas corres o risco de ele te dizer [apenas] sete...

Os professores analisam a representação do aluno de forma a interpretar o raciocínio subjacente. Na sua perspetiva, esta representação revela um raciocínio mais abstrato em que a criança não sentiu necessidade de desenhar individualmente cada bolo, preferindo organizar os dados num esquema em forma de tabela. Apesar de o raciocínio estar correto, Sónia considera arriscado o aluno ter registado o resultado em “fatias” o que, na sua opinião, pode dificultar no estabelecimento de conexões e na conversão de “fatias” em “décimas”.

No final da sessão de reflexão pós aula, Sónia comenta o facto de existirem diferentes tipos de representações na resolução de uma tarefa:

Eu acho que é importante existirem estas diferentes representações... Para nós fazermos o balanço do trabalho deles e do nosso...

Sónia considera como positiva a variedade de representações durante a resolução de uma tarefa na medida em que lhe permite avaliar (i) a aprendizagem dos alunos, a sua compreensão e raciocínio (“balanço do trabalho deles”) e ao mesmo tempo, (ii) o seu trabalho como professora, ao observar as representações anteriormente propostas por si, reproduzidas adequadamente pelos alunos em novas tarefas.

De uma forma geral, a discussão sobre a adequação das representações nesta tarefa torna-se o foco central. O grupo considera que apesar de válidas e por vezes úteis (maioritariamente no 1.º ano de escolaridade), as representações pictóricas podem surgir como um obstáculo na resolução desta tarefa e identificam as dificuldades acrescidas que os alunos que utilizaram este tipo de representação podem ter sentido. É notório que privilegiam as representações icónicas, em especial aquelas que partem de representações que os próprios professores já utilizaram em sala de aula. À semelhança do que acontece noutras sessões, quando observam uma representação de um aluno, os professores tentam compreender o raciocínio inerente à representação escolhida bem como as dificuldades que poderá ter sentido. No final, Sónia refere que as representações podem servir como uma forma de avaliar a aprendizagem e compreensão dos alunos

É curioso perceber que nesta sessão, os professores refletem sobre as representações e sobre as ações dos professores de forma abstrata, como se os dados analisados não tivessem sido produzidos enquanto exploravam as tarefas com os seus alunos.

8.2. Momento de trabalho nº 8 – Tarefa “As moedas”

Sessão de preparação da aula

Na sessão de preparação da aula (planificação – Anexo 22), os professores referem-se às dificuldades que sentem ao trabalhar as representações dos numerais decimais.

Ricardo: Ontem passei o dia inteiro... Literalmente! O dia inteiro desde as nove até três... Só a fazer retas numéricas e eles a assinalarem na reta numérica onde está o 2,4 e o 2,14... E onde está não sei o quê...

Carla: E na minha [turma] ainda hoje estive a trabalhar isso porque . . . o que notei em dois alunos foi: “Escreve numericamente duas décimas e

ela escreve-me dois metros ou 0,2 dm” E eu estive-lhes a dizer que uma coisa são medidas de comprimento e outra coisa é isto...

Os professores referem que sentem muitas dificuldades por parte dos alunos na compreensão das representações utilizando numerais decimais. No entanto, enquanto Ricardo recorre ao uso de outras representações para promover a compreensão dos alunos, Carla indica o recurso a ações de informar para o mesmo efeito. Quando lhes proponho algumas tarefas – entre elas a tarefa “As moedas” (capítulo 8.2; Anexo 24) e a tarefa “Pensamento Relacional” proximal (capítulo 8.3; Anexo 25) – para serem exploradas na sala de aula, os professores refletem um pouco sobre o seu grau de dificuldade.

Carla: Qualquer uma destas tarefas... Não é fácil... Mas estamos no final do terceiro ano... Eles têm que começar a pedalar... Porque senão...

Ricardo: Acho que também não é dar-lhes coisas que sabemos que eles não vão resolver...

Sandra: Acho [que é exequível]! Eu acho que... É assim... Mesmo que seja mais difícil, nós exploramos mais...

Os professores consideram que as tarefas propostas terão um grau de exigência elevado, e se por um lado, consideram que com o decurso do ano letivo é importante elevar o nível de dificuldade das tarefas, por outro, referem que as dificuldades causadas nos alunos não devem ser demasiadas. Assim, reconhecem a importância do seu papel na exploração das tarefas propostas. Em seguida, o grupo explora a tarefa das moedas.

Sandra: Essa [tarefa das moedas] vai ser mais simples [que a tarefa do pensamento relacional]...

Carla: Eu acho que eles aí estão muito bem...

Investigadora: Ele pode pagar 1,90 sem receber troco?

Carla: Pode...

Investigadora: E os 2,05?

Professores: Não!

Investigadora: Acham que eles conseguem explicar porquê?

Professores: Ah sim!

Ricardo: Não têm moedas de 5 nem moedas de um!

Investigadora: E eles explicam [a resposta]? . . .

Ricardo: Isso há várias maneiras!

Investigadora.: Quantas? . . . É importante sabermos as formas [de solucionar]...

O grupo considera que nesta tarefa, os alunos não terão dificuldade em interpretar o enunciado da tarefa ou em resolvê-la e referem que existirão várias respostas possíveis (sem as enumerar). Face ao meu pedido para que identifiquem especificamente as respostas possíveis, os professores analisam a tarefa com maior detalhe.

Ricardo: Uma moeda de um euro... Uma moeda de cinquenta... e quatro de dez...

Carla: Não podes fazer muito mais...

Ricardo: Três moedas de cinquenta e quatro de dez... ... hum... Esta não dá... Aaaahhhh... Se calhar não há [mais formas]... Não... Com os de dois [não dá]... Com os de dez só dava se houvesse metade...

Investigadora: E com a moeda de um euro?

Ricardo: Já está! Já está na de cima...

Carla: São duas [formas possíveis de responder]...!!

...

Carla: Aqui 2,05 ele não pode receber... Porque para 2,05 ele tem que receber troco e ele não pode receber ... Mas dois de 5 cêntimos já pode ... Ah... Tem que receber troco... Só há uma...

O grupo resolve a tarefa conjuntamente e em voz alta, de forma breve, de modo a encontrar todas as soluções possíveis. Primeiramente descrevem oralmente as soluções encontradas e registam-nas posteriormente, recorrendo a representações simbólicas. Enquanto o fazem, parecem assumir que os seus alunos não utilizarão outras representações além da representação simbólica na forma de numeral decimal, não prevendo por isso o recurso a outro tipo de representações.

Quando agendamos a exploração das tarefas em sala de aula, os professores revelam algumas preocupações.

Ricardo: Por mim podia ser já amanhã... Hum... Não! Amanhã não! Só para me dar tempo de trabalhar mais algumas coisas com eles! Para eles estarem um bocadinho melhores... Senão podia ser já amanhã... ..

Tal como Ricardo, os professores indicam que querem preparar os alunos para a realização das tarefas que incluam representações de numerais decimais. Além disso, referem também que precisam de algum tempo para refletir e rever as tarefas individualmente, de forma a sentirem-se mais preparados para as explorar na sala de aula.

De uma forma geral, os professores parecem sentir-se angustiados ao trabalhar com as representações de numerais decimais com as suas turmas, referindo inúmeras

vezes as dificuldades de compreensão dos alunos. As suas ações face a este facto variam bastante (por exemplo Ricardo indica recorrer a outras representações, enquanto Carla prefere o recurso a ações de informar, com o intuito de sistematizar a informação que considera mais relevante), mas não parece haver uma reflexão mais aprofundada ou uma avaliação coletiva relativamente às razões que levam às dificuldades dos alunos ou se as ações tomadas pelos professores têm o efeito pretendido.

Face à tarefa proposta, o grupo não prevê qualquer tipo de constrangimentos na sua realização em sala de aula. Assim, identificam com facilidade as duas soluções possíveis e parecem considerar que os alunos recorrerão apenas a representações simbólicas idênticas às que utilizam, desconsiderando o recurso a outro tipo de representações (seja como elemento facilitador na interpretação do enunciado da tarefa, seja nas diferentes soluções dos alunos).

Turmas da Carla– Dinamização feita por Carla

Introdução da tarefa

Carla dinamiza a introdução da tarefa e começa por ler o enunciado da tarefa.

Carla: . . . [O enunciado] diz-me que tem duas moedas de dois cêntimos... Diz-me também que tem cinco moedas de dez cêntimos, seis moedas de cinquenta e uma moeda de um euro... O João pode pagar um euro e noventa sem receber troco? Vamos tentar fazer essa primeira... Pode ou não? Tentem!! E vejam lá as diferentes maneiras!

Após a leitura do enunciado, Carla introduz a tarefa de forma breve e informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes do enunciado da tarefa questionando os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Pode ou não? Tentem!!”). No final da sua intervenção, informa a turma de que existem várias formas de resolver a tarefa.

Trabalho autónomo dos alunos

Durante o segundo momento da tarefa, Carla observa o trabalho dos alunos e intervém quando o considera necessário.

Carla: Ora bem... Tu dizes que para fazer um euro e noventa usas o quê?

Andreia: Uma moeda de um euro, uma moeda de cinquenta e quatro moedas de dez...

Carla: De dez... Isto dá um total de quanto?

Andreia: De um euro e noventa...

Carla: Então ele pode pagar sem receber troco? Ou não? Não escreveste aqui isso!

Andreia: Pode...

Andreia encontrou uma das soluções possíveis e a professora pede-lhe que interprete a representação que utilizou, questionando-a através de perguntas de confirmação fechada (“Isto dá um total de quanto?”). Tendo em conta a facilidade com que a aluna está a resolver a tarefa, Carla deixa-a continuar a trabalhar autonomamente. Da mesma forma, Carmen é outra aluna que encontrou facilmente uma das soluções da tarefa e Carla intervém.

Carmen: Já consegui!

Carla: Então e diz-me uma coisa... É a única forma que tu tens de pagar sem receber troco? (silêncio) Qual era a outra forma que tu arranjavas aí para ele pagar 1,90€ sem receber troco?

Carmen: Aaaaaaa..... Podia usar tambéemmm... Cinquenta mais cinquenta... Que dá um euro!

Carla: Estamos a falar de quantas moedas de cinquenta?

Carmen: Duas...

Carla: Então vá... Põe... “Duas moedas...” (aluno escreve “duas moedas de 50€”) Espera... Estamos a falar de cinquenta euros? O que representaste foram cinquenta euros! (aluno apaga e corrige para 0,50€). Então duas moedas de cinquenta, dá quanto?

Carmen: Dá um euro...

Carla: Mais? Ainda não chegou ao euro e noventa... . . . Então e agora? Quanto é que falta para pagar?

Carmen: Tenho que ver...

Carla: Então vamos lá ver como é que tu chegas ao euro e noventa...

Carla pede à aluna que utilize a representação que usou para encontrar a outra solução para a tarefa. Desta forma, questiona Carmen através de perguntas de confirmação fechada (“Qual era a outra forma que tu arranjavas aí para ele pagar 1,90€ sem receber troco?”). Quando Carmen representa incorretamente cinquenta décimas, Carla invalida a representação da aluna e questiona-a através de uma pergunta de confirmação fechada (“Estamos a falar de cinquenta euros?”), o que faz com que a aluna corrija a representação utilizada. No final, a professora deixa a aluna a trabalhar autonomamente. Entretanto, apercebe-se que outra aluna, Clara, não está a conseguir resolver a tarefa e acompanha-a no seu trabalho:

Carla: Então se eu tenho três moedas de dois cêntimos... Quanto é que me dá?

Clara: Seis... . . .

Carla: Então e aqui? Cinco moedas de dez cêntimos quanto é que me dá?

Clara: Cinquenta... cêntimos...

Carla: Seis moedas de cinquenta... Quanto é que me dá? (silêncio prolongado) Cinquenta cêntimos, mais cinquenta cêntimos?

Clara: Cem...

Carla: E cem cêntimos é igual a quê?

Clara: A um euro... . . .

Carla opta por ajudar a aluna a contabilizar primeiro todo o dinheiro (uma estratégia que está a ser utilizada por muitos alunos para se assegurarem que o valor total das moedas permite que sejam pagos um euro e noventa). Para isso, pede-lhe que interprete a representação do enunciado da tarefa questionando-a através de perguntas de confirmação fechada (“Quanto é que me dá?”) e conduz a aluna no estabelecimento de conexões entre a representação dos cem cêntimos e um euro através de uma pergunta de confirmação aberta (“E cem cêntimos é igual a quê?”).

Carla: Dá-me a mim um euro e noventa deste dinheiro todo que aqui tens!

Carmen: O quê?!?

Carla: Escreve aqui como é que tu me ias dar um euro e noventa... Vais utilizar o quê? (silêncio) Que moedas é que me ias dar para pagar um euro e noventa? (silêncio prolongado) Qual era a primeira moeda que me davas? . . .

Carmen: Um euro!

Carla: Então vá... E a seguir? Ainda faltam noventa cêntimos! O que é que me ias dar? (silêncio prolongado) Qual era a próxima moeda que me davas? (silêncio prolongado) Podias dar-me seis cêntimos?) . . . Se me deres mais duas moedas de cinquenta cêntimos, quanto é que me estás a dar? . . .

Carmen: Cem... É um euro...

Carla: . . . Vou ter que te dar troco, não é? Isto dá-me quanto, no final?

Carmen: Dois euros...

Carla: Então podes dar-me duas moedas de cinquenta? Não! Então podes dar-me quantas?

Carmen: Cinquenta...

Carla: Só me podes dar... Uma moeda de cinquenta cêntimos! . . . Vamos lá pôr... “1+ 0,50” que dá um euro e cinquenta! É ou não é? Então quanto é que eu preciso para chegar aos noventa? . . .

Carmen: Dez cêntimos...

Carla: Quantas vezes?

Carmen: Duas...

Carla: Então vá... Põe ali duas vezes e vê quanto é que isso me dá no total... (aluna faz o algoritmo) ... Já chegámos ao euro e noventa? (aluna responde negativamente) Então vamos lá a acrescentar o que falta! (aluna trabalha autonomamente)

Carla tenta contextualizar o problema de outra forma, simulando que as moedas são para si (“Dá-me a mim um euro e noventa deste dinheiro todo que aqui tens!”). No entanto, para o efeito pretendido, sente-se a necessidade do recurso a representações ativas que a professora não tem ao seu dispor, o que invalida a sua estratégia. Assim, Carla pede a Carmen que utilize as representações do enunciado da tarefa e escolha as moedas que vai utilizar por tentativa-erro, questionando a aluna através de uma pergunta de confirmação aberta (“Qual era a primeira moeda que me davas?”, “Isto dá-me quanto, no final?”) e perguntas de focalização retórica (“Vou ter que te dar troco, não é?”, “É ou não é?”). Entretanto, enquanto a aluna fica a trabalhar autonomamente, Carla questiona Guilherme.

Carla: Guilherme... Como é que chegámos lá? Diz-me lá? (silêncio)
Utilizámos o quê?

Guilherme: Uma conta...

Carla: Sim, mas... E que moedas é que utilizaste?

Guilherme: Quatro de dez, uma de cinquenta e uma de um euro!

Carla: Ok! Mas agora quero que chegues aí de outra forma! Vamos lá a ver se há outra forma!

Guilherme: Eu já tentei...

Carla: Já tentaste? E então?

Guilherme: Não deu!!!

Carla: Não deu? ... Vamos lá! Como é que eu posso representar isto de outra forma? ... Duas moedas de cinquenta, dá-me quanto? ... Duas moedas de cinquenta faz-me um euro, o que é que eu vou precisar mais para chegar ao euro e noventa... Para não receber troco!

Guilherme: Hum... Pode ser mais... Cinco moedas de dez...

Carla: ... Então mas eu não tenho mais moedas de cinquenta cêntimos disponíveis? Das seis, já gastei quantas?

Guilherme: Duas...

Carla: Tenho ou não tenho mais? O que é que vamos pôr? (silêncio) Mais uma de cinquenta! Então e já tenho quanto?

Guilherme: Um euro e cinquenta!

Carla: E vou precisar de quanto para chegar ao euro e noventa?

Guilherme: Quatro moedas de dez...!!

Carla pede a Guilherme para utilizar e interpretar a representação que escolheu, questionando-o através de perguntas de confirmação aberta (“Como é que chegámos lá? Diz-me lá?”). Face à resposta evasiva do aluno, questiona-o de forma mais estruturada, através de uma pergunta de confirmação fechada (“E que moedas é que utilizaste?”). Quando desafia o aluno para utilizar novamente a representação utilizada e descobrir se há outra forma de resolver a tarefa, Guilherme responde negativamente. Assim, Carla altera as suas ações e dá sugestões para salientar a utilização da representação, questionando os alunos com perguntas de confirmação fechada (“Então mas eu não tenho mais moedas de cinquenta cêntimos disponíveis? Das seis, já gastei quantas?” o que o leva a descobrir a segunda resposta possível para esta tarefa.

Discussão coletiva

Ao fim de algum tempo a trabalhar autonomamente, Carla dá início ao momento de discussão coletiva.

Carla: Temos aqui uma tarefa... Em que nos dizia para nós... Se era possível pagar um euro e noventa sem recebermos troco... Vamos cá ver... André! Chegaste lá de quantas maneiras? . . .

André: Fiz de uma maneira!

Carla: Fizeste de uma maneira... E dá para pagar sem receber troco?

André: Sim!

Carla: Dá??? Joaquim?

Joaquim: Duas!

Carla: Chegaste lá de duas maneiras???? Sem receber troco??? E tu Joana?

Joana: Uma!

Carla: Hum... Então todos nós estamos a dizer que consigo pagar um euro e noventa sem receber troco, certo? . . .

Carla começa por conduzir à sistematização de alguma da informação que considera mais relevante na resolução desta tarefa (é possível pagar 1,90€ e há duas formas de o fazer). Para isso, questiona os alunos através de perguntas de confirmação aberta (“Chegaste lá de quantas maneiras?”), de confirmação fechada (“E dá para pagar sem receber troco?”) e perguntas de focalização retórica (“Então todos nós estamos a dizer que consigo pagar um euro e noventa sem receber troco, certo?”). Em seguida, convida Yara para participar na discussão.

Carla: . . . Então... Yara, diz-me lá a primeira forma como tu chegaste...

Yara: Eu usei uma moeda de um euro...

Carla: Temos uma moeda de um euro (escreve no quadro – Figura 76)


$$1 - 1€ = 1€$$

Figura 76 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Yara (1.ª parte).

Yara: Que é igual a um euro... Depois uma moeda de cinquenta... Que é igual a um euro e cinquenta...

Carla (faz um esquema no quadro – Figura 77): Sim... Portanto até aqui tenho um euro e cinquenta...

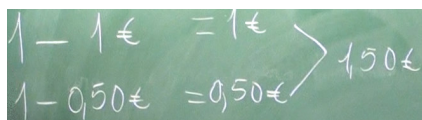

$$\begin{array}{l} 1 - 1€ = 1€ \\ 1 - 0,50€ = 0,50€ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 - 1€ = 1€ \\ 1 - 0,50€ = 0,50€ \end{array}} \right\} 1,50€$$

Figura 77 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Yara (2.ª parte).

Yara: E depois tenho quatro moedas de dez cêntimos. . . Que é igual a noventa cêntimos...

Carla: Não percebi... Quatro moedas de dez cêntimos é igual a quanto?

Yara: Ah! Quarenta!

Carla (continua esquema – Figura 78): É igual a quarenta cêntimos que me vai dar igual a... No total dá-me...(silêncio) Um euro e... (silêncio)

Yara: Noventa!

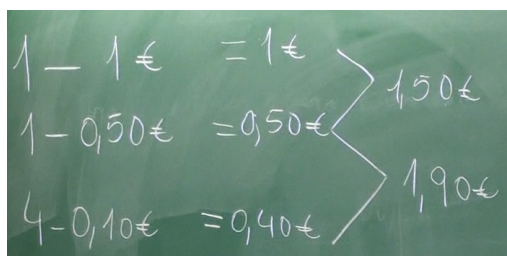

$$\begin{array}{l} 1 - 1€ = 1€ \\ 1 - 0,50€ = 0,50€ \\ 4 - 0,10€ = 0,40€ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 - 1€ = 1€ \\ 1 - 0,50€ = 0,50€ \\ 4 - 0,10€ = 0,40€ \end{array}} \right\} 1,50€$$
$$\left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 - 1€ = 1€ \\ 1 - 0,50€ = 0,50€ \\ 4 - 0,10€ = 0,40€ \end{array}} \right\} 1,90€$$

Figura 78 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Yara (3.ª parte).

Carla: Recebemos troco?

Alunos: Não...

A professora pede a Yara que interprete a representação que utilizou para resolver a tarefa, questionando-a através de uma pergunta de confirmação fechada (“Yara, diz-me lá a primeira forma como tu chegaste...”). Simultaneamente, à medida que a aluna explica a sua resposta, Carla converte a representação verbal da aluna em representação escrita, sugerindo a utilização de uma representação icónica na forma de esquema que regista no quadro.

Carla: . . . Esta é uma das formas que nós temos de pagar um euro e noventa sem receber troco... Eu tenho aqui alguns meninos que me disseram de outras formas... Diz lá, Laura? Como é que tu pagaste?

Laura: Cinquenta cêntimos, mais cinquenta cêntimos, mais cinquenta cêntimos, mais...

Carla: Quantas moedas de cinquenta cêntimos?

Laura: Três...

Carla (começa um esquema no quadro – Figura 79): Três moedas de cinquenta cêntimos... É-me igual a quanto?

The image shows a green chalkboard with handwritten calculations in white chalk. The first line is $3 - 0,50\text{€} = 1,50\text{€}$. The second line is $4 - 0,10\text{€} = 0,40\text{€}$. Below these, there is a horizontal line, and then the sum $1,90\text{€}$ is written.

Figura 79 – Representação icónica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Laura.

Laura: Aaaaa.... (silêncio prolongado) Três euros?

Carla: Mas se me dá três euros, já vou receber troco... (silêncio prolongado)

Laura: Um euro e cinquenta!

Carla: Ah! Três moedas de cinquenta é igual a um euro e cinquenta! E agora?

Laura: Quatro moedas de dez...

Carla (continua esquema- Figura 76): Quatro moedas de dez cêntimos é igual a quanto? A quarenta cêntimos... E aqui vai ser igual a quanto? Há-de ser igual a um euro e noventa! Recebo troco?

Alunos: Não!!

Carla pede a Laura para interpretar a representação que utilizou de forma a aferir se a aluna encontrou a outra solução possível para a resolução da tarefa. Assim, questiona a aluna através de perguntas de confirmação aberta (“Como é que tu pagaste? “E agora?”) e de perguntas de confirmação fechada (“Quantas moedas de cinquenta cêntimos?”, “E aqui vai ser igual a quanto?”). Paralelamente, à semelhança do que tinha feito anteriormente, sugere a utilização de uma representação icónica na forma de esquema, mas, desta vez, inclui a representação simbólica dos algarismos organizados de acordo com o algoritmo da adição. Depois da intervenção dos primeiros dois alunos, alguns colegas mostram vontade em participar na discussão coletiva, alegando que encontraram outras soluções que também estão corretas.

Carla: . . . Então, diz-me lá tu como é que fizeste, Flávio?

Flávio: Uma moeda de um euro, uma moeda de cinquenta e quatro moedas de dez cêntimos!

Carla: Isso é o que está aqui? (aponta para o primeiro esquema – Figura 80 e aluno acena afirmativamente)

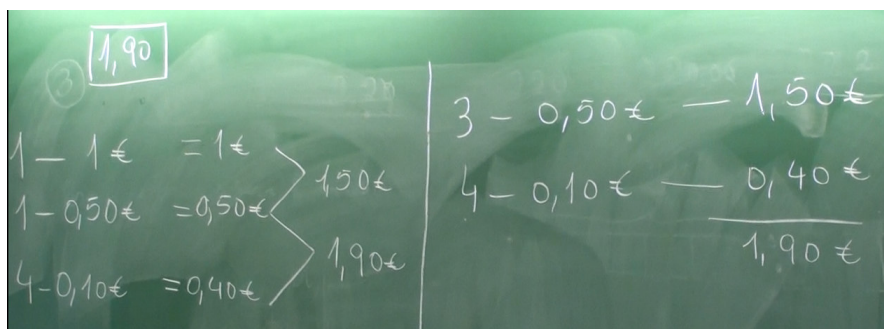


Figura 80 – Representações icónicas utilizadas por Carla para converter as representações verbais dos alunos.

Júlia: Eu tenho outra! Uma moeda de um euro e cinco de dez cêntimos!

Carla: . . . E quanto é que isso me vai dar? (escreve no quadro – Figura 81) Tu dizes-me que dez cêntimos vezes cinco é igual a noventa? (silêncio prolongado) Explica-me lá, Júlia, que eu não estou a perceber...

$$0,10 \times 5 = 0,50$$

Figura 81 – Representação simbólica utilizada por Carla para converter a representação verbal de Júlia.

Júlia: Hum... Não... É igual a um euro e cinquenta...

Carla: É um euro e cinquenta... Bom! Percebido? Havia quantas maneiras de pagar um euro e noventa sem receber troco?

Alunos: Duas!

Carla opta por não invalidar de imediato as soluções propostas pelos alunos e desafia-os a utilizar as representações do enunciado da tarefa para encontrar outras soluções, questionando-os através de perguntas de inquirição (“Então, diz-me lá tu como é que fizeste, Flávio?”). À medida que os alunos justificam as suas propostas, Carla condu-los à avaliação do trabalho realizado e à sistematização da informação de que havia apenas duas respostas corretas. Para isso, questiona-os através de perguntas de confirmação fechada (“Isso é o que está aqui?”, “Havia quantas maneiras de pagar um euro e noventa sem receber troco?”). Depois desta primeira parte da discussão, Carla dá alguns minutos aos alunos para resolver a segunda parte da tarefa (a maioria já o fez) para depois prosseguir com a discussão coletiva.

Carla: E agora, para a segunda questão, nós temos que pagar 2,05€! É possível pagar, sem receber troco?

Alunos: Siiimmm!! Nãoooo!! . . .

Carla: O que é que tu me dizes Joana?. . .

Joana: Quatro moedas de cinquenta cêntimos e três moedas de dois cêntimos.. E recebo um cêntimo de troco... Mas... (silêncio) Não... (silêncio prolongado)

Carla: Então dizes que pagando com quatro moedas de cinquenta cêntimos e três moedas de dois cêntimos... Eu recebo troco de um cêntimo... Mas qual é que era a pergunta?

Joana: Sem receber troco...

Carla: Então eu consigo pagar sem receber troco? Não é possível! Qual é a moeda que me falta aí?

Alunos: Um cêntimo!

Carla: Moedas de um cêntimo! E se eu tivesse moedas de um cêntimo? Que moedas é que eu ia usar?

Laura: Uma moeda de um euro, duas moedas de cinquenta cêntimos, duas moedas de dois cêntimos e uma moeda de um cêntimo...

Carla: Toda a gente concorda?

Alunos: Siiimmm!!

Carla: Também podia usar as que a Joana usou que eram quatro moedas de cinquenta cêntimos, duas moedas de dois cêntimos e uma de um cêntimo...

Carla desafia Joana para utilizar e interpretar a representação do enunciado da tarefa para dar resposta à segunda parte da tarefa, questionando-a através de uma pergunta de inquirição (“O que é que tu me dizes Joana?”). Face à resposta de Laura, a professora dá sugestões para salientar a utilização e interpretação das representações do enunciado do problema, questionando a aluna através de perguntas de confirmação fechada (“Mas qual é que era a pergunta?”). No final, conduz os alunos à sistematização de informação relevante questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“E se eu tivesse moedas de um cêntimo? Que moedas é que eu ia usar?”). Assim, através deste conjunto de ações e questionamento, os alunos parecem compreender que com estas moedas não é possível reunir 2,05€, identificar que tipo de moeda necessitariam para tornar a resposta possível e perceber como poderiam responder caso a tivessem. Entretanto, Carla decide ir além do que é proposto na tarefa.

Carla . . . Agora vamos lá a ver uma coisa... E se eu quiser pagar um euro e sessenta e seis? . . . [Vamos] Fazer e justificar! . . .

Vanda: Uma moeda de um euro, uma moeda de cinquenta cêntimos, uma moeda de dez cêntimos e três moedas de dois cêntimos! (professora regista no quadro – Figura 79 – lado direito do quadro). . .

Carla: Mas eu não pagava assim... . . . Quem é que sabe como é que eu ia pagar? (alunos ficam muito agitados e oferecem-se para responder, repetindo a resposta de Vanda)

Rúben (professora regista o que diz – Figura 82 – lado esquerdo do quadro): Três moedas de cinquenta, uma moeda de dez cêntimos e mais três moedas de dois cêntimos!

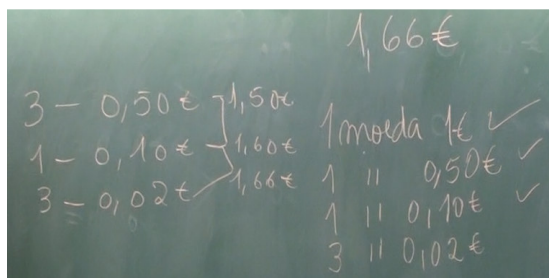


Figura 82 – Representações icónicas utilizadas por Carla para converter as representações verbais de Vanda e Rúben.

Carla: Sabem porque é que eu pagava assim?

Inês: Para pagar menos dinheiro?

Carla: Não... É igual! Eu ia gastar o mesmo dinheiro! Ia ficar mais leve, porque despachava mais moedas e não ficava com tantas moedas no porta-moedas! Certo? Percebido?

Carla desafia os alunos para a sistematização e avaliação das representações utilizadas, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“Agora vamos lá a ver uma coisa... E se eu quiser pagar um euro e sessenta e seis?”), “Quem é que sabe como é que eu ia pagar?”). Ao questionar os alunos sobre a forma de juntar 1,66€ com as moedas do enunciado da tarefa, a professora avalia se compreenderam o enunciado da tarefa e se conseguem mobilizar a informação mais relevante da tarefa, mobilizando-a para uma tarefa semelhante.

De uma forma geral, nesta tarefa Carla recorre a uma maior diversidade de ações e de tipos de questionamento.

A introdução da tarefa é o momento em que investe e Carla informa os alunos sobre os aspetos que considera mais relevantes, questionando-os através de perguntas de focalização retórica.

Durante o trabalho autónomo dos alunos a professora pede-lhes frequentemente para utilizar e/ou interpretar as representações escolhidas por eles, recorrendo maioritariamente a perguntas de confirmação. Para além destas ações, pontualmente

conduz os alunos ao estabelecimento de conexões entre representações (através de perguntas de confirmação aberta), desafia-os e dá sugestões para utilizar a representação escolhida (através de perguntas de confirmação fechada). Quando a interpretação ou utilização das representações dos alunos está incorreta, Carla invalida as suas respostas. Face a uma aluna que apresenta dificuldades em resolver a tarefa proposta, a professora tenta contextualizar a tarefa de outra forma (“Dá-me a mim um euro e noventa deste dinheiro todo que aqui tens!”) mas sem o recurso a representações ativas, esta tentativa de contextualização não surte o efeito esperado e a aluna fica confusa.

A discussão coletiva é o momento em que Carla recorre a uma maior diversidade de ações (pedir para interpretar, sugerir, conduzir, desafiar) mas quase sempre associadas ao questionamento através de perguntas de confirmação (abertas e fechadas). Globalmente, a professora opta maioritariamente pelas ações de: (i) conduzir à sistematização de informação mais relevante; e (ii) desafiar ou pedir para interpretar as representações utilizadas, o que por vezes parece estar associada a uma intenção de avaliar ou aferir a compreensão dos alunos. Durante a discussão, a professora opta sempre por deixar registadas no quadro todas as representações que utiliza. Curioso também é o facto de não pedir aos alunos para apresentar as suas representações escritas, mas partir das representações orais dos alunos convertendo-as em representações escritas. Talvez o tenha feito porque à semelhança do que aconteceu na turma de Ricardo, a maioria dos alunos utilizou a representação do enunciado da tarefa como ponto de partida para a resolução da tarefa. Apesar dos seus alunos utilizarem como estratégia inicial a contabilização do valor global das moedas para verificar se é possível pagar 1,90€, Carla opta por não abordar essa situação, desvalorizando-a. No final da dinamização da tarefa, a professora vai além do que é pedido no enunciado da tarefa e decide desafiar os alunos a encontrar outro valor (1,66€), no que parece ter o intuito de aferir novamente a compreensão dos alunos.

Turma de Ricardo – Dinamização feita por Sandra

Introdução da tarefa

Na sala de Ricardo, Sandra é a professora responsável pela dinamização da tarefa, enquanto Ricardo apoia os alunos individualmente.

Sandra: O João tem algumas moedas no bolso... (lê o enunciado)
Fernando... O que é que eu quero saber?

Fernando: Quantas moedas... Sem receber troco...

Sandra: Como é que tu consegues saber isso? (silêncio prolongado) O que é isto de não receber troco?

Fernando: Não receber troco?

Sandra: Como é que eu consigo pagar qualquer coisa e não receber troco?

Fernando: Tenho que ver se o dinheiro está certo... Se está completo!

Sandra: Então eu quero saber se com esse dinheiro que o João tem, consigo pagar certo sem receber troco de um euro e noventa!

Ana: Mas ele não chega!

Sandra: Vamos lá ver se este dinheiro chega para o euro e noventa!!

Alunos: Chega!!

Sandra: Porque é que tu dizes que ele não chega? (silêncio) Ele tem várias moedas . . . Vamos lá a tentar descobrir como é que o João pode pagar um euro e noventa sem receber troco!

Sandra lê o enunciado da tarefa começa por pedir aos alunos que o interpretem, questionando-os através de uma pergunta de confirmação fechada (“O que é que eu quero saber?”). Face à resposta de Fernando, Sandra desafia a turma a interpretar o enunciado da tarefa, questionando-os através de perguntas de inquirição (“Como é que tu consegues saber isso?”, “Porque é que tu dizes que ele não chega?”) e de confirmação aberta (“Como é que eu consigo pagar qualquer coisa e não receber troco?”) e fazendo a negociação de significado da expressão “não receber troco”.

Trabalho autónomo dos alunos

Enquanto os alunos trabalham autonomamente e individualmente, Sandra e Ricardo circulam entre as mesas e observam a turma.

Clara: Professora... Eu tenho aqui dois euros...

Sandra: Dois euros? Não tens aí dois euros!

Clara: Ai! Dois cêntimos... Mais dois cêntimos... Mais... (silêncio)

Sandra (para a turma): Vamos lá olhar para as moedas que ele tem e conseguir fazer um euro e noventa! Se vocês fossem o João e tivessem essas moedas no bolso, conseguiam dar um euro e noventa?

Mauro: Sim... Ele tem três euros e cinquenta e sete cêntimos!

À semelhança de Clara, a primeira estratégia da maioria dos alunos é contabilizar o valor global que existe em moedas, de forma a perceber à partida se o valor inicial será suficiente para perfazer um euro e noventa. A professora invalida a interpretação que Clara faz da representação do enunciado da tarefa e questiona-a através de uma pergunta de confirmação fechada (“Dois euros?”). Face à dificuldade da aluna em contabilizar as

moedas, Sandra pede aos colegas que a ajudem na interpretação da representação das moedas que consta no enunciado do problema, recorrendo a uma pergunta de confirmação aberta “Se vocês fossem o João e tivessem essas moedas no bolso, conseguiam dar um euro e noventa?”. Assim, Mauro, que não teve dificuldades em contabilizar a quantia total responde rapidamente à questão colocada pela professora e em seguida, Sandra questiona-o individualmente.

Sandra: Então Mauro, como é que eu consigo pagar um euro e noventa?

(silêncio) Que moedas posso utilizar para pagar um euro e noventa?

Mauro: Um euro... Mais noventa cêntimos!

Sandra: Vamos lá a descobrir de quantas [maneiras] é que o João pode pagar... . . . Que moedas é que davam para pagar um euro e noventa?

Sandra pede a Mauro para interpretar a representação que utilizou para responder à tarefa questionando-o através de uma pergunta de confirmação aberta (Como é que eu consigo pagar um euro e noventa?) e apercebe-se que o aluno está a tentar responder apenas oralmente, o que resulta numa resposta incorreta ou incompleta (“Um euro... Mais noventa cêntimos!”). Assim, opta por não invalidar a resposta do aluno, dando a sugestão de Mauro utilizar as diferentes moedas, questionando-o através de uma pergunta de confirmação fechada (“Que moedas é que davam para pagar um euro e noventa?”). Sandra deixa Mauro a trabalhar autonomamente e aproxima-se de Cláudia que está indecisa na escolha da representação mais adequada para a resolução da tarefa.

Cláudia: Mas ficava com alguma [moeda]? Então temos que fazer contas?

Sandra: Se tu fosses lá abaixo comprar um gelado a um euro e noventa...

Que moedas é que tu davas para pagar o euro e noventa do gelado?

Cláudia: Eu dava-lhe dois euros!

Sandra: Sem receber troco! . . . E com AQUELAS moedas como é que tu fazias um euro e noventa?

Perante as dúvidas de Cláudia, Sandra privilegia a escolha livre de representações, questionando a aluna através de uma pergunta de confirmação aberta (“Que moedas é que tu davas para pagar o euro e noventa do gelado?”). Em seguida, ao perceber pela resposta de Cláudia que a aluna não compreendeu o enunciado da tarefa, Sandra informa-a sobre a sua interpretação, questionando-a novamente através de uma pergunta de confirmação aberta (“E com AQUELAS moedas como é que tu fazias um euro e noventa?”), mas desta vez, dando ênfase à necessidade de recorrer à listagem de moedas constante no enunciado da tarefa. À medida que os alunos trabalham autonomamente, é perceptível para os

professores de que a maioria está a sentir dificuldades na interpretação do enunciado da tarefa. Assim, Ricardo decide intervir (Figura 83):

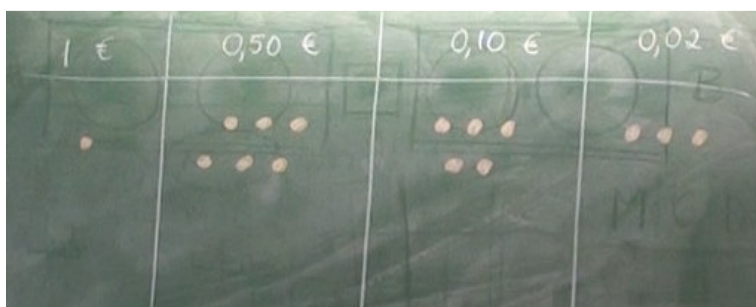


Figura 83 – Representação icónica utilizada por Ricardo.

Ricardo: Olhem lá aqui para mim! As moedas que ele tem no bolso são aquelas!

Vanessa: Ah! Eu dou um euro... Depois dou cinquenta cêntimos... Depois dou mais... (parece fazer um esforço para calcular mentalmente) Ora... Quarenta dá mais... Um euro, cinquenta e depois cinco de dez!

Ricardo: Um euro mais cinquenta cêntimos dá... Um euro e...

Alunos: Cinquenta!

Ricardo: Mais cinco destas (aponta para a representação das moedas de dez cêntimos)? (aponta para a primeira moeda)

Alunos: Sessenta!

Vanessa: Não! Mais quatro!!!

Ricardo: Ah...Mais quatro! Então dá sessenta, setenta, oitenta, noventa... É isso?

Mauro: Sobra um euro e sessenta e sete!

Ricardo sugere explicitamente uma representação icónica aos alunos e desafia-os a utilizar a representação sugerida. Vanessa é uma das alunas que consegue interpretar rapidamente e utilizar com alguma facilidade a representação sugerida. No final da sua intervenção, informa a turma sobre os aspetos mais relevantes da interpretação e utilização da representação que sugeriu e questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Mais cinco destas?”)

Discussão coletiva

A partir da discussão que Ricardo iniciou com Vanessa, Sandra decide dar início à discussão coletiva (Figura 84).

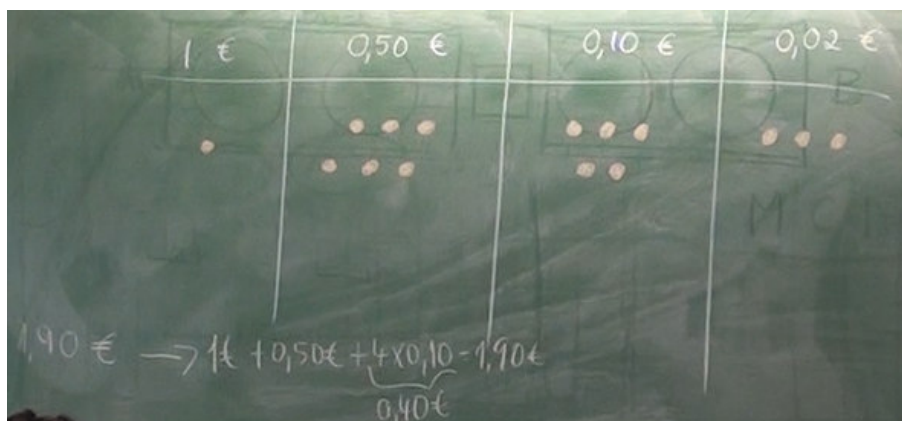


Figura 84 – Representação icónica utilizada por Sandra.

Sandra (enquanto escreve no quadro o que diz): A Vanessa, para pagar um euro e noventa utilizava a moeda de um euro, mais os cinquenta cêntimos ... E já tem um euro e cinquenta! E a seguir utilizava quatro moedas de dez cêntimos! (aponta para cada uma das bolinhas da representação icónica de Ricardo) Dez cêntimos mais dez cêntimos... Vinte cêntimos! Mais dez cêntimos? Trinta cêntimos! Mais dez cêntimos... Quarenta cêntimos! Então já temos um euro e cinquenta mais quarenta cêntimos dá...

Mauro: Um euro e noventa!

Sandra começa por informar sobre os aspetos mais relevantes da utilização da representação sugerida por Ricardo e sobre a solução apresentada oralmente por Vanessa. Para além disso, sugere explicitamente a representação simbólica como representação adequada para resolver corretamente a tarefa e conduz os alunos no estabelecimento de conexões entre as duas representações recorrendo a perguntas de focalização retórica. Em seguida, a professora questiona a turma:

Sandra: E podíamos utilizar outra maneira? Há outra maneira para dar um euro e noventa?

Alunos: Sim!! (alunos levantam o braço no ar)

Sandra: Diz-me lá Bóris... Que outra maneira é que tu podes pagar um euro e noventa?

Bóris: Cinquenta, seis vezes...

Sandra: Cinquenta, seis vezes? Hum... Então vamos lá... (aponta para as moedas) Cinquenta mais cinquenta...

Bóris: Dá um euro! Ai! Não! Está errado!!

Sandra: Mais cinquenta, um euro e cinquenta, mais cinquenta... Dois euros! Aí já ias receber troco!

Sandra desafia os alunos a utilizar as duas representações e a estabelecer conexões entre ambas de forma a encontrar a outra solução possível. Assim, questiona-os através de perguntas de confirmação aberta (“Que outra maneira é que tu podes pagar um euro e noventa?”). Perante a resposta incorreta de Boris, Sandra opta por não invalidar a resposta do aluno, questionando-o através de uma pergunta de focalização retórica (“Cinquenta, seis vezes?”) e recorrendo à representação icónica de Ricardo, simula a contagem do valor de todas as moedas, o que leva Bóris a compreender que a sua resposta não estava correta. Entretanto, Leonardo, indica a outra forma de solucionar a tarefa.

Leonardo: Podia ser... Três moedas de cinquenta...

Sandra: Três moedas de cinquenta... E com quanto dinheiro é que eu fico com três moedas de cinquenta?

Leonardo: Um e cinquenta!!

Sandra: E mais?

Leonardo: Mais quatro de dez!

Sandra: Mais quatro de dez... E com quanto dinheiro é que eu fico?

Leonardo: Um euro e noventa! (professora regista no quadro)

Sandra pede a Leonardo que explique como utilizou a representação icónica de Ricardo para encontrar a outra solução e à medida que o aluno explica, questiona-o através de perguntas de confirmação fechada (“E com quanto dinheiro é que eu fico com três moedas de cinquenta?”, “E mais?”). À semelhança do que fez anteriormente, regista a explicação do aluno, recorrendo a uma representação simbólica. Após a intervenção dos colegas, outros alunos tentam também resolver oralmente a tarefa:

Mauro: Professora também sei um!

Sandra: Há outra maneira?

Mauro: Sim! Um euro mais nove vezes dez!

Sandra: Mais nove? Vezes dez? Não percebi... . . . Eu não tenho lá nove moedas de dez cêntimos!

Mauro: Ah... Não...

Sandra: É só com as moedas que o João tem no bolso!

. . .

Ana: Eu sei outra professora!

Sandra: Sabes outra? Então diz lá!

Ana: Cinquenta... Mais dez...

Sandra: Sim... Tenho sessenta cêntimos... E a seguir?

Ana: Mais dois.... Mais... Ai... Não! Não! Não! Está errado!

Sandra: Já estás a inventar... . . . Estas são as únicas duas hipóteses de eu pagar um euro e noventa sem receber troco...

Mauro e Ana tentam resolver a tarefa e à semelhança do que fizeram os colegas anteriores, recorrem à representação sugerida por Ricardo. Apesar de saber que não existem mais respostas possíveis, Sandra não invalida a proposta dos alunos, permite que intervenham e pede-lhes que expliquem como utilizaram a representação icónica de Ricardo, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“Há outra maneira?”, “Sabes outra?”), intercaladas com momentos em que informa a turma sobre os aspetos mais relevantes da interpretação das representações utilizadas e da resolução da tarefa (“Eu não tenho lá nove moedas de dez cêntimos!”, “Estas são as únicas duas hipóteses de eu pagar um euro e noventa sem receber troco...”). Em seguida, Sandra explora a segunda questão da tarefa.

Sandra: . . . Então e os dois euros e cinco? Consegue pagar os dois euros e cinco sem receber troco?

Alunos: Não!!!

Sandra: Porquê Mariana?

Mariana: Não, porque já não tem moedas de um euro e moedas de cinquenta...

Sandra: Mariana... Com ESTAS moedas (aponta para todas as moedas da representação icónica de Ricardo) consegues fazer dois euros e cinco... Pagar dois euros e cinco sem receber troco?

Sandra pede a Mariana para explicar a sua resposta, questionando-a através de uma pergunta de confirmação aberta (“Porquê Mariana?”). Ao contrário do que estaria à espera, a aluna respondeu acertadamente à questão, mas a sua justificação mostra que não compreendeu as condições gerais do enunciado. Desta forma, Sandra utiliza a representação icónica de Ricardo para explicar à turma que deverão ter em conta todas as moedas. No entanto, vários alunos parecem ter a mesma dificuldade que Mariana e Ricardo decide intervir:

Ricardo: É assim... O João mudou de ideias e aquele chocolate que ele queria e que era um euro e noventa... Afinal já não vai comprar aquele! Olhou para a prateleira do lado e “Ah! Estão ali aquelas pastilhas! Custam dois euros e cinco! É isso que eu quero comprar!” Pronto! Ele quer comprar um pacote de pastilhas, que é caro, e que custa dois euros e cinco... Ele consegue pagar esse pacote de pastilhas com as moedas que ele tem no bolso?

Alunos: Não!! (todos falam ao mesmo tempo)

Jonas: Dá um euro (Sandra escreve no quadro)... Mais duas moedas de cinquenta cêntimos (Sandra escreve no quadro)...

Sandra: Sim... E agora? (silêncio) Com que moedas é que vais fazer os cinco cêntimos?

Alunos: Não dá!!!!

Jonas: Mais dois cêntimos?

Sandra: Mais dois cêntimos? Fica dois euros e dois... Já chega para pagar?

Alunos: Não...

Jonas: Mais dois [cêntimos] e um cêntimo!

Sandra: Mais dois... E olha... Onde é que o João vai buscar a moeda de um cêntimo? ... Que moedas é que ele tinha que ter, para fazer dois euros e cinco?

Mauro: Um cêntimo!

Sandra: [Para se conseguir pagar 2,05€] Precisava de moedas de um cêntimo!

Ricardo dá um novo contexto ao enunciado do problema, aproximando-o às vivências da turma. No final da sua intervenção, pede aos alunos que expliquem a solução da tarefa, questionando-os através de uma pergunta de confirmação fechada (“Ele consegue pagar esse pacote de pastilhas com as moedas que ele tem no bolso?”). Face à resposta da maioria, Ricardo dá por terminada a sua intervenção. No entanto, Jonas insiste na sua resposta e Sandra pede-lhe que a explique como interpretou a representação icónica de Ricardo, questionando-o através de perguntas de confirmação aberta (“Sim... E agora?”) e de confirmação fechada (“Já chega para pagar?”, “Que moedas é que ele tinha que ter, para fazer dois euros e cinco?”). No final, depois da intervenção de Mauro, informa a turma da informação que considera mais relevante (“[Para se conseguir pagar 2,05€] Precisava de moedas de um cêntimo!”) dando a dinamização da tarefa como terminada.

De uma forma geral, as ações de Sandra variam consoante os momentos da tarefa e de acordo com a atividade dos alunos.

Na introdução da tarefa, a partir da leitura do enunciado, a professora pede aos alunos desafia-os a interpretar ou pede-lhes que interpretem o enunciado da tarefa recorrendo a perguntas de confirmação e de inquirição. Neste momento, ocorre também a negociação de significados da representação verbal “Não receber troco”.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra recorre a perguntas de confirmação (globalmente de confirmação fechada) associadas a diferentes tipos de ação. Na maioria das vezes a professora pede aos alunos para interpretar as representações utilizadas, privilegia a escolha livre e opta por não invalidar a interpretação que os alunos

fazem das representações utilizadas ou que constam no enunciado da tarefa. Perante as dificuldades da turma, Ricardo sente-se impelido a intervir e a introduzir a representação icónica, o que torna a tarefa demasiado fácil para os alunos, fazendo com que a resolvam com bastante facilidade depois da sua intervenção.

Relativamente à discussão coletiva, Sandra parte da representação introduzida por Ricardo para informar os alunos sobre os aspetos mais relevantes e conduz a turma ao estabelecimento de conexões com a representação simbólica que sugere. Em seguida, desafia os alunos a utilizar as representações introduzidas pelos professores, de forma a encontrar a segunda solução da tarefa. Apesar de saber que não existem mais soluções corretas, a professora não invalida a tentativa de resposta de outros alunos, pedindo-lhes que expliquem a sua interpretação e utilização das representações. Na segunda questão da tarefa, Ricardo volta a intervir, acrescentando uma nova contextualização da tarefa, o que parece ajudar a turma. A partir dessa contextualização, Sandra pede aos alunos que interpretem e utilizem novamente as representações sugeridas, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta, até dar por terminada a realização da tarefa.

Reflexão pós aula

Nesta sessão de reflexão pós aula (planificação – Anexo 25), os professores começam por refletir sobre as respostas dos alunos (instrumento de trabalho – Anexo 26):

Sónia: Um euro com cinquenta cêntimos, com poucas moedas... Sempre a começar pelas moedas maiores... Isto foi o que eu reparei! Porque eles podiam ter utilizado moedas de cinquenta cêntimos em vez de um euro... Mas sempre que puderam utilizar as moedas maiores foram para as moedas maiores! Porque eles gostam das moedas maiores! Têm a noção do valor!

Investigadora: Algum aluno desenhou as moedas?

Sónia: Eu tenho ideia de fazerem só o valor...

Sandra: Não... Eles fizeram o valor...

Sónia: Eu tenho imagem da Diana que ela fez [tentou] diferentes possibilidades até para cada uma [das perguntas]... Mas sempre com o valor!!... .

Ricardo: Eu não me recordo bem do que eles fizeram, mas não tenho ideia deles terem feito [desenhos]

O grupo foca-se no tipo de representações e na estratégia utilizada pela maioria dos alunos. Assim, Sónia acha curioso que todos tenham tentado resolver a tarefa por

tentativa erro, começando sempre com as moedas de maior valor. Os professores não se mostram surpreendidos com o facto de todos os alunos terem recorrido à representação simbólica para resolver a tarefa. Nesse sentido, Sandra comenta a representação utilizada por Ricardo:

Sandra: Os teus foram muito orientados por esse esquema (referindo-se à representação icónica feita por Ricardo no quadro)

Ricardo: Eu vi que eles não estavam a conseguir... Ou achei... Achei que eles não estavam a conseguir perceber só com os valores e fiz [o esquema com bolinhas] para eles verem quantas moedas é que tinham de cada valor e como é que poderiam... Porque eles com o dinheiro na mão... Eles conseguem! Se eles tivessem as moedas na mão e tu lhes disseses “Agora tens que pagar isto! Vê lá se consegues pagar sem receber troco!” Eles iam tentando... . . . Tu dizeres que eles têm seis moedas de cinquenta cêntimos ou mostrar-lhes ali dentro da [coluna] dos 50 cêntimos que têm seis moedinhas... Para eles é diferente!

Através do comentário de Sandra, percebe-se que na opinião da professora, a representação introduzida pelo colega pode ter sido prematura e talvez desnecessária, condicionando os alunos no decurso da resolução da tarefa. Por sua vez, Ricardo reflete um pouco sobre a necessidade que sentiu em intervir durante a dinamização que estava à responsabilidade de Sandra. Na sua opinião, a representação simbólica das moedas no enunciado da tarefa, tornava a tarefa demasiado difícil para os alunos e refere a importância de recorrer a representações ativas, neste tipo de tarefas. No seguimento do seu comentário, Sónia intervém:

Sónia: Aqui tinha ajudado bastante eles terem as moedas! Manipular o material!! É diferente!! Eu disse na altura... Há coisas que tu só vês na altura que teria feito muito sentido eles terem moedas para manipular! Ter, mexer com o dinheiro, ali na mesa! Percebes? Acho [que tinha facilitado]!

Ricardo: Se eles tivessem moedas quase que... Acredito que até as minhas miúdas que estão a fazer o segundo ano... Tinham ido lá... Até essas duas talvez me conseguissem! Mas só com os números no ar...

Sónia refere que quando explorou a tarefa na sala de aula, sentiu necessidade de ter material manipulável para que os alunos conseguissem explorar a tarefa de outra forma. Reconhece que foi algo que não considerou aquando a planificação da tarefa e refere que esta é uma situação sucede com frequência. Ricardo concorda com a colega, e

refere que se tivesse recorrido a representações ativas, a tarefa teria ficado acessível a todos os seus alunos.

Ricardo (para Sandra): . . . Fizemos mais ou menos a meias este... Aliás, quem começou a exploração deste foste... Foi a Sandra...

Sandra: Sim, este é mais eu...

Ricardo: E depois... Fiz o esquema...

Sandra: Isto vai tudo dar ao mesmo!

Na intervenção que fazem relativamente à discussão de resultados na turma de Ricardo, este considera que a dinamização da discussão coletiva foi realizada cooperativamente. Por sua vez, Sandra comenta que as duas representações têm o mesmo significado, denotando-se mais uma vez, que na sua opinião, a introdução da representação icónica foi desnecessária. Em seguida, Sónia e Sandra analisam as representações utilizadas pelos professores (Figura 85).

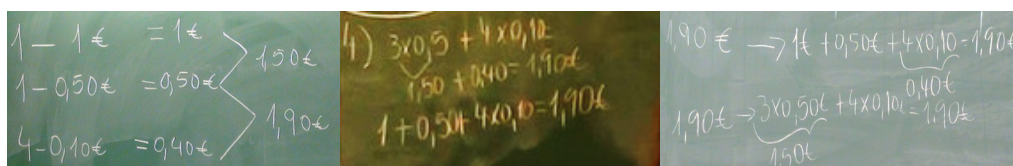


Figura 85 – Representações utilizadas pelos professores, analisadas na sessão de reflexão pós aula.

Sónia: Aqui [na primeira] utilizaste o mesmo esquema para dois valores diferentes... Porque tu aqui fazes um euro e meio e um euro e noventa! Utilizas o de cima... Juntas quatro [décimas]... E aqui [na segunda representação] não! [Na segunda representação] Fazes... Multiplicação, certo? . . . E tens várias expressões! Multiplicação e adição! Certo? Enquanto aqui [na primeira representação] não tens!! Aqui é direto!

Sandra: Tudo na mesma expressão! Esta segunda [representação] é tudo na mesma expressão! Tudo para chegar ao euro e noventa! Enquanto aqui [na primeira representação] vai-se por partes... Aqui é uma moeda de um euro! Aqui já tenho um euro! Agora junto-lhe uma moeda de cinquenta cêntimos... Fico com um euro e meio! A seguir mais quatro moedas de...

Sónia: É uma expressão mais formal [na segunda representação] do que aqui [na primeira representação]... Aqui é mais esquema!

Sandra: É! Exatamente! . . . (apontando) [A terceira representa] Como é que eu vou... Como é que eu chego ao euro e noventa!

Sónia: Aqui [na terceira] é como é que vais decompor o euro e noventa!

Sandra: . . . Exatamente!

Sandra e Sónia consideram que a primeira e a terceira representação se tratam de representações icónicas (categorizam-nas como “esquema” e “decomposição”) que facilitam a compreensão dos alunos, ao apresentar os resultados de forma faseada (“Enquanto aqui [na primeira] vai-se por partes...”). Por sua vez, parecem privilegiar a segunda representação, considerando-a mais abstrata e mais sofisticada que a representação icónica. Em seguida, os professores referem-se à segunda parte da tarefa:

Sandra: [Os alunos] Perceberam muito facilmente! Sabiam que não tinham moedas de um cêntimo...

Sónia: Mas muito deles ficaram no “por defeito” e não chegaram ao “em excesso” ... Lembras-te de eu falar nisso na minha aula? Foi porque eu perguntei!!! Mas isso fui eu que os encaminhei a... Tive um ou outro que fez e foi por aí que eu peguei! Porque vi que a Diana tinha... Ou menos um cêntimo ou mais um cêntimo! Recordas-te? E depois falei nisso na aula! Não sei já em que contexto, mas recordo-me de falar nisso...

Sandra: Eu lembro-me que eles diziam “Eu não consigo chegar!”

Sónia: Por defeito!

Sandra: E depois perguntavas porquê... “Porque falta um cêntimo!”

O grupo considera que a segunda parte da tarefa foi resolvida sem dificuldade pelos alunos. Por sua vez, Sónia reflete sobre as estratégias utilizadas pela sua turma e conclui que, na sua maioria, os alunos justificavam a impossibilidade de pagar os 2,05€ “por defeito” obtendo apenas a resposta de que só se conseguiria obter o valor 2,04€. Para a professora, era importante perceber que as respostas “por excesso” estavam igualmente incorretas, pois não era possível “receber troco”.

Tendo em conta que na sala de Ricardo os alunos resolveram oralmente a tarefa, questiono o grupo, sobre a importância da representação escrita.

Sandra: É [importante a representação escrita]... Mas eles têm muita dificuldade na linguagem e na justificação... E como em alguns casos foi-se fazendo mais oralmente... Não achei tão importante explicar mesmo porquê, mas sim avançar...

Ricardo: Eu não me lembro! Efetivamente não me lembro [como resolvi a tarefa com os alunos]...

Sónia: Há muita coisa que é intuitivo...

Sandra: ... Se tu tens à partida... Os alunos pouco empolgados... Tu tentas fazer as coisas de forma mais oral... Para envolvê-los! Porque a participação oral é muito mais explícita do que uma participação escrita... E tu dizeres: “Escreve”, “Justifica”, “Agora!”... Parou! Morreu! Então aí...

Ricardo: Mesmo a justificação oral para eles... É difícil... E passarem-na para o papel... É porque oralmente ainda vão dizendo alguma coisa... Mas passar aquilo para o papel... Contruírem a resposta [é mais difícil]!

Os professores reconhecem a importância de os alunos registarem por escrito as suas respostas. No entanto, para o grupo, os alunos sentem muitas dificuldades em justificar e em explicar o seu raciocínio por escrito o que lhes causa muita frustração. Assim, quando observam a desmotivação geral da turma, o grupo admite que opta por resolver oralmente as tarefas com os seus alunos, ficando os professores responsáveis pela conversão das representações orais dos alunos em representações escritas.

De uma forma geral, os professores centram-se nas representações utilizadas. Para além das representações dos alunos, as representações sugeridas pelos professores são igualmente analisadas. Assim, ao referir a representação introduzida por Ricardo, Sandra leva o grupo a refletir sobre o que levou o colega a fazê-lo e sobre os tipos de representações que poderiam ter ajudado os alunos na resolução da tarefa. À semelhança do que costumam fazer com as representações dos alunos, ao analisar as representações anonimizadas dos professores, o grupo tenta interpretar as representações apresentadas e compreender as estratégias e o raciocínio inerente a elas. O grupo refere também que apesar de reconhecer a importância de os alunos registarem o seu raciocínio por escrito, por vezes aceita que numa tarefa respondam apenas oralmente, como forma de os manter motivados durante a sua resolução.

Há ainda a referir que é curiosa a forma como Ricardo e Sandra encaram de forma distinta as intervenções de Ricardo, enquanto Sandra dinamizava a tarefa na sua turma. Se por um lado, Ricardo considera a sua intervenção positiva e enriquecedora, Sandra parece discordar completamente do colega.

8.3. Momento de trabalho n.º 9 – Tarefa “Pensamento relacional”

Sessão de preparação da aula

Na sessão de preparação da aula (planificação – Anexo 27), o grupo analisa a tarefa (Anexo 24) e reflete sobre o que é pedido aos alunos. Começo por referir que nesta tarefa, os alunos deverão conseguir justificar a sua resposta sem recorrer ao algoritmo.

Carla: Ei! Esquece lá isso! Olha... A primeira dificuldade é que eles vão pôr os sinais [trocados]... E ninguém me vai explicar o raciocínio! . . .

Sandra: Eles ainda não vão olhar para a constituição dos números...

Carla: Mas eu acho que sim [que se deve realizar esta tarefa] ... Eles não vão ter dificuldade...! Eles não vão fazer!!! (dá uma gargalhada) . . .

Sónia: Tu queres que te digam aqui que acrescentam duas décimas de um lado e tiram duas décimas do outro e os números são iguais... . . . Mas eles não vão pensar assim! . . .

Ao analisar a tarefa, os professores focam-se nas dificuldades que os alunos irão sentir. Assim, consideram improvável que estes consigam justificar as suas respostas e que consigam utilizar corretamente os sinais de $<$, $>$ e $=$. Carla e Sandra vão um pouco mais além na sua justificação.

Carla: Eles não me vão chegar aqui e dizer um, meio, meio!

Sandra: . . . Já tentei vários exercícios deste género... Não com decimais mas com inteiros e eles não chegam lá! Não fazem isso!

Carla: Não! Não fazem por comparação...! [Nem] Por cálculo mental (acena negativamente com a cabeça)...

Sandra: E quando eu digo... “Vamos comparar! Se este aumenta para o dobro e este é metade...” Coisas deste género! Eles não conseguem perceber que aquilo vai dar ao mesmo!

Carla: $500+499$... Eles não pensam $500+500-1$! Não consigo!! Já fiz isto 700 000 vezes! Os teus conseguem (questiona Ricardo que acena negativamente com a cabeça)? . . . Se queres a minha opinião... . . . Esta [tarefa] dá para duas horas!! Para ir precisamente para onde queres... “O 5,2 ou 5,20 é igual? Precisamos fazer contas?”

. . .

Investigadora: Eles costumam fazer [este tipo de tarefas] com números inteiros?

Sandra: Fazem, fazem... Já fiz isto com a Maria (outra professora)...

O grupo indica que é importante explorar este tipo de tarefas com os alunos e Sandra e Carla referem que já o fizeram várias vezes, mas com recurso a números inteiros. No entanto, consideram que apesar dos seus esforços, é um trabalho infrutífero e demostram-se bastante frustradas ao referir que os alunos não conseguem comparar os números e resolver este tipo de tarefas sem realizar o algoritmo. Carla reflete um pouco sobre esta situação:

. . .

Carla: [É] uma dificuldade que tenho em transmitir aos meus alunos e que sai imenso nos manuais... $20+45$... $20+42$... O que é que se faz?

Sónia: Mas o Alexandre faz-me... Mais um ou outro [aluno]... Se tu lhes deres um exemplo em cima e explicares... Depois disso... Ele consegue fazer!

Carla: A questão de irmos nós a outra sala...[era importante] . . .

...

Carla confessa sentir dificuldade em analisar a sua prática e perceber o que deve fazer para promover o pensamento relacional dos alunos e resolver corretamente este tipo de tarefas. Quando Sónia refere que pontualmente consegue que os seus alunos consigam resolvam este tipo de tarefas, Carla manifesta interesse em assistir a aulas de outros colegas e perceber como outros colegas o fazem. No entanto, apesar de por vezes, estas professoras trabalharem conjuntamente em sala de aula, nesta sessão optam por não o fazer. No seguimento da intervenção de Carla e de Sónia, Sandra e Ricardo referem:

Sandra: [A representação dos numerais decimais] É a minha guerra até no quarto ano! Eles não olham para as ordens! Não olharem para a ordem do número!

Ricardo: Eu ainda ando a explorar isto... Mas o que lhes digo é que para comparar os números... Ou para fazerem subtrações ou o que quer que seja... Para ser mais fácil para eles, peço-lhes para eles... Se um número só tem uma casa decimal... E o outro tem três... Para eles acrescentarem dois zeros... Para ficar com três também! E eles assim já conseguem comparar melhor um número com outro!

Carla: Por exemplo, nas reduções... Quando é com medidas de comprimento... Digo assim: “Vão sempre aos centímetros”

À semelhança de Sónia e de Carla, Sandra e Ricardo reconhecem que sentem também dificuldades em trabalhar com as representações dos numerais decimais com os seus alunos. Ricardo refere que como estratégia, sugere aos alunos que equiparem o número de casas decimais dos vários números envolvidos numa tarefa, para que assim seja mais fácil compará-los e utilizar esta representação. Carla também reconhece utilizar essa estratégia, mas apenas quando utiliza a representação dos numerais decimais nas medidas de comprimento. Em seguida, os professores exploram a tarefa individualmente:

Sónia: Então... Este deve ser assim... Certo? Estou a fazer bem?

Ricardo: Deves estar... . . .

Sónia: Ah! Mas eu pensei que tu (referindo-se à investigadora) quisesses que eu fizesse como os meus miúdos iriam fazer! . . . Alguns vão ver logo... Mas outros vão fazer as contas! Para nós não [vai ser problemático] mas para eles vai ser! Mas é bom explorar isso!

. . .

Durante a exploração da tarefa, os professores trabalham individualmente e em silêncio (o que não é muito comum). Por vezes, parecem, eles próprios, sentir dificuldade em resolvê-la, ou em perceber o que é pretendido fazer. Sónia questiona Ricardo nesse sentido e indica que a sua resolução se centra na forma como os alunos explorarão a tarefa. Em seguida, Sandra e Carla propõem alterações ao enunciado da tarefa:

Sandra: Eu colocava “sem realizar os cálculos, completa os quadrados”

Carla: Podia fazer outra coisa que era acrescentar por baixo... Portanto...

Eles tinham que pôr o igual... Coloca os sinais e agora arranja outra fórmula idêntica para demonstrares o teu raciocínio! Ou seja, iria obrigá-los... Isto ia demorar!!

Sandra: Não estou a perceber...

Ricardo: Nem eu!

Carla: Então... Aqui sabemos que é igual... Então explica lá uma forma mais fácil de chegarmos aqui! Obrigá-los a mexer nos números! Aqui o que é que eles podiam fazer? Podiam mudar o 2, o 3... Percebeste?

Sandra propõe que se explicita no enunciado da tarefa que não é suposto os alunos recorrerem ao algoritmo. Por sua vez, Carla sugere que os alunos registem por escrito o seu raciocínio. No entanto, nenhuma das propostas é aceite pelo grupo e, no final da discussão, os professores fazem um balanço.

Sónia: Eu acho que eles se vão espalhar nessa [tarefa] mas acho que é bom para puxar por eles e para eles perceberem! É ótimo para conseguir explorar!

Ricardo: Mas com contas!! Não sem as contas! Eles teriam que fazer a conta! De cabeça não!

Sandra: Aqui é para eles compararem os números...

Sónia: Mas eles vão fazer cálculo!

Ricardo: [Sem fazerem o algoritmo] Eu acho que temos que ajudar mais, temos que puxar mais por eles, mas eu fazia! É como te digo... Esta [tarefa do pensamento relacional] não... Não os vejo a [conseguir resolver]... Com contas sim! Até acho que era útil para eles treinarem...

Carla: Sim... Vamos ver!

Ricardo: Nos meus... Mesmo que não estivessem cá as vírgulas, porque as vírgulas só os atrapalham... Mesmo que as vírgulas não estivessem cá... Imagina que este era 38, 45, 40 e 43... À primeira, eles não

conseguem dizer qual é que é maior! Só se fizerem a conta! . . . Eles têm que fazer a conta! . . .

Sónia: Mas eu costumo fazer! O maior e o menor com operações dos dois lados!

Ricardo: Mas têm que fazer a operação! E a intenção não é essa! . . .

Sónia: Pois...

Sandra: Assim, só a relacionar vai ser mais difícil... Mas podemos fazer... Eu acho que é importante... . . .

Sónia: Aí é como o Ricardo diz... Se é para relacionar sem fazer contas... Eu vou ter muitos que me vão fazer as contas!

Ricardo: Eu vou ter todos a fazerem contas! Ou então vou tê-los a escolher ao calhas!

Na generalidade, o grupo considera importante trabalhar este tipo de tarefa e decide propô-la às suas turmas. No entanto, na sua opinião, sem que os alunos recorram ao algoritmo, a taxa de sucesso será reduzida (Sónia diz que se vão “espalhar” e Ricardo afirma que “À primeira, eles não conseguem dizer qual é que é maior! . . . Vou tê-los a escolher ao calhas!”). Para Ricardo, esta será uma tarefa desafiante, em que o papel do professor será determinante para que os alunos consigam resolver a tarefa, mas pelo discurso do professor denota-se alguma tendência para transformar este problema num exercício (“Até acho que era útil para eles treinarem...”).

De uma forma geral, no início da sessão de preparação da aula, os professores mostram-se apreensivos em propor esta tarefa aos seus alunos. Para além da preocupação com a dificuldade de trabalhar os números racionais ser uma constante, o grupo considera que os seus alunos ainda não compreendem a noção de número decimal, pelo que será muito difícil comparar os valores numéricos sem recorrer ao algoritmo. Durante a exploração da tarefa, os professores focam-se maioritariamente nas dificuldades que poderão surgir e em possíveis alterações ao enunciado da tarefa, preterindo a resolução e discussão da tarefa.

No final da sessão da preparação da aula, o grupo concorda que este tipo de tarefas é importante para os alunos e que a tarefa proposta será um desafio, apesar de continuarem renitentes quanto ao sucesso na sua resolução.

Turma de Sónia – Dinamização feita por Sandra

Introdução da tarefa

Antes de iniciar a exploração da tarefa, constato que as professoras exploraram uma tarefa idêntica à que vamos realizar, mas com números inteiros (a tarefa está registada no quadro). As professoras apagam o que estiveram a fazer com os alunos e Sandra fala para a turma enquanto distribui as fichas com a tarefa que planeámos:

Sandra: Vamos lá tentar fazer sozinhos... E não se esqueçam que eu aí digo “Explica”... Portanto é mesmo para tentar explicar! Vamos lá fazer o exercício...

Aurea: A professora vai fazer no quadro?

Sandra: Não! VOCÊS vão fazer! . . . Vá... Vamos lá... Ler... Fazer... E não se esqueçam de explicar o raciocínio!

Ana: O que é isso?

Sandra: É explicar porque é que puseram esse sinal! Têm que explicar como é que pensaram! . . . Vá! Vamos lá!! Têm que explicar porque é que colocam o sinal!!

As professoras iniciam a realização da tarefa como se se tratasse da segunda parte da tarefa realizada previamente. Dessa forma, Sandra não sente necessidade de introduzir novamente a tarefa. No entanto, reforça junto dos alunos a importância de que justifiquem as suas respostas.

Trabalho autónomo dos alunos.

Sandra e Sónia observam o trabalho dos alunos questionando-os relativamente à solução e às representações apresentadas.

Fernando: Professora! Estou a fazer a conta toda!!

Sandra (para a turma): Está a fazer a conta?!? Não o quero a fazer a conta!.
. . Eu quero que coloque o sinal e explique!!

À semelhança de outros colegas, e tal como o grupo previra na sessão de preparação da aula, há uma parte significativa da turma que recorre ao algoritmo para resolver a tarefa. Quando Fernando interpela a professora e lhe diz que escolheu a representação simbólica do algoritmo, Sandra aproveita a oportunidade e invalida perante toda a turma a representação escolhida por Fernando. Entretanto, Sandra analisa o trabalho de David (Figura 86).

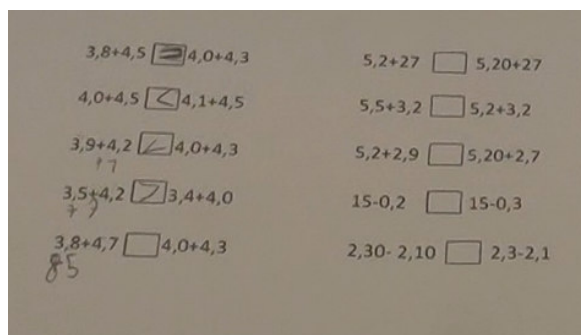


Figura 86 – Representações simbólicas de David (1.ª parte).

David: Professora... É assim... $4+3$ dá 7. Sete porque aqui (aponta para o 8) são as décimas. Depois tem o... Acrescenta-se o 8 que é as décimas... E [as décimas do] $4[,3]$ que dá... Aqui dá... Setenta [décimas]... (silêncio)... Setenta e oito... (silêncio) Setenta e oito mais cinco... Dá... . . . (conta pelos dedos)... Oitenta e três!... Aqui (aponta para a segunda parte) Quatro, mais quatro, mais zero, mais três! Dá... Dá... Oitenta e três! Por isso... Por isso dá igual!

Professora: Boa! Vamos ao de baixo!

David: É igual! Quatro mais quatro é oito... Oitenta [décimas]... Oitenta com mais cinco... Oitenta e cinco!... (aponta para a segunda parte) Quatro mais quatro... Oitenta... Oitenta com mais cinco... Oitenta e cinco! Mais um! Oitenta e seis! Por isso este é maior!

Professora: Muito bem!

Para resolver a tarefa, David calcula mentalmente o valor de cada expressão. Apesar de ser uma estratégia válida para determinar o símbolo que se deve colocar no retângulo em branco e não obstante o aluno demonstrar uma compreensão mais elaborada de numeral decimal, calcular mentalmente o valor de cada expressão não é o objetivo pretendido para esta tarefa. No entanto, ao contrário do que indicou anteriormente a Fernando (invalidando o cálculo como estratégia e o algoritmo como representação), Sandra reforça positivamente a estratégia escolhida pelo aluno. Entretanto, ao analisar os cálculos de David, Sandra apercebe-se de que as respostas dos alunos não estão todas corretas e intervém (Figura 87):

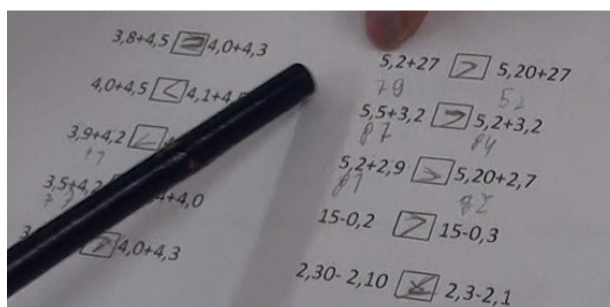


Figura 87 – Representações simbólicas de David (2.ª parte).

Sandra: Olha... Tu tens... Cinco quê? Qual é a ordem deste algarismo?
 David: Desse? Cinco unidades!
 Sandra: Cinco unidades e duas...
 David: Décimas!
 Sandra: E aqui (aponta para o 27)? Duas quê?
 David: Vinte e sete unidades
 Sandra: Então como é que tu somas 27 unidades mais cinco e tens setenta e nove? (silêncio) Se eu te der vinte e sete euros e a professora Sónia te der cinco euros e vinte... Tu tens setenta e nove?
 David: Hum... Nop!
 Sandra: Atenção que tu estás a somar... Mas tens que somar unidades com unidades...
 David: Então vou acrescentar aqui um zero (refere-se ao 5,2)? E ali vírgula (refere-se ao 79)?
 Sandra: Se achas que sim...

Sandra pede ao aluno que interprete a representação que utilizou, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Cinco quê? Qual é a ordem deste algarismo?”). Inicialmente o aluno parece compreender o que estava incorreto na sua resposta e a professora opta por deixá-lo trabalhar autonomamente.

Discussão coletiva

Na discussão coletiva, Sandra começa por ler cada uma das expressões e solicita a diferentes alunos que expliquem aos colegas como resolveram a tarefa.

Sandra: Qual é que é o sinal que vou colocar ali dentro... Josué?
 Josué: Igual...
 Sandra: Porque? Porque é que me diz que é o sinal de igual?
 Josué: São três unidades mais quatro unidades... Que dá sete...E depois somo as décimas... Oito mais cinco dá treze! (silêncio)
 Sandra: Sim... E então? Quanto é que dá? (silêncio) Olha lá... Tu disseste-me sete unidades (aponta para a representação icónica do quadro) e depois disseste-me treze décimas... Treze décimas é assim (aponta para o 1,3 que registou no quadro)
 Josué: Dá... Oito unidades e três décimas!
 Sandra: Oito unidades e três décimas ou oitenta e três décimas! E deste lado?
 Josué: No outro também dá oito unidades e três décimas!

Sandra pede ao aluno que interprete a representação utilizada, questionando-o através de perguntas de confirmação fechada (“Quanto é que dá?”, “Que número é que

eu tenho ali?”) e de confirmação aberta (“Porquê? Porque é que me diz que é o sinal de igual?”). À semelhança do que fez com David e ao contrário da sua resposta a Fernando, Sandra considera a estratégia de Josué acertada. No entanto, Sandra prossegue a sua intervenção:

Sandra: O Josué somou... Mas nós também podíamos ter feito de outra maneira... Vamos lá a tomar atenção! Que número é que eu tenho ali?

Alunos: Trinta e oito!

Sandra: Trinta e oito décimas! E deste lado?

Alunos : Quarenta!

Sandra: Então eu tinha trinta e oito... Para ter quarenta o que é que eu acrescentei? ...

Alunos: Duas!

Sandra (enquanto faz esquema – Figura 88): [Acrescentei] Duas [décimas]! Ali acrescentei duas décimas (registra no quadro)... Aqui tenho 45 décimas... Ali tenho 43... O que é que eu fiz ao 45 decimas que aqui tinha 43 décimas? (silêncio) Tinha quatro unidades e três décimas e aqui tenho quatro unidades e cinco décimas... Somei ou tirei?

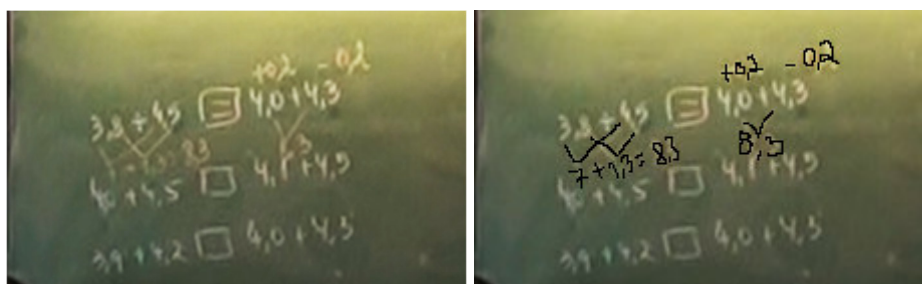


Figura 88 – Representações icónicas utilizadas por Sandra.

Fernando: Tirei...

Sandra: Quantas décimas? Tinha cinco... Fiquei com três...

Fernando: Duas...

Sandra: Duas... Então vamos lá... Se eu dei duas décimas e a seguir tirei duas décimas... Fiquei com... (silêncio) Ao todo... (silêncio prolongado) Zero, não é? Aumentei duas e tirei duas... Então fico com o número... (silêncio) I... Gual!

Sandra informa os alunos sobre a forma de como poderiam ter utilizado a representação simbólica para resolver esta tarefa. Para isso, recorre a uma representação icónica (esquema com representações simbólicas) para registar a diferença de valores entre as diferentes parcelas das expressões (Figura 88). Paralelamente, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“E deste lado?”, “Somei ou tirei?”) e de focalização retórica (“Zero, não é?”). No entanto, a sua explicação não aparenta ser

clara para os alunos que parecem um pouco confusos. Assim, Sónia sugere à colega que peça a Diana que explique como resolveu a tarefa:

Sandra: Então Diana... Qual é o sinal que tu vais colocar? ...

Diana: Menor...

Sandra: Menor... Porquê? Diz-me lá como é que tu pensaste...

Diana: Tinha quarenta [na primeira parte] e fiz quarenta nesse [na segunda parte]... Depois o $[0,1]$ que sobrou juntei ao quarenta e cinco... Depois... De um lado ficou quatro vírgula cinco e do outro ficou quatro vírgula seis... ..

Sandra: Não percebi... Desculpa... Repete lá se faz favor...

Diana: Ali tem quarenta [décimas] e ali tem quarenta e um [décimas]... Tem mais um...

Sandra: Ah... Aqui [no $4,0$] juntaste mais uma décima e ficaste com quarenta e um.

Diana: Não... É que depois está igual no $4,5$...

Sandra: Eu não estou a perceber a estratégia da Diana.

Sónia: ... Imagina... Se sobra um [uma décima] do lado de cá... Logo a expressão é maior! De um lado é $4,0$... Do outro é $4,1$... Do lado direito sobra uma décima... Percebes? ...

Sandra: Ah! É isto que estavas a querer dizer? (aluna responde afirmativamente). Não percebi isso! Está bem... Bem... Foi no fundo aquilo que eu estive aqui a explicar... Eu é que não estava a perceber a explicação dela... ..

Sandra desafia Diana a explicar como utilizou a representação do enunciado da tarefa, questionando-a através de uma pergunta de inquirição (“Porquê?”). No entanto, apesar da resposta da aluna ser clara, a professora não consegue compreender o raciocínio de Diana e parece confusa. Assim, a intervenção de Sónia torna-se fundamental, na medida em que informa a colega e a turma relativamente aos aspetos mais relevantes sobre a utilização e interpretação da representação do enunciado da tarefa. Apesar do ênfase que Sónia dá à estratégia utilizada por Diana, Sandra parece discordar da colega e considerar que a sua sugestão para utilizar e interpretar a representação do enunciado da tarefa é idêntica à forma como Diana o fez, não acrescentando nada de novo. No entanto, apesar do raciocínio ser idêntico, na forma como Sandra resolve a tarefa parece haver a necessidade de calcular, quantificar e representar simbolicamente as diferenças entre as diferentes expressões, o que não acontece na estratégia de Diana. Após a intervenção de Diana e de Sónia, os alunos parecem ficar mais participativos e menos distraídos, o que

talvez indique que, através da explicação da colega, muitos conseguiram interpretar e utilizar a representação do enunciado da tarefa.

De uma forma geral, na introdução da tarefa, Sandra dá início à exploração da tarefa, sem fazer uma introdução formal (à semelhança do que acontece na maioria das tarefas que propõe aos alunos). No entanto, reforça junto dos alunos a importância de justificar as suas respostas.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, Sandra analisa o trabalho da turma e alterna as suas ações entre validar ou invalidar as representações que observa e pedir para interpretar a representação utilizada através de perguntas de confirmação fechada.

Na discussão coletiva, as ações de Sandra variam bastante. A professora alterna entre três ações: (i) pedir para interpretar a representação do enunciado da tarefa (através de perguntas de confirmação); (ii) informar sobre a utilização e interpretação da representação do enunciado da tarefa (através de perguntas de confirmação fechadas e de focalização retórica); e (iii) desafiar para a interpretação e utilização da representação (através de perguntas de inquirição). É neste momento da aula que Sandra sugere o recurso a uma representação icónica, com o intuito de promover a compreensão por parte dos alunos (através do estabelecimento de conexões entre ambas as representações), o que não parece ter o efeito pretendido. Por outro lado, através da explicação de Diana, reforçada pela ação de informar de Sónia, o número de alunos com dificuldades parece diminuir.

Turma de Ricardo – Dinamização feita por Ricardo

Introdução da tarefa.

Na sala de Ricardo, o professor é responsável pela dinamização da tarefa enquanto Sandra apoia alguns alunos individualmente.

Ricardo: Se olharem com atenção... Vocês já fizeram exercícios parecidos com este, não já? Esses números que temos aqui, os números decimais, temos algumas operações para realizar... Aliás... estas operações são para realizar... (silêncio) Na nossa cabeça! Não é para fazer o algoritmo...

Vanessa: Mas oh professor... Isto é esquisito...

Ricardo: Mas deixa-me explicar... Nós temos aqui algumas operações... Vou dar aqui o exemplo da primeira... Temos 3,8 e 4,5... E eu quero saber se tenho mais... Se esse valor ... Se o valor dessa soma é mais elevado, é igual ou é menor do que o que está do outro lado ... Que é 4,0

e 4,3... Nós já fizemos um exercício deste género, não fizemos? Certo?
. . . Sem fazer o algoritmo, sem fazer a conta em pé!

Carlos: Mas não podemos fazer a conta?

Ricardo: Se podemos fazer a conta? Não! Isto é para colocar lá o sinal sem fazer a conta! . . . Então no exercício 1 (lê o enunciado) eu quero que vocês me expliquem porque é que um é maior e não é o outro... Ou porque é que são iguais! Está? É para fazer isto sem fazer o algoritmo!

Ricardo informa a turma sobre a interpretação do enunciado da tarefa, questionando-os através de perguntas de focalização retórica (“Vocês já fizeram exercícios parecidos com este, não já?”, “Nós já fizemos um exercício deste género, não fizemos?”). Entretanto, tal como havia previsto, a turma questiona-o relativamente às representações que poderá ou não utilizar, mais especificamente, sobre o recurso à representação simbólica e o professor invalida o recurso ao algoritmo para resolver a tarefa questionando os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Ou porque é que são iguais! Está?”).

Trabalho autónomo dos alunos

Após a introdução da tarefa, os alunos trabalham autonomamente, solicitando bastante a presença de Ricardo:

Vânia: Professor... Isto está certo?

Professor: Já vamos ver se isso está certo ou não... Não consigo agora olhar e ver de repente...

. . .

André: Professor e se eu fizer diferente, assim?

Ricardo: Se podes fazer assim? Podes! Podes e deves! . . .

Aníbal: Já acabei!

Ricardo: Então quem já acabou aguarda um bocadinho para os colegas terminarem, está bem? . . .

Os alunos mostram-se impacientes face à resolução da tarefa e requerem a atenção constante de Ricardo que não consegue dar resposta a todas as solicitações. Por vezes, indica-lhes que devem aguardar até à discussão coletiva de resultados para aferir se a sua interpretação da representação e resolução estão corretas, enquanto noutras valda ou invalida a interpretação e utilização que fazem da representação do enunciado da tarefa. A certa altura, o professor sente-se frustrado e desmotivado com a dinamização da tarefa e desabafa com Sandra.

Ricardo (para Sandra): Eu deixo-os a fazer isto sozinhos... Mas depois tenho que estar a corrigir um a um... Tenho que estar a ver se está certo... Vou passar aqui a tarde toda...

Vasco: Professor, eu não estou a perceber isto lá muito bem...

Ricardo (para a turma): Então eu vou dar só um exemplo, ok? Só um exemplo! Eu vou dar o exemplo da primeira... Nós... Fazemos como se fossem duas equipas! Esta é uma equipa (aponta para os elementos à esquerda do retângulo – Figura 89a) ... Certo? E esta é outra equipa (aponta para os elementos à direita do retângulo). Está? São duas equipas! Esta é a primeira parte do jogo (circula a primeira parte de cada elemento - figura a) e esta é a segunda parte do jogo (circula a segunda parte de cada elemento com uma cor diferente – Figura 89b) . . .

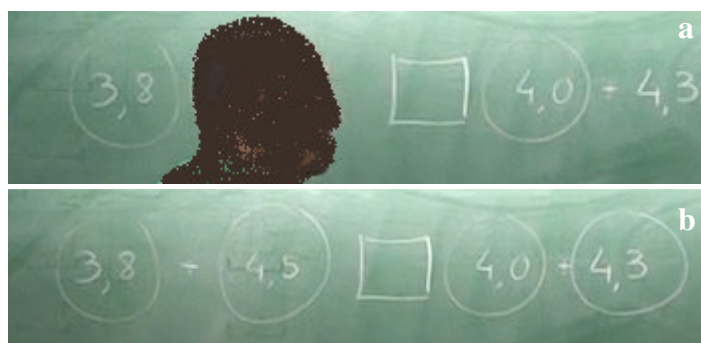


Figura 89 – Representação icónica utilizada por Ricardo.

Face às dificuldades da turma que solicita bastante o auxílio de Ricardo, o professor aproveita a intervenção de Vasco para sugerir o recurso à representação simbólica do enunciado da tarefa e informar a turma sobre a sua utilização. Assim, equipara os dados de cada expressão a resultados de um jogo de futebol que deverão ser comparados para se saber quem “ganha” e registar no retângulo, o sinal $>$, $<$ ou $=$ correspondente. Durante a sua explicação, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Então eu vou dar só um exemplo, ok?”, “Esta é uma equipa... Certo?”) e depois prossegue.

Ricardo: Então... Se esta equipa aqui... Na primeira parte tem 3,8 e esta tem 4,0... Qual é a equipa que tem mais?... Na primeira parte?

Alunos: 4,0!!

Ricardo: 4,0! E tem mais quanto??

Alunos: Duas! Duas décimas!!

Ricardo: Duas décimas! Como é que eu escrevo duas décimas?

Alunos: 0,2!

Ricardo: 0,2! Então... Esta equipa na primeira parte tem 0,2 (escreve no quadro – Figura 90) a mais do que aquela! Certo?

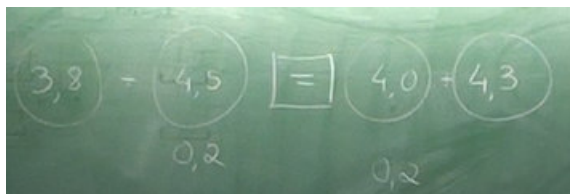


Figura 90 – Representação icónica utilizada por Ricardo.

Ricardo: E na segunda parte? Qual foi a equipa que marcou mais?

Alunos: 4,5!!

Ricardo: Esta porque tem 4,5 e aquela tem 4,3... Qual é que tem mais? É esta, não é? (aponta para o 4,5) Quanto é que tem mais?

Alunos: 0,2! É empate!!

Ricardo (escreve 0,2 no quadro - figura): Então... No fim do jogo... Empataram!! Certo? . . .

Na segunda parte da sua explicação, Ricardo pede aos alunos que interpretem a representação do enunciado da tarefa, recorrendo à forma sugerida pelo professor. Para isso, questiona-os através de perguntas de confirmação fechada (“Qual é a equipa que tem mais?”, “Quanto é que tem mais?”) e perguntas de focalização retórica (“É esta, não é?”, “Certo?”). Entretanto, Francisco interpela o professor dizendo-lhe que não percebeu a explicação do professor:

Ricardo: Nós já fizemos também... (desenha uma reta graduada- Figura 88) Vários exercícios com a reta, não já? Olha para aqui! Se eu tiver aqui o 3 (assinala o 3 na reta – Figura 91)... Aqui tenho três... (silêncio) Vírgula... (silêncio) Aqui tenho três vírgula quanto?

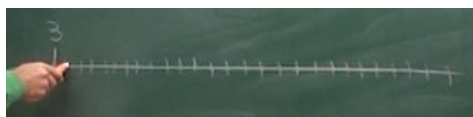


Figura 91 – Representação icónica da reta graduada utilizada por Ricardo.

Carlos: Quatro!?

Ricardo: Três vírgula quatro? Aqui? Três vírgula...

Carlos: Um! . . .

Ricardo: . . . A seguir ao 4,0 e ao 3,0 vamos outra vez contar as casas decimais! 4,0, 4,1... . . . Cinco! Então... Se eu tenho aqui 3,8... Onde é que eu vou colocar o 3,8 aqui nesta reta?

Carlos: Ao pé do quatro...

Ricardo: Ao pé do quatro... Aqui? (aponta para 4,2 e aluno acena negativamente) Aqui? (aponta para 4,1 e o aluno acena negativamente) Onde?

Carlos: Para o outro lado!!

Ricardo: Aqui? (aponta para 3,9)

Carlos: Não! Mais um [para o lado]!

Ricardo: Certo... Então tenho aqui o 3,8... E o quatro? Onde é que eu o tenho? Aqui! (aponta para o 4) Qual é que é maior?

Carlos: O quatro...

Ricardo: O quatro! É, não é? Então este aqui tem menos duas décimas do que aquele... Certo? Alguém não está a perceber?

Ricardo decide introduzir a representação da reta graduada para que os alunos compreendam a interpretação que sugeriu e pede à turma que interprete a nova representação a que, aparentemente, recorre com maior frequência. Para isso, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“Aqui tenho três vírgula quanto?”, “Qual é que é maior?”), confirmação aberta (“Onde é que eu vou colocar o 3,8 aqui nesta reta?”, “Ao pé do quatro... Aqui?”) e de focalização retórica (“É, não é?”, “Onde é que eu o tenho? Aqui!”). Depois desta explicação, Ricardo decide deixar os alunos voltar a trabalhar autonomamente antes de prosseguir para a discussão coletiva de resultados.

... Fernando: Professor... Isto aqui está certo?

Ricardo: Não sei se está certo... Tu é que tens que pensar nisso! Eu fiz o primeiro... Dei o exemplo do primeiro... Que está ali no quadro... Se aquela equipa na primeira parte ganhou por 0,2 e depois na segunda parte ganhou a outra por 0,2... Então eles ficaram... Empatados! Então depois aqui dizes os sinais...

Na segunda parte do trabalho autónomo dos alunos, os alunos solicitam Ricardo com muito menor frequência, o que parece indicar que parte da turma compreendeu e recorreu à forma como o professor utilizou a representação do enunciado da tarefa. Para além disso, quando interpelam o professor, Ricardo remete-os sempre para a interpretação e utilização que fez do enunciado da tarefa e deixa-os trabalhar novamente autonomamente.

Discussão coletiva

Neste momento da tarefa, Ricardo pede a Madalena que retome a discussão da tarefa iniciada no trabalho autónomo dos alunos.

Ricardo: Madalena, percebeste aquilo que eu fiz ali no quadro?

Madalena: Não...

Ricardo: Olha lá para aqui... Nós temos aqui deste lado a equipa A e temos aqui deste lado a equipa B, está bem? (Figura 92) E eu quero saber qual é a equipa que vai ganhar... Ou se elas vão ficar empatadas!

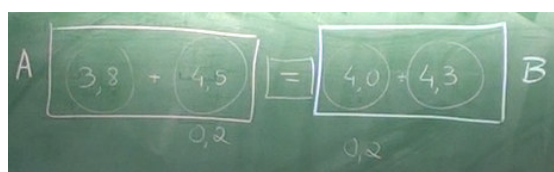


Figura 92 – Representação icónica utilizada por Ricardo.

Ricardo: A primeira parte do jogo... Está aqui a castanho! Aqui as primeiras partes (aponta) e aqui as segundas partes (aponta), está bem? Na primeira parte... Olha lá para os números... A primeira parte tem 3,8 e a segunda tem 4,0... Qual é que tem mais?

Madalena: A [parte] B...

Ricardo sente necessidade de explicar pela terceira vez a interpretação que fez da representação do enunciado da tarefa. Desta vez, informa Madalena sobre a interpretação da representação do enunciado da tarefa, questionando-a através de perguntas de focalização retórica (“Nós temos aqui deste lado a equipa A e temos aqui deste lado a equipa B, está bem?”) e de confirmação fechada (“Qual é que tem mais?”).

Ricardo: A [parte] B! E tem mais quanto?

Madalena: Mais...

Flávio: Duas décimas!

Ricardo: Olha aqui! (aponta para a reta graduada- Figura 93) . . . Três vírgula oito! O quatro vírgula zero quantas décimas a mais é que são? (silêncio)

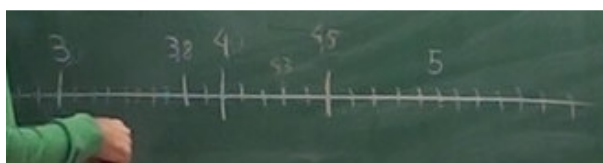


Figura 93 – Representação icónica da reta graduada utilizada por Ricardo.

Madalena: Um?

Ricardo: Um? É aqui? (aponta para 3,9)

Madalena: Ah! Duas!

Ricardo: Então... Eu tenho que andar... Do 3,8 tenho que andar duas décimas... Olha aqui! (faz o movimento de “saltinhos” na reta) Três vírgula nove... Quatro! Quantas vezes é que eu andei? Não foi duas? Então... Tem mais duas décimas... Esta equipa... A equipa B, na primeira parte ganhou por duas décimas! Está bem? Agora vamos ver a segunda parte! Na segunda parte, a equipa A tem 4,5 e a equipa B tem 4,3... Qual é que ganhou na segunda parte? 4,5 e 4,3... (silêncio) Foi a equipa... (silêncio prolongado) A equipa A! Certo? Ganhou por quanto? (silêncio prologado)

Madalena: Por dois...

Ricardo: Ganhou por dois... Por dois quê? Por duas...

Madalena: Décimas!

Ricardo pede a Madalena que interprete e utilize conjuntamente a representação simbólica do enunciado da tarefa e a representação da reta graduada e simultaneamente conduz a aluna ao estabelecimento e conexões entre as duas representações. Para isso, questiona Madalena através de perguntas de confirmação fechada (“E tem mais quanto?”, “Por dois quê?”) e por focalização retórica (“A equipa B, na primeira parte ganhou por duas décimas! Está bem?”, “A equipa A! Certo?”). Em seguida, Ricardo prossegue com a resolução das restantes expressões:

Ricardo: Aqui tens $3,9 + 4,2$ e $4,0 + 4,3$... Porque é que tu dizes que este lado é maior (segundo elemento)?

Caetana: Porque tem mais 0,1...

Ricardo: Dizes que a equipa B tem mais 0,1 [na primeira parte]...

Caetana: E aqui também tem mais 0,1...

Ricardo: Então essa equipa ganhou nas duas partes... É isso? (aluna acena afirmativamente) Está certo... E o outro a seguir?

A partir da segunda expressão, Ricardo pede aos alunos que expliquem como interpretaram e utilizaram a representação, questionando-os através de perguntas de confirmação aberta (“Porque é que tu dizes que este lado é maior?”) e de focalização retórica (“Então essa equipa ganhou nas duas partes... É isso?”).

Ricardo: ... Aqui (Figura 94)... Ganhou a primeira parte e depois ganhou a segunda parte... Ganhou o jogo! E ganhou por quanto?

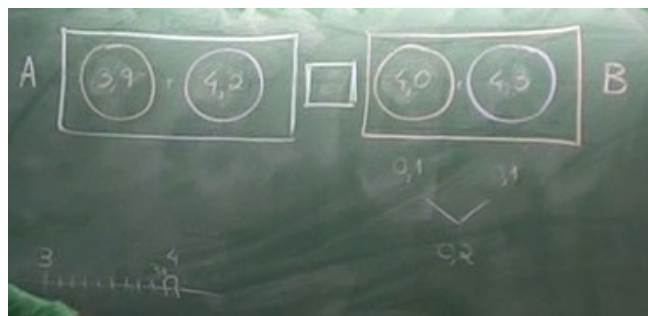


Figura 94 – Representação icónica utilizada por Ricardo.

Alunos: Duas décimas!

Ricardo: Duas décimas! Uma na primeira e outra na segunda! Ganhou o jogo por 0,2! Eu não sei o resultado desta equipa... Nem sei o resultado daquela... Mas sei que esta tem mais 0,2 do que aquela, certo?

Perto do final da resolução da tarefa, Ricardo informa os alunos sobre os aspetos mais relevantes da tarefa, sistematizando alguma da informação mais importante (“Eu não sei o resultado desta equipa... Nem sei o resultado daquela... Mas sei que esta tem mais 0,2 do que aquela”). Para isso, questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechada (“E ganhou por quanto?”) e de focalização retórica (“Mas sei que esta tem mais 0,2 do que aquela, certo?”). Entretanto, Ricardo sente alguma relutância em prosseguir a exploração de toda a tarefa por considerar que será irrelevante. No entanto, Sandra pressiona o colega, para que sistematize também as expressões que implicam a subtração através da participação de Francisco.

Ricardo: Queres Francisco? Vamos lá explicar a subtração... . . . Vamos ouvir a explicação do Francisco...

Francisco: A primeira parte dá 15 a 15... Depois... Na primeira tira menos dois... E aqui [na segunda equipa] dá 15 a 15 mas depois tiraram mais três... Por isso a equipa que ganhou foi a equipa A.

Ricardo: Foi a equipa A... Sim... E porquê?

Francisco: A equipa A ganhou porque... Porque a equipa B tirou mais 3... E a equipa A tirou só dois... Por isso... Ficou -1 na equipa B...

Mauro: Olha... Ele explicou bem!

Ricardo desafia o aluno para que explique aos colegas como utilizou e interpretou a representação do enunciado da tarefa. Assim, questiona Francisco através de perguntas de inquirição (“Queres Francisco?”, “Porquê?”). No entanto, apesar da explicação clara de Francisco, Ricardo sente necessidade de sistematizar a explicação do aluno.

Ricardo: Olhem lá para aqui... (aponta para reta graduada – Figura 95) Eu tenho aqui o número 15... Na primeira parte... As duas equipas empataram... As duas equipas têm quinze... Não é? Nesta segunda parte, não se esqueçam que nós aqui... Isto é uma subtração! Nós não estamos a marcar golos! Estamos a tirar golos! Está? Sim? Estamos a perder golos... Não estamos a marcar mais... Estamos a perder... Então... Na segunda parte... Esta equipa (aponta para a primeira parte) perdeu 0,2... 15-0,2... Tenho que andar quantas casas decimais para trás?

Alunos: Dois!

Ricardo: Duas casas... Duas décimas! Fica quanto aqui (usa a reta graduada)... Catorze vírgula... (silêncio)

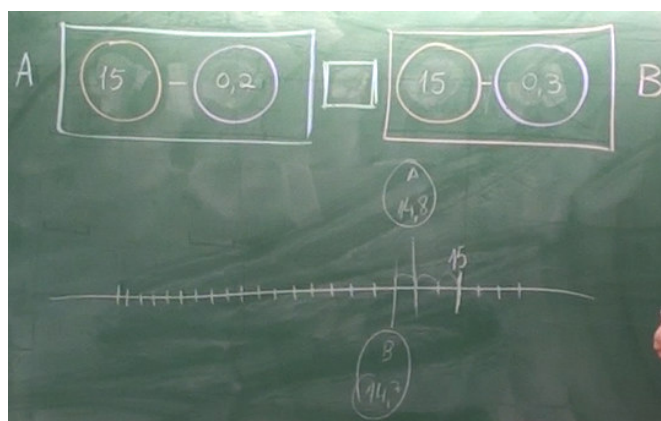


Figura 95 – Representações icónicas utilizadas por Ricardo.

Simão: É para trás, não é professor? É 14,9!

Ricardo: É para trás! Qual é a décima antes do 15? É o 14,9! . . . E aqui tenho o 14,8... Então a equipa A fica com 14,8, certo? E a equipa B? Também estava no 15... Mas perdeu quantas décimas? Três! Uma, duas, três (enumera enquanto conta na reta graduada)! Ficou com...

Alunos: 14,7!

Joana: É fácilimo!

Ricardo: Ficou com 14,7... Então... Qual foi a equipa que ganhou? A “A” ou a “B”?

Alunos: A “A”!!!

Ricardo recorre novamente à reta graduada de forma a conduzir os alunos ao estabelecimento de conexões entre as duas representações e, simultaneamente, informa a turma sobre os aspetos que considera mais relevantes (subtração implica “andar para trás” e “tirar golos”). Para isso, questiona os alunos através de perguntas de focalização retórica (“Qual é a décima antes do 15? É o 14,9!”, “Então a equipa A fica com 14,8, certo?”) e perguntas de confirmação fechada (“Tenho que andar quantas casas decimais para trás?”,

“Então... Qual foi a equipa que ganhou?”). No final da discussão, Leonardo oferece-se para explicar aos colegas como terminou a tarefa.

Leonardo: Eu não sei se acertei...

Ricardo: Mas se não sabes, mais uma razão para dizeres que é para eu te explicar onde é que erraste! Vamos lá fazer a subtração! . . .

Leonardo: Isso dá igual!

Ricardo: Dá igual? Dá igual porquê?... Agora explica...

Leonardo: Mas eu não sei explicar...

Ricardo: Imagina que eu era um menino pequenino do 1.º ano... E tu dizias assim: “Isto dá igual!”... E eu: “Pois, está bem... . . . Mas gostava que me explicasses porquê?... Porque eu não percebo!”

Leonardo: Está bem... Eu vou explicar... 2,30 e 2,3... É igual... É a mesma coisa! . . . Estão empatados! E 2,10 ou 2,1 é igual...

Ricardo: é igual... Então também empataram!

Leonardo: Se fosse 2,01 já era diferente... . . .

Ricardo desafia Leonardo a interpretar e utilizar a representação do enunciado da tarefa. Assim, questiona-o através de perguntas de inquirição (“Dá igual porquê?...”, “Pois, está bem... . . . Mas gostava que me explicasses porquê?... Porque eu não percebo!”). Desta forma, o aluno consegue explicar que os números das duas expressões são iguais e que por essa razão ambas as expressões são idênticas.

De uma forma geral, nesta tarefa, as ações e o tipo de questionamento utilizados por Ricardo são muito semelhantes aos utilizados por Sandra. Na introdução da tarefa, as suas ações reduzem-se à ação de informar os alunos sobre a informação mais relevante (através de perguntas de focalização retórica) e invalidar o recurso à representação simbólica do algoritmo. Tanto no trabalho autónomo dos alunos como na discussão coletiva, para além das ações de informar os alunos sobre a informação mais relevante, Ricardo (i) pede à turma para interpretar as representações utilizadas (tanto a representação do enunciado da tarefa como a representação que sugere) e, pontualmente, (à semelhança de Sandra, apenas no momento de discussão coletiva) (ii) desafia os alunos para interpretar a representação do enunciado da tarefa. Relativamente ao questionamento utilizado, tal como a colega, Ricardo recorre maioritariamente a perguntas de confirmação (aberta e fechada) e de focalização retórica, verificando-se perguntas de inquirição apenas nos momentos em que desafia os alunos a interpretar e utilizar a representação do enunciado da tarefa. À semelhança do que fez Sandra, Ricardo sente necessidade de sugerir o recurso a uma representação icónica (reta graduada) de forma a

estabelecer conexões entre ambas as representações e promover a compreensão por parte dos alunos. A diferença entre as práticas dos dois professores prende-se com a contextualização que dão à realização da tarefa e ao recurso à reta graduada (na turma de Ricardo), utilizada para promover a compreensão do numeral decimal e assim facilitar a resolução da tarefa.

Reflexão pós aula

Os professores começam a sessão de reflexão pós aula (instrumento de trabalho – Anexo 28; planificação – Anexo 29) fazendo um balanço sobre a tarefa:

Sónia: [A tarefa correu] Menos bem que as outras...

Investigadora: Porquê?

Sónia: Eles estavam menos empenhados... Menos motivados nas tarefas... Os meus estavam completamente adormecidos e acho que eles podiam ter dado bem mais... Sinceramente! Acho que sabiam muito mais do que mostraram! . . .

Investigadora: E o que estará por detrás...

Sónia: Não é uma coisa que eles gostem tanto... Não estavam tão empenhados... Também te digo que sendo segunda feira eles também estavam... . . . As tarefas [alíneas] também não eram muito lineares... Não eram de caras! Eram situações que envolvem raciocínio e é uma coisa que eles não gostam! O cálculo mental para eles... Aquilo o cálculo mental... Ai meu Deus!! É verdade!

Para Sónia a realização da tarefa do pensamento relacional deixou-a frustrada, na medida em que sentiu os alunos desmotivados e poucos empenhados. Na sua opinião, à semelhança do que os professores referiram durante a sessão de preparação da tarefa, o trabalho com representações com numerais decimais não é do agrado dos alunos. Além disso, a professora considera que as tarefas que impliquem a justificação do raciocínio ou a realização de cálculo mental são, normalmente, alvo de rejeição por parte dos alunos. Entretanto, Sandra comenta a forma como Ricardo explorou a tarefa na sua sala de aula.

Sandra: Eu achei a estratégia do Ricardo fabulosa!

Ricardo: A das equipas? Quer dizer eu... Isto não foi nada muito pensado... Eu estava a tentar explicar-lhes esta...

Sandra: Que eu diria que seriam os alunos dele a ter mais dificuldades a resolver esta [tarefa] e deram um bailinho [às outras turmas]... Com uma pinta!

Ricardo: Estava a tentar explicar-lhes isto e não estava a conseguir...

Sónia: Porque isto também não era simples...

Ricardo: E de repente... Lembrei-me de transportar isto para o futebol e poderia ser como um jogo... Foi assim! Um jogo em duas partes... Portanto... Temos a equipa A e a equipa B... Aqui temos o quadrado no meio e não temos o resultado ainda ... Isto é a primeira parte do jogo Eu até fiz isto com cor de rosa e este com cor de rosa que é a primeira parte do jogo e aqui a segunda parte do jogo de verde ou de azul... Não sei... Já não me lembro de que cor é que fiz... Portanto “Vamos ver na primeira parte... Esta equipa marcou 3,8 e esta marcou 4... Então nesta quem é que marcou mais?... Foi esta! Marcou mais quanto? Mais 0,2 na primeira parte. Na segunda parte esta equipa marcou 4,5 e esta marcou 4,3... Qual é que marcou mais? Marcou esta? Marcou quanto a mais? 0,2 Então... Se esta marcou 0,2 e esta marcou 0,2 na segunda... Empataram!”

Sónia: Exaaatamente! Gostei!! . . .

Sandra: Eu achei que foi confuso a questão da subtração na turma da Sónia... No caso da turma do Ricardo como se tratou de “perder” . . . Com a estratégia do jogo e com o: “Quando tenho a adição estou a ganhar e quando tenho a subtração estou a perder” ali foi simples... . . .

Sandra elogia o modo como Ricardo motivou os seus alunos e considera muito interessante a forma de interpretar a representação simbólica do enunciado da tarefa que o colega sugeriu. Na sua ótica, o paralelismo com o jogo de futebol aproximou a linguagem matemática das vivências e da linguagem natural dos alunos, o que fez com que a turma de Ricardo mostrasse menos dificuldades na resolução desta tarefa do que as turmas de Sónia e de Carla. O professor confessa que sentiu dificuldades em explorar esta tarefa com os alunos e que foi uma decisão espontânea, sem planificação prévia, indicando que esta estratégia surgiu com o intuito de colmatar as dificuldades que o professor sentiu nos seus alunos.

Sónia: . . . E depois aqui transportaste para a reta!

Ricardo: Aí foi para eles verem quem é que tinha a mais e quanto a mais! Portanto... Este tinha 3,8 e o outro tinha 4,0... Onde é que estava o 4,0... E o 4,3 com o 4,5... Em que sítio da régua é que se situava... Eu até fiz... [Noutras tarefas] Fiz uma folha A4 cheia de retas com os valores diferentes para trabalhar com eles na sala... Para eles verem... Onde é que se situava na reta...

Sónia: É uma coisa que eu não uso muito... Nunca senti muita necessidade [de usar a reta graduada]... Utilizei-a... Trabalhei-a... Mas sinceramente não é uma coisa que eu recorra todos os dias...

Ricardo: Eu recorro muito à reta porque eles dizem-me muitas vezes quando eu estou... Quando eu lhes pergunto por exemplo como neste exemplo... Qual é que é maior? 3,8 ou 4,0... E às vezes [eles respondem] 3,8! Não me digam uma coisa dessas! Passo-me logo! Então tenho necessidade de lhes mostrar a reta e dizer-lhes que o 3,8 está aqui e que o 4,0 está ali... Qual é que é maior? Quer dizer... E aí, sim, eu tenho que recorrer à reta, muitas vezes! Sempre!

Sandra: Eu acho que tem a ver com o que a Sónia estava a dizer... Nós a partir de uma determinada altura, achamos que eles já estão crescidos e que há conceitos que já estão interiorizados ... Achamos ou pelo não valorizo tanto a reta... Mas no caso da turma do Ricardo acho que sim... Eles como têm tantas dificuldades faz-lhes mais sentido... Agora eu no dia a dia acabo já por não utilizar... . . .

O recurso à representação da reta graduada é alvo de reflexão por parte do grupo. Assim, enquanto Ricardo considera que é uma representação à qual recorre com frequência e que considera de muita utilidade para que os alunos compreendam a representação do numeral decimal e o valor posicional dos algarismos, as colegas consideram que no 3.º ano de escolaridade é uma representação que os alunos já não deveriam utilizar, só se justificando no caso de turmas com mais dificuldades de aprendizagem (como o consideram no caso da turma de Ricardo). Em seguida, questiono Sandra e Sónia relativamente à tarefa introdutória que optaram por fazer, antes da exploração da tarefa planificada conjuntamente:

Sónia: [Serviu] Para introduzir o que era para fazer... E acabei por não conseguir fazer [alguns dias] antes, percebes? Pode [ter condicionado a realização da tarefa]... Mas eu sinceramente senti-os muito apáticos! Naquela aula não pareciam eles! . . . E já tivemos tarefas que exigiam muito deles e eles não tiveram essa... Não acho que tenha sido pela introdução... Até podia ter facilitado!

Sandra: Pois, não [fiz a introdução da tarefa]... Porque... Como achei que eles tinham percebido a questão na tarefa introdutória... . . . Neste caso fiz [uma tarefa introdutória] no próprio dia e achei que era importante fazê-la... . . . [A tarefa introdutória com números inteiros] era uma maneira para os preparar para a tarefa [com a representação dos numerais decimais] e lhes dar ali umas indicações daquilo que eles poderiam fazer!

Ricardo: Eu fiz isso com mais antecedência porque senti necessidade de os preparar melhor... Porque achei que era não era uma matéria que eles iam encaixar à primeira! E se calhar por isso é que fiz com mais antecedência! A Sónia já disse que não foi de propósito... Foi por não ter tempo . . . Mas se calhar se eu achasse que eles com a tarefa introdutória, com os números inteiros, que eles iam rapidamente passar para os

números decimais e que iam perceber... Se calhar também tinha feito no próprio dia... Mas achei que... Se não ficasse aquilo bem explícito na cabeça deles não ia... Não iam fazer nada! Ia passar o tempo a explicar!

O grupo considera que nesta tarefa era crucial a realização de uma tarefa introdutória, que na realidade era a mesma tarefa com a representação dos números inteiros em vez da representação com numerais decimais. Para os professores, a tarefa original era demasiado complexa e diferente do que estão habituados a fazer em sala de aula. Não parece haver uma sensibilização para o facto de que ao repetir a tarefa esta se possa transformar num exercício. Da mesma forma, não parecem considerar que esta repetição possa ter contribuído para a falta de empenho e motivação observada nas turmas. Entretanto, questiono Sandra e Sónia, relativamente à forma como enumeram a representação dos numerais decimais.

Sónia: Trinta e oito décimas? Para ser mais fácil para eles depois fazerem as contas!

Sandra: E porque eu não gosto do “três vírgula tal”... Porque eu gosto de alguma forma de os ir preparando para uma linguagem o mais matemática possível... O mais correta possível e neste caso gosto de ler trinta e oito décimas e não três vírgula oito...

Sónia: O problema é que eles depois fizeram as contas todas sem casas decimais! Reparaste que eles fizeram isso na minha turma? Mas sabes que isso é uma estratégia?... Eu tenho alguns que interiorizaram e que fazem a conta mentalmente sem estar ali a vírgula... Depois esquecem-se de colocar a vírgula...

Sandra: Pois a leitura deles é em décimas... . . .

Ricardo: Pois... Assim não estás constantemente a frisar a vírgula... Não sei quê a vírgula... . . .

Sandra: Eu venho do segundo ciclo... E sei o que é que nós refilamos com os miúdos de 2.º ciclo com a linguagem matemática... Eu nas minhas práticas forço ao máximo para eles terem um contacto com o maior rigor possível na linguagem matemática... Por isso eu gosto de ler “vinte e oito décimas”! . . .

Os professores têm opiniões díspares relativamente à forma como devem ler a representação dos numerais decimais. Sandra prefere ler os números recorrendo a linguagem matemática e defende que é a abordagem mais correta e matematicamente mais rigorosa. Sónia, concorda com Sandra, mas ao refletir no efeito que essa forma de leitura teve na realização da tarefa, conclui que gerou dificuldades nos alunos. Assim, refere que quando os alunos leem a representação do numeral decimal em ordem às

décimas, acabam por obliterar a vírgula, transformando a representação do numeral decimal numa representação de número inteiro. Por sua vez, Ricardo discorda das colegas:

Ricardo: Eu pessoalmente prefiro simplificar a linguagem para eles... Mesmo a questão do algoritmo, da multiplicação e da divisão... . . . Eu prefiro simplificar a linguagem para ver se eles conseguem perceber... Eles já têm muitas dificuldades... Eu não ponho de parte a hipótese de utilizar a décima... Mas utilizaria da forma como a Sónia está a dizer: Três unidades e oito décimas! Podia saltar a vírgula e não dizer a vírgula, mas não diria trinta e oito décimas! Porque acho que ia estar a complicar-lhes a vida!

Sónia: Sabes que eles andaram a fazer exercícios logo no início comigo e com a Sandra... Que era ler de diferentes formas... Ou as unidades e as décimas ou as 123 décimas...

Sandra: Mas depois não trabalhas um dia e parece que acabam por esquecer...

Sónia: . . . Aí também é a história da sistematização que ainda não está muito... Bastante consolidada para eles fazerem... Saberem justificar!

Ricardo: Sim! É mesmo mecanizado! Têm que ao estarem a fazer o algoritmo têm que baixar a vírgula... Se as duas parcelas têm vírgula... O resultado tem que ter vírgula!

Sandra: Alguns fizeram [o algoritmo por escrito], mas outros tentaram fazer de cabeça...

Ricardo considera que a leitura à ordem das décimas não será ainda uma opção na sua turma. O professor reflete um pouco relativamente à linguagem que utiliza na sala de aula com a sua turma e conclui que dá primazia a uma linguagem próxima da linguagem natural dos alunos, de forma a facilitar a compreensão dos diferentes conceitos matemáticos. Nesse sentido, considera que é importante existir uma sistematização de conceitos que promova a mecanização da utilização da vírgula e Sónia refere que esse tipo de sistematização ainda não foi feito. Entretanto, Sandra reflete sobre a intervenção de Diana durante a discussão coletiva.

Sandra: . . . Logo no início... Porque eu comecei a fazer de uma maneira... E a aluna levou para outra e eu achei que a estratégia dela estava boa e depois às tantas agarrei-me à minha e agarrei-me à dela e foi um bocado confuso... . . . Eles não percebiam que ganhar dois e perder quatro, o aluno fica com um número negativo... Eu tentei fazer tudo o mesmo... Explorar tudo do mesmo lado... Enquanto depois que houve uma aluna... Que foi ali a minha salvação... Ela começou a fazer por partes,

como tu fizeste (refere-se a Ricardo) e aí já facilitou também a percepção dos...

Apesar de na sala de aula Sandra parecer considerar como idênticas a forma como resolveu a tarefa e o modo como Diana interpretou e utilizou a representação do enunciado da tarefa, na sessão de reflexão pós aula, a opinião da professora difere. Assim, reconhece que a forma como estava a utilizar a representação do enunciado da tarefa não era clara para os alunos (tornando-se confusa, inclusivamente para Sandra) e constata que, na realidade, a forma como Diana utilizou a representação do enunciado da tarefa se assemelha ao que Ricardo fez com os seus alunos na sala de aula. No final da sessão de reflexão pós aula, os professores referem outras dificuldades que sentiram por parte dos alunos e nas razões que levaram a essas dificuldades.

Ricardo: Nos meus [alunos] acho que foi mesmo... Aqueles que ainda não têm bem a reta na cabeça deles e que às vezes tinham dificuldades em que ver do 4,3 quanto é que ia até ao 4,5 porque às vezes... Eles às vezes ainda contam o 4,3 por exemplo contam 4,3... 4,4... 4,5... Então vão três! Não! 4,3 é onde nós estamos! Temos que contar quantos saltinhos é que nós damos até lá! . . . Ou ainda não me sabem bem situar números na reta... Porque o esquema das equipas de futebol eles perceberam e acho que foi fácil... Mais difícil era mesmo ver qual é que era o maior e qual é que era o mais pequeno... E quanto é que era maior e quanto é que era mais pequeno!

Sandra: Eu vou de encontro àquilo que o Ricardo diz... Mas no fundo... Em parte... Pela ideia de termos o próprio decimal em si! Nós temos unidades que não são completas! Que não são o que eles estão habituadíssimos a trabalhar... Portanto... Estar a somar uma unidade que não é inteira com uma unidade... Com parte de uma unidade... Também não é simples!! Acho que tem a ver com isso!

Ricardo indica que a maior dificuldade dos seus alunos não estava relacionada com a utilização e interpretação da representação do enunciado da tarefa, mas com o facto de alguns alunos ainda não compreenderem o número racional na representação em numeral decimal. Entretanto, questiono Ricardo relativamente ao impasse que sentiu entre continuar ou dar por terminada a discussão da tarefa.

Ricardo: Lá está... [Não queria resolver toda a tarefa] Porque... Bem as subtrações não estava a olhar para elas e sim, eram essenciais... Mas lá está... Das adições bastava fazer duas ou três porque eles já tinham percebido isto... Achei que não era necessário estar a fazer sete ou oito

adições porque ia ser sempre igual! Nas subtrações não! Mas eu não estava a ... Não estava a vê-las!

Sandra: Eu do ponto de vista de quem estava a observar... O Ricardo a certa altura apercebeu-se que eles estavam a... Adotaram aquela estratégia muito bem e, portanto, ia ser muito mais do mesmo e eu aí estava a tentar ganhar tempo para resolver as outras... Porque poderia não ser mais do mesmo...

Ricardo refere que quando percebeu que os alunos tinham deixado de sentir dificuldades na realização da tarefa, equacionou a hipótese de dar por terminada a discussão da tarefa, pois na sua opinião, a continuação da discussão da tarefa serviria apenas para validar ou invalidar os sinais de $>$, $<$ ou $=$. No entanto, com o auxílio de Sandra que o alertou para o facto das expressões não serem todas idênticas, Ricardo percebeu que não seria a decisão mais acertada e optou por discutir toda a tarefa com a sua turma.

De uma forma geral, os professores mostram-se frustrados com a dinamização desta tarefa. Na sua perspetiva, os alunos estavam pouco motivados e empenhados, o que pode dever-se ao tipo de tarefa proposta e a outros fatores inimputáveis ao grupo (como o dia da semana). Por outro lado, não consideram que o facto de terem explorado o mesmo tipo de tarefa recentemente tenha condicionado o comportamento dos seus alunos.

Ao refletir sobre as ações de Ricardo, o grupo considera que a forma como abordou a tarefa, contextualizando-a no âmbito de um jogo de futebol, foi promotora da compreensão dos alunos. O professor refere ainda a importância da reta graduada para a compreensão do numeral decimal, mas as colegas reconhecem que não utilizam este tipo de representação com os seus alunos.

O grupo discute também o modo como a representação dos numerais decimais deve ser lida, o que causa alguma discórdia na medida em que a leitura matemática correta pode ser promotora de dificuldades de compreensão e de utilização da representação dos numerais decimais.

Nesta sessão, os professores refletem um pouco sobre algumas das decisões que tomaram e nas implicações que as suas decisões tiveram ou não nos seus alunos. Assim, Sandra refere-se à participação de Diana como sendo positiva (ao contrário do que aparentou sentir em sala de aula) e Ricardo reflete sobre ter equacionado interromper a discussão de resultados.

8.4. Discussão

Nas tarefas que incluem representações com números racionais, os professores mostram-se mais apreensivos e indicam que este é um conceito onde os alunos apresentam mais dificuldades. Contudo, também parece ser um conceito onde os professores se sentem menos confiantes, o que parece ser notório através do seu discurso quando falamos dos números racionais ou através da variedade de representações a que recorrem na sala de aula (por exemplo, utilizam uma maior diversidade de representações quando trabalham número inteiros). As razões que levam a este desconforto, poderão estar relacionados com o conhecimento matemático ou com o conhecimento pedagógico dos professores, mas não se conseguiram aferir através desta investigação.

Relativamente à forma como exploram as tarefas, o momento de introdução da tarefa, apesar de ter pouco investimento por parte dos professores (que optam maioritariamente por perguntas de focalização retórica e de confirmação), continua a ser o momento privilegiado para a negociação de significados, nomeadamente na interpretação das representações verbais que constam no enunciado da tarefa.

No trabalho autónomo dos alunos, o tipo de questionamento varia consoante a tarefa proposta. Assim, na tarefa do “Pensamento Relacional” a maioria das perguntas são de confirmação fechada e de focalização retórica, o que pode indicar alguma insegurança na exploração da tarefa, por parte dos professores. Na tarefa “As moedas” os professores recorrem também a perguntas de confirmação aberta, mas a existência de uma representação das moedas no enunciado da tarefa pode ter condicionado a existência de ações de desafiar e, conseqüentemente, perguntas de inquirição. Por sua vez, na tarefa dos bolos, que permitia o surgimento de uma maior variedade de representações por parte dos alunos, os professores recorrem a perguntas de focalização retórica, confirmação e inquirição. Assim, aparentemente, o tipo de tarefa proposta pode condicionar não só o tipo de ações, mas também o tipo questionamento dos professores. Nesse sentido, tarefas que permitam o recurso a diferentes tipos de representações criam oportunidades para que os professores consigam desafiar os seus alunos a utilizar diferentes tipos de representações e a interpretar as que utilizaram, recorrendo a perguntas de inquirição. Da mesma forma, na discussão coletiva das tarefas de “Pensamento Relacional” e de “As moedas”, a maioria das perguntas são de confirmação (abertas e fechadas) e de focalização retórica, havendo pequenas tentativas de perguntas de inquirição com uma expressão reduzida no total de perguntas efetuadas.

A atividade dos alunos e as dificuldades que sentem na realização das tarefas condiciona a forma como os professores conduzem as tarefas e como gerem os três momentos na sala de aula o que faz com que por vezes a duração do trabalho autónomo seja reduzido, ou a discussão coletiva seja mais centrada no professor numa comunicação mais unidirecional.

Globalmente, a tarefa do pensamento relacional foi a que apresentou maiores dificuldades a professores e alunos, na medida em que a primeira abordagem de todos passou pelo recurso ao algoritmo da adição e da subtração para resolver esta tarefa. Aparentemente, existe uma formatação para este tipo de tarefas, em que a solução da tarefa passa pela realização de um algoritmo, na medida em que o objetivo da tarefas em manuais e fichas de trabalho se prende unicamente com a identificação e colocação correta do sinal $>$, $<$ ou $=$, sem necessidade a qualquer tipo de justificação. Assim, professores e alunos habituados a resolver esta tarefa como um exercício, tiveram dificuldade em resolvê-la no âmbito da Resolução de Problemas, considerando que ao fazê-lo seria aumentar demasiado o nível de dificuldade de uma tarefa.

Relativamente ao papel das representações na resolução das tarefas que envolvem representações com números racionais, o grupo considera que as representações icónicas e pictóricas são importantes numa primeira abordagem para que os alunos compreendam o conceito de número racional, mas que não se adequam a alunos do 3.º ano, exceto quando estes apresentam muitas dificuldades (o que é visível na tarefa do “Pensamento relacional” em que Ricardo foi o único professor que equacionou a utilização da reta graduada). Assim, os professores privilegiam representações simbólicas na forma de numeral decimal e quando os alunos recorrem a outras representações, não as invalidam, mas informam-nos como poderiam resolver a tarefa utilizando o numeral decimal, conduzindo-os ao estabelecimento de conexões entre ambas as representações. A forma como privilegiam o numeral decimal parece espelhar-se na atividade dos seus alunos, que também o fazem. No entanto, a exceção encontra-se na resolução de tarefas que implica determinar a parte de um todo, em que os alunos recorrem com maior frequência a representações pictóricas e icónicas e em que os professores consideram natural e expectável que o façam. Para professores e alunos, a representação simbólica do algoritmo também surge muito associada às representações de números racionais. Assim, em duas das tarefas analisadas, entre as representações sugeridas pelos professores ou nas produções dos alunos surgem algoritmos ou cálculos mesmo quando este tipo de representação não é necessário à realização da tarefa (algoritmo da adição e cálculo

multiplicativo na tarefa das moedas, algoritmo da adição na tarefa do pensamento relacional).

Na introdução das tarefas, os professores não introduzem novas representações para auxiliar na compreensão do enunciado da tarefa, mas na tarefa de “Os bolos” sugerem oralmente o recurso a representações icônicas (na forma de esquemas) e na tarefa de “Pensamento relacional” face ao que o grupo tinha previsto na sessão de preparação da aula, Ricardo invalida à priori o recurso à representação simbólica do algoritmo. Durante o trabalho autónomo dos alunos, as representações escolhidas e utilizadas pelos alunos são a base de discussão individual entre professor e aluno. Os professores tentam perceber (i) se os alunos conseguem interpretar corretamente as representações que utilizaram; (ii) qual o raciocínio inerente às representações escolhidas; e (iii) no caso de respostas erradas, o que levou o aluno a enganar-se e como o podem ajudar a corrigir a sua resposta. Na discussão coletiva, ao contrário de tarefas anteriores, as representações dos alunos têm um papel reduzido (a exceção é a tarefa de “Os bolos” dinamizada por Sandra). Assim, nas tarefas com representações dos números racionais, a participação dos alunos está limitada às respostas às perguntas que os professores colocam à turma, havendo pouco espaço para a discussão de estratégias ou à justificação dos resultados obtidos.

No que diz respeito às ações dos professores, na introdução da tarefa, optam maioritariamente por ações de informar, exceto nas tarefas de “Os bolos” e “As moedas” em que Sandra desafia os alunos à interpretação. No trabalho autónomo dos alunos, a maioria das ações dos professores vai no sentido de pedir para interpretar ou utilizar uma representação ou sugerir formas de o fazer. Por sua vez, durante a discussão coletiva

As ações de desafiar têm uma expressão mais reduzida relativamente a outro tipo de ações, sendo quase inexistente na tarefa de “Pensamento Relacional”.

À semelhança do que acontece noutras tarefas, os professores começam muitas vezes por ações que exigem mais dos seus alunos (desafiar, pedir para explicar ou interpretar) e quando os alunos não o conseguem fazer recorrer às ações de sugerir e informar até considerarem que os alunos compreenderam e/ou utilizam a representação que sugeriram (o que é notório na tarefa do Pensamento Relacional com a forma como Ricardo sugere aos alunos que interpretem a representação do enunciado da tarefa).

Capítulo 9

Conclusão

Neste capítulo apresento primeiramente uma breve síntese da minha investigação, seguida das suas principais conclusões relativas à forma como se caracteriza a prática dos professores do 1.º ciclo do ensino básico, nomeadamente o modo como exploram as tarefas na sala de aula e as representações que usam e privilegiam. No final do capítulo faço uma reflexão final, onde foco os desafios inerentes ao processo de investigação e onde discuto as implicações futuras deste estudo.

9.1. Síntese do estudo

Este estudo tem como objetivo principal compreender como se caracteriza a prática dos professores do 1.º ciclo do ensino básico no que respeita à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam. A partir deste objetivo, surgem três grupos de questões de investigação:

- 1- De que forma os professores exploram as tarefas na sala de aula? Como conduzem a introdução de uma tarefa, o trabalho autónomo dos alunos e a discussão coletiva na sua realização? De que modo questionam os alunos?
- 2- Qual o papel das diversas representações matemáticas na resolução das tarefas? Quais as representações que os professores privilegiam? Em que momentos (introdução, trabalho autónomo ou discussão) recorrem às diversas representações (pictóricas, verbais, ativas, icónicas ou simbólicas)? Como lidam com as representações dos alunos?

- 3- De que forma as ações dos professores se relacionam com o processo de representação dos alunos? Como promovem o avanço dos alunos para a utilização de representações mais formais?

No quadro teórico desta investigação, faço referência à noção de representação e à sua importância na aprendizagem matemática, ao papel do professor na aprendizagem das representações matemáticas por parte dos alunos e ao conceito de prática profissional, nomeadamente a sua relação com o conhecimento, crenças e atitudes dos professores, relação entre prática dos professores e tarefas.

Neste estudo, participam quatro professores, Ricardo, Carla, Sónia (professores com turmas do 3.º ano) e Sandra (professora responsável pelo apoio de Matemática no 1.º ciclo nas duas EB1/JI do Agrupamento). Habitualmente, Sandra apoia, duas vezes por semana, todas as turmas de 1.º ciclo do Agrupamento, propondo tarefas aos colegas e coadjuvando na sua exploração em sala de aula.

Durante esta investigação, ao longo de vários meses, os quatro professores realizaram nas suas aulas dezassete tarefas (o número de tarefas propostas e exploradas por aula variava), num total de vinte e seis aulas (com a duração média de duas horas cada) e oito sessões de preparação e de reflexão pós-aula (com a duração média de três horas cada). Desta forma, foi possível observar a dinâmica de trabalho do grupo, a forma como preparavam as tarefas propostas (durante as sessões de preparação), como as exploravam em sala de aula e como refletiam sobre todo o processo (durante a reflexão pós-aula). No entanto, tal como referi na introdução, o objetivo desta investigação não é avaliar ou categorizar as práticas dos professores, mas sim compreender como se caracterizam.

No início da investigação, os professores manifestaram o seu interesse em realizar tarefas no âmbito da Resolução de Problemas em (i) Organização e Tratamento de Dados; (ii) Números Inteiros; e (iii) Números Racionais. Na sua perspetiva, consideravam que os alunos tinham dificuldades ao nível da comunicação, na escolha de representações adequadas e em explicitar o seu raciocínio. Deste modo, a Resolução de Problemas seria uma boa forma de levar os alunos a ultrapassar as dificuldades sentidas, promovendo nos alunos: (i) uma comunicação mais clara e eficiente; (ii) a capacidade de escolher de forma assertiva representações adequadas; e (iii) a explicitação do seu raciocínio, através do registo escrito. Desta forma, a partir das necessidades identificadas, nas sessões de preparação das aulas sugeri a exploração de várias tarefas no âmbito da Resolução de

Problemas em Organização e Tratamento de Dados, com Números Inteiros e com Números Racionais, tendo os professores proposto também algumas tarefas. Assim, o grupo analisava e discutia as tarefas propostas e, por vezes, os professores propunham alterações no enunciado das tarefas, tentando prever o desempenho, as representações, as estratégias e as dificuldades dos alunos.

Durante as aulas observadas, estiveram, no mínimo, dois professores sempre presentes (Sandra e o titular da turma). Em alguns casos, Sónia e Carla realizaram aulas conjuntas, juntando as respetivas turmas, algo que, aparentemente, faziam com alguma regularidade. Não obstante o número de professores presente na exploração das tarefas em sala de aula, maioritariamente, apenas um dos professores ficava inteiramente responsável pela dinamização de uma tarefa, ficando o(s) outro(s) professor(es) em modo de coadjuvação. No entanto, por vezes esta estruturação na realização das tarefas sofria alterações de forma espontânea e não planeada, havendo momentos de maior dinamismo em que ambos os professores se tornavam responsáveis pela realização das tarefas.

As sessões de reflexão pós-aula tiveram lugar, maioritariamente, cerca de uma semana após a exploração das tarefas. Nestas sessões, os professores analisaram trechos das aulas observadas e de representações utilizadas por si e/ou pelos alunos. Refletiram ainda sobre a sua prática e sobre a forma como exploraram cada tarefa.

A investigação, de natureza qualitativa e interpretativa, segue um design de estudo de caso, em que cada caso é a exploração de três tarefas relacionadas com uma determinada temática (Organização e Tratamento de Dados; Números Inteiros; Números Racionais), onde analiso a prática dos professores de forma a perceber como são exploradas as tarefas, bem como, os tipos de representações que são usadas e privilegiadas. Os dados foram recolhidos através de (i) registos escritos em diário de bordo durante as sessões de grupo de trabalho (planificação e reflexão pós-aula) e em conversas informais, (ii) observação participante apoiada por gravação (áudio e vídeo) de aulas e das sessões do grupo de trabalho (planificação e reflexão pós-aula), (iii) as produções escritas dos alunos; e (iv) realização de entrevistas semiestruturadas, que foram áudio-gravadas.

9.2. Conclusões sobre as questões do estudo

Nesta secção, apresento as principais conclusões do meu estudo de forma a compreender como se caracteriza a prática dos professores do 1.º ciclo do ensino básico no que respeita à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam.

Questão 1 - *De que forma os professores exploram as tarefas na sala de aula? Como conduzem a introdução de uma tarefa, o trabalho autónomo dos alunos e a discussão coletiva na sua realização? De que modo questionam os alunos?*

A dinamização de uma tarefa é um processo complexo que envolve a sua preparação, a exploração em sala de aula e a reflexão pós-aula. Assim, nas sessões de preparação de aula, as inúmeras tarefas propostas são alvo de reflexão e análise por parte de todo o grupo e, frequentemente, sofrem várias adaptações (maioritariamente no enunciado das tarefas). No entanto, é interessante verificar que por vezes, na exploração em sala de aula, os professores espelham de forma díspar a reflexão do grupo, realizando diferentes ações, recorrendo a vários tipos de questionamento e introduzindo representações distintas. Por exemplo, na tarefa “Os bolos”, o grupo concorda que os professores devem recorrer a representações icónicas retangulares para facilitar a divisão da unidade em dez partes iguais e concluem que os alunos devem determinar que foram consumidas nove décimas de todos os bolos. No entanto, durante a exploração da tarefa em sala de aula, Ricardo recorre a representações icónicas circulares e conclui com os alunos que foram consumidas três décimas de todos os bolos. Se por um lado, esta disparidade pode enriquecer a reflexão pós-aula entre os professores, através da partilha de práticas e experiências (Sandra refere algumas vezes como considera rica e interessante esta variedade na prática que observa), por outro lado torna mais notório o facto de, tal como refere Ponte (2005), existir o risco de um problema poder transformar-se num exercício durante a exploração em sala de aula, ou, como referem Stein, Remillard e Smith (2007) uma tarefa com um nível cognitivo elevado poder transformar-se numa tarefa de nível cognitivo reduzido, através de uma sugestão ou esclarecimento do professor. Esta situação é igualmente evidente na tarefa “Preferes Maçã, Laranja ou Banana” em que Carla transforma o problema num exercício, na forma de uma

competição, em que os alunos tentam resolver corretamente toda a tarefa, o mais rapidamente possível, sem intervenção do professor.

A forma como os professores exploram as tarefas e como recorrem às diferentes representações em sala de aula é condicionada pelo modo como as encaram durante a sessão de preparação da aula. Assim, quando os professores se sentem renitentes com a exploração de uma determinada tarefa, tendem a antecipar mais dificuldades nos seus alunos, parecendo projetar a ansiedade que sentem, no desempenho da sua turma. Consequentemente, durante a exploração das tarefas em sala de aula, os professores parecem sentir-se menos confortáveis em explorá-las com os seus alunos, sendo menor o investimento que fazem na realização da tarefa (tanto no tempo que despendem na sua realização como no tipo de ações e de questionamento a que recorrem). Esta situação é evidente ao compararmos a exploração das tarefas “Teatro na escola” e “Pensamento Relacional”. No primeiro caso, os professores manifestaram inicialmente a sua predisposição e interesse em explorar a tarefa com os seus alunos. Assim, durante a dinamização da tarefa investiram mais no trabalho autónomo dos alunos e na discussão coletiva, questionando mais demoradamente e de forma mais diversificada os alunos e promoveram o surgimento e discussão coletiva dos diferentes tipos de representações. Pelo contrário, no segundo caso, durante a preparação da tarefa, os professores mostraram-se receosos em explorar a tarefa e em sala de aula tanto a duração da tarefa como o tempo investido na exploração da representação do numeral decimal revelaram-se menores.

A reflexão pós-aula é um momento em que se discutem e analisam as diferentes representações que surgiram em sala de aula. É também onde os professores reconhecem muitas vezes o carácter intuitivo das suas ações e da escolha das representações que utilizaram, estando presente a preocupação constante em promover a compreensão das representações e estratégias por parte dos seus alunos.

Relativamente à forma como conduzem os diferentes momentos da realização de uma tarefa, a atividade dos alunos e as dificuldades percecionadas pelo professor condicionam a forma como a tarefa é explorada. De forma geral, os momentos de introdução da tarefa e de discussão de resultados realizam-se coletivamente e o momento de trabalho autónomo dos alunos é feito individualmente. Este facto não parece ter sido influenciado pelo tipo de tarefas propostas, mas constituir uma opção dos professores que fizeram parte deste estudo. Para além disso, por vezes, os três momentos são difíceis de distinguir, na medida em que se verifica a intercalação parcial ou a obliteração de

momentos, motivadas por diferentes razões (dificuldades dos alunos, estratégia dos professores, gestão temporal da realização da tarefa). Por exemplo, verifica-se uma intercalação parcial quando Ricardo (nas tarefas “Ementa de refeitório” e “Prato Preferido”) solicita inicialmente aos alunos que trabalhem autonomamente, depois interrompe o trabalho individual dos alunos, discute coletivamente e parcialmente a tarefa, para a seguir reiniciar o trabalho autónomo dos alunos. Analogamente, a obliteração de momentos verifica-se na tarefa “Pensamento Relacional”, quando Ricardo reduz substancialmente o tempo dedicado ao trabalho autónomo dos alunos (em comparação com o que faz noutras tarefas), em prol da discussão coletiva, por sentir que os alunos não conseguirão resolver a tarefa individualmente.

Na introdução da tarefa os professores exploram pela primeira vez o enunciado da tarefa e a partir da sua leitura recorrem maioritariamente a ações de informar, através de perguntas de confirmação fechada e/ou de focalização retórica. De forma geral, é o momento em que os professores parecem investir menos (verifica-se menor diversidade de ações e de tipos de questionamento associados a um momento com duração média de cinco minutos) e, talvez por essa razão, sentem por vezes a necessidade de voltar a explorar o enunciado da tarefa, sistematizando novamente a informação que consideram mais relevante (por exemplo, tarefas “Teatro na escola” e “Ementa de refeitório”). É também neste momento que ocorre, maioritariamente, a negociação de significados e que tem um papel fundamental para a realização da tarefa. Assim, por vezes, verifica-se que alguns alunos, apesar de conseguirem resolver a tarefa corretamente, recorrendo a representações adequadas, inicialmente não o conseguem fazer por não compreenderem algumas das representações verbais do enunciado da tarefa. Nesse sentido, o papel do professor na negociação de significados revela-se fundamental para possibilitar aos alunos a resolução da tarefa.

O trabalho autónomo dos alunos é o momento em que se verifica com maior frequência a intercalação parcial ou a obliteração, sendo muitas vezes substituído pela discussão coletiva. Na prática, se os professores consideram que os alunos estão a sentir demasiadas dificuldades ou que têm pouco tempo para realizar a tarefa, a discussão coletiva é antecipada (definitiva ou parcialmente). Esta situação mostrou-se mais comum nas aulas dinamizadas por Ricardo, que por vezes discutia a tarefa parcialmente com toda a turma, para depois permitir que os alunos voltassem novamente a trabalhar autonomamente. Neste grupo de trabalho, tal como no estudo realizado por Moyer e Milewicz (2002), os professores tentam fazer sempre um *follow up* das questões

colocadas pelos alunos, apresentando outra pergunta adequada à sua resposta. No entanto, a forma como o fazem varia de professor para professor, dependendo também das dificuldades que cada um identifica no aluno com quem interage. Tal como indicam os autores, os professores fazem-no independentemente de a resposta dos alunos estar certa ou errada, mas muitas vezes o *follow up* é feito através de perguntas mais generalistas (“Explica-me...?”, “Porquê?”).

No momento de discussão coletiva, os professores sistematizam a informação que consideram mais relevante, conduzem ao estabelecimento de conexões entre representações e introduzem novas representações ou estratégias. Dependendo da forma como se sentem em relação à tarefa, a comunicação professor-aluno pode ser unidirecional ou bidirecional, podendo os professores (i) solicitar aos alunos que apresentem as soluções encontradas no quadro; (ii) converter as representações verbais dos alunos em representações escritas (simbólicas ou icónicas), ou (iii) introduzir representações e estratégias.

Nesta investigação, os professores (i) parecem valorizar a importância do momento de discussão coletiva, tendo por base o trabalho efetuado pelos alunos no momento de Trabalho autónomo, (ii) mostram-se disponíveis e interessados em explorar com os seus alunos tarefas de cunho mais aberto, e (iii) exploram as tarefas de acordo com os três momentos identificados por Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998). No entanto, ao contrário do que acontece na exploração de tarefas de cunho exploratório, a discussão coletiva é centrada maioritariamente, “[n]a exposição ou [n]o questionamento, em que o professor assume um papel de protagonista central” (Ponte, 2005, p. 16), não pressupondo “a interação de diversos intervenientes que expõem ideias e fazem perguntas uns aos outros” (Ponte, 2005, p. 16).

Para Purdum et al. (2015) é importante um professor desenvolver as suas capacidades de questionamento, sendo fundamental planificar previamente as questões que poderão fazer na sala de aula. Neste estudo, a necessidade de analisar e categorizar o questionamento dos professores surgiu durante a análise de dados, pelo que não foi um aspeto tão discutido nas sessões de preparação da aula. Nestas sessões, verifica-se que inicialmente, os professores se centram maioritariamente na antecipação de dificuldades dos alunos e na reformulação de tarefas e não tanto no seu papel como professores. Gradualmente parece ter havido uma consciencialização da importância do questionamento por parte dos professores, nomeadamente, pedir aos alunos para justificar

as suas respostas ou questioná-los sobre o “porquê” de terem respondido de determinada forma.

Em sala de aula, tal como acontece no estudo de Boaler e Brodie (2004), muitas vezes o questionamento usado pelos professores tem como intuito recolher informações e guiar os alunos na resolução da tarefa. No entanto, o tipo de questionamento associado a determinado tipo de ações, parece ser uma característica individual de cada professor, variando pouco, independentemente do tipo de tarefa proposta aos alunos. Por exemplo, Carla tende a recorrer maioritariamente a perguntas de focalização e de confirmação associadas a ações de informar e conduzir, enquanto Sandra é a professora que recorre com maior frequência a perguntas de inquirição associadas a ações de desafiar. No entanto, há tarefas que ao possibilitar o surgimento de uma grande variedade de representações por parte dos alunos, parecem ser promotoras de ações com um nível de exigência cognitiva elevada (ações de desafiar, pedir para interpretar e/ou utilizar)

Relacionando o tipo de ações e de questionamento por parte dos professores com os três momentos da realização de uma tarefa, as perguntas de focalização orientadoras e processuais surgem quase exclusivamente no momento da introdução da tarefa, associadas às ações de informar. Por sua vez, também associadas às ações de informar estão as perguntas de focalização retórica, que surgem durante toda a exploração das tarefas. As perguntas de confirmação são as mais utilizadas, independentemente do momento da tarefa e do tipo de ação enquanto as perguntas de inquirição são utilizadas pontualmente (maioritariamente nos momentos de discussão coletiva), associadas a ações de desafiar (Tabela 7).

Tabela 7 – Distribuição do tipo de questionamento do professor pelos momentos da exploração da tarefa.

	Processuais	Orientadoras	Retóricas	Confirmação Fechadas	Confirmação Abertas	Inquirição
INTRODUÇÃO DA TAREFA	X	X	X	X	X	
T.A.A.			X	X	X	
DISCUSSÃO COLETIVA			X	X	X	X

Para Mason (2000) inquirir é uma forma bastante difícil de questionar os alunos, principalmente quando se sabe previamente a resposta. Neste estudo, na prática, mesmo quando os professores se esforçam por fazer perguntas de inquirição, face a alunos que (i) não conseguem responder ou permanecem em silêncio; (ii) aparentam não

compreender o que é pretendido; ou (iii) na ótica do professor, demoram demasiado tempo a responder, os professores, na maioria das vezes, abandonam o questionamento e informam os alunos sobre a resposta ou sobre o conceito pretendido. Situação semelhante ocorreu no estudo de Moyer e Milewicz (2002). Por outro lado, quando os professores perguntam “Porquê?” aos seus alunos, tal ação não corresponde obrigatoriamente a uma pergunta de inquirição, na medida em que o objetivo com que o professor faz a pergunta, ou o tipo de resposta que pretende obter, determinam o tipo de pergunta. Desta forma, quando o professor pretende que o aluno explique o processo, recorre ao “Porquê?” como uma pergunta de inquirição; quando o professor pretende a justificação da resposta através da enunciação de um resultado obtido previamente, recorre ao “Porquê?” como uma pergunta de confirmação (aberta ou fechada).

Questão 2 - Qual o papel das diversas representações matemáticas na resolução das tarefas? Quais as representações que os professores privilegiam? Em que momentos recorrem às diversas representações? Como lidam com as representações dos alunos?

Nas sessões de preparação das tarefas, por vezes, os professores preveem o surgimento de diferentes representações por parte dos alunos (maioritariamente icónicas e simbólicas). No entanto, posteriormente, na reflexão pós-aula, parecem surpreendidos perante a produção de representações durante a realização da tarefa (o que acontece por exemplo na tarefa “Teatro na escola”).

As representações verbais no enunciado das tarefas por vezes são geradoras de dificuldades nos alunos (que não compreendem o seu significado), podendo ser um obstáculo à compreensão de todo o enunciado e do que é necessário fazer. Nesse sentido, a negociação de significados por parte do professor é um aspeto crucial para a resolução da tarefa. Nestas situações, os professores deste estudo sugerem o tratamento das representações verbais ou pedem aos alunos que o façam. Por exemplo, na tarefa “Peça de Teatro”, os professores solicitam às suas turmas que sugiram uma alternativa à representação verbal “par”.

Independentemente do tipo de tarefas, os professores utilizam vários tipos de representações (introduzidas por si ou pelos alunos), procurando sempre a formalização das representações utilizadas, com o intuito de utilizar, progressivamente, um maior número de representações simbólicas, que privilegiam em detrimento de todas as outras. Na sua perspetiva, as representações icónicas, pictóricas e ativas são uma forma de

promover a compreensão de conceitos em alunos mais jovens (1.º e 2.º ano) ou com mais dificuldades ou durante a introdução de novos conceitos. Exemplo disso é a forma como as três professoras validam positivamente e encorajam Ricardo a utilizar os diferentes tipos de representações na sua sala de aula, por considerarem que os seus alunos são os que apresentam maiores dificuldades de aprendizagem. Assim, este professor é aquele que utiliza uma maior variedade de representações para ajudar os seus alunos a interpretar o enunciado ou para resolver a tarefa. Da mesma forma, é também quem mais recorre a representações pictóricas e ativas, referindo que o faz propositadamente, na medida em que considera que a utilização de diferentes representações será promotora da compreensão dos seus alunos.

De forma geral, as representações pictóricas são as mais desvalorizadas pelo grupo que considera que no 3.º ano, a execução de desenhos pormenorizados e próximos das vivências/realidade dos alunos dificulta a resolução da tarefa. Este facto é mais visível nas tarefas “Teatro na escola” ou “Os bolos”, em que as representações pictóricas utilizadas pelos alunos são encaradas negativamente pelos professores, que encorajam a turma a utilizar outro tipo de representações.

Durante a reflexão pós-aula, também é notória a posição dos professores face aos diferentes tipos de representações produzidas pelas suas turmas. Assim, quando analisam várias representações criadas por alunos, numa primeira fase, procuram primeiramente pela existência de representações simbólicas, desvalorizando simultaneamente o recurso a representações pictóricas (por exemplo, na tarefa “Teatro na escola”). Numa segunda fase, os professores analisam com maior detalhe as representações, tentando identificar as estratégias e o raciocínio dos alunos, antevendo as dificuldades sentidas e, muitas vezes, comparando o nível de sofisticação das diferentes representações (“[Esta representação] É muito mais à frente!” – tarefa “Teatro na escola”). As representações utilizadas pelos professores não são tão escrutinadas quanto as produzidas pelos alunos e apesar de tentarem perceber o objetivo de introduzir cada uma das representações apresentadas, os professores parecem pouco expansivos na análise das representações dos colegas. Curiosamente, apesar de desvalorizarem a produção de representações pictóricas por parte dos alunos, por vezes, os professores recorrem a este tipo de representações, parecendo que consideram aceitável fazê-lo de forma a promover a compreensão dos alunos (tarefa “Visita de estudo”).

Relativamente ao papel das representações na resolução de problemas, os professores parecem (i) privilegiar as representações de números inteiros, que utilizam

com maior frequência e com maior diversidade; (ii) atribuir pouca relevância às representações estatísticas, que utilizam pontualmente; e (iii) inquietar-se com as representações de números racionais, privilegiando a utilização do numeral decimal. Assim, quando trabalham as representações de números inteiros, durante o momento de discussão coletiva, os professores parecem mais disponíveis para explorar os diferentes tipos de representações e estratégias que surgem por parte dos alunos (por exemplo na tarefa “Teatro na escola”). A exceção a esta situação encontra-se na exploração da tarefa “Visita de estudo” em que os professores se mostram constrangidos face a uma tarefa com duas interpretações possíveis do enunciado da tarefa. Relativamente às representações estatísticas, nas sessões de preparação da aula, os professores referem que as turmas estão familiarizadas com este tipo de representações e que recorrem a elas sem dificuldades. Contudo, em sala de aula, quando solicitam aos alunos que identifiquem, interpretem e utilizem estas representações, muitos deles não o conseguem fazer. Aparentemente, as representações estatísticas acabam por ser relegadas para segundo plano, em comparação com as representações com números (inteiros ou racionais). Além disso, este tipo de representações é mais utilizado em exercícios (em que os alunos são solicitados a interpretar estas representações) e não tão frequentemente em resolução de problemas (em que os alunos devem escolher e/ou criar uma representação adequada entre as diversas representações estatísticas). Exemplo disso, é a preparação da tarefa do diagrama de Venn (“Preferes Maçã, Laranja ou Banana”) em que Sandra refere que os alunos “estão muito habituados” a utilizar esta representação, indicando depois que já as trabalhara “duas ou três vezes”. No caso específico dos gráficos de barras, de acordo com os professores, é habitual promoverem a leitura deste tipo de representações. No entanto, as dificuldades dos alunos em interpretar e/ou completar gráficos, indiciam que, para além dos gráficos de barras não surgirem associados à resolução de problemas, não será comum a realização de tarefas que impliquem todo o processo de investigação estatística, que pode conduzir à construção de um gráfico de barras (formulação do problema a investigar, recolha de dados, organização e tratamento de dados, construção do gráfico). As representações de números racionais são as que parecem causar mais apreensão e maior ansiedade nos professores que se mostram também mais renitentes em explorar problemas que envolvam números racionais, referindo reiteradamente as dificuldades que os alunos sentem quando recorrem a este tipo de números.

Durante a realização das tarefas, os professores parecem estabelecer uma relação muito próxima entre o processo de representar e o processo de raciocinar. Nesse sentido,

Pinto e Canavarro (2012) referem que as representações dos alunos possibilitam aos professores, a compreensão “do raciocínio matemático que esteve subjacente à interpretação e resolução apresentadas” (p. 14) permitindo que através das representações externas e da respetiva explicação dos alunos (de como escolheu e utilizou as representações), o professor aceda às representações internas dos alunos. Assim, quando os professores reforçam a necessidade dos alunos justificarem por escrito as suas respostas ou para explicar o seu raciocínio (“Explica-me como pensaste!”), estão na realidade a pedir-lhes para escolherem uma representação externa, na medida em que quando os questionam relativamente às suas respostas, fazem-no para perceber se estes conseguem explicar o seu raciocínio, através da explicação de como interpretaram e utilizaram a representação escolhida. Este facto é ainda mais evidente quando os alunos tentam justificar oralmente a resposta que encontraram (sem a terem registado previamente no caderno) e os professores lhes pedem para justificar por escrito a sua resposta.

Nas sessões de preparação das aulas, quando exploram individualmente as tarefas, os professores parecem sentir-se inibidos em partilhar ou em discutir as soluções que encontraram ou as representações a que recorreram, que mantêm registadas nos seus apontamentos pessoais. Tendo em conta que antes da realização desta investigação, este tipo de sessões não era comum, talvez os professores receiem sentir-se avaliados, impossibilitando gentilmente o acesso aos seus registos pessoais “Isto são só rabiscos! Não te servem para nada!”. Assim, talvez este receio tenha também condicionado a sua participação, principalmente nas sessões que incluíam representações de números racionais, representações que parecem ter causado maior ansiedade no grupo.

Durante a exploração de uma tarefa, para além das representações verbais, a introdução de outros tipos de representações (no seu enunciado ou durante a exploração da tarefa) pode condicionar a forma como os alunos a resolvem, influenciando-os a recorrer apenas a esse tipo de representações. Assim, se por um lado, os professores promovem habitualmente a escolha livre de representações, por outro, podem condicionar os seus alunos ao dar-lhes uma representação como referência. Por exemplo, na tarefa “As moedas”, todos os alunos recorreram à representação simbólica do enunciado da tarefa, embora mais tarde, na reflexão pós-aula, os professores tenham considerado que teria sido benéfico para alguns o recurso a representações ativas, de forma a promover a compreensão de todos os elementos da turma. Também nessa tarefa, Sandra considera que a representação icónica introduzida por Ricardo condicionou bastante a exploração

da tarefa por parte dos alunos. Contudo, apesar de se poder verificar este tipo de limitação, há tarefas em que é inevitável fornecer outras representações para além das representações verbais do enunciado, como é o caso das tarefas que impliquem a interpretação de pictogramas ou de outro tipo de representações estatísticas.

Ainda durante a exploração da tarefa, mais especificamente durante o trabalho autónomo dos alunos, a análise do raciocínio dos alunos surge associado à análise das suas representações. Assim, para compreender o raciocínio dos alunos, os professores tentam compreender: (i) as suas representações; (ii) o que os leva a escolher uma determinada estratégia e representação; e (iii) quais as dificuldades que podem ter sentido. Esta situação repete-se durante a reflexão pós-aula em que, ao analisarmos diferentes representações produzidas por professores e alunos, o grupo associa o raciocínio e as estratégias utilizadas à representação analisada. Durante a discussão coletiva, os professores introduzem as representações podendo recorrer a três estratégias distintas, variando a estratégia escolhida consoante a tarefa explorada. Assim, os professores: (i) pedem aos alunos que transcrevam no quadro e apresentem as suas representações ao resto da turma (por exemplo, tarefa “Teatro na escola”, em que os alunos de Ricardo apresentam as suas representações); (ii) transcrevem as representações dos alunos no quadro (por exemplo, tarefa “Ementa do refeitório” em que Ricardo transcreve a utilização incorreta da representação por parte de alguns alunos); (iii) introduzem representações próprias (por exemplo, tarefa “Pensamento Relacional” em que Ricardo introduz a representação icónica associada à contextualização do jogo de futebol). No entanto, independentemente da forma como as representações são introduzidas (apresentadas pelos alunos ou sugeridas pelos professores) estas são discutidas coletivamente depois de registadas no quadro (onde permanecem até ao final da exploração da tarefa), não obstante o número de representações apresentadas (por exemplo, tarefa “Teatro na escola” em que é registada no quadro uma maior diversidade de representações). Tal como referem Pinto e Canavarro (2012), este momento de partilha e de discussão sobre a utilização das representações escolhidas, permite “aos colegas terem contato com outras formas de pensar, com outro tipo de representações, e permite aos professores adaptar a sua prática pedagógica” (p.14). Os professores procuram assim conduzir os alunos ao estabelecimento de conexões entre as diferentes representações, numa tentativa de promover a sua compreensão e utilização futura. Desta forma, o recurso a diferentes tipos de representação parece facilitar a compreensão dos alunos, na medida em que, quando os professores introduzem representações próprias ou promovem o

estabelecimento de conexões entre representações que os alunos já conhecem e aquelas que pretendem que conheçam, aparentemente os alunos demonstram uma maior compreensão das soluções encontradas e mostram-se mais motivados e participativos, sendo a sua participação assertiva e adequada.

Para os professores, as representações dos alunos têm diferentes papéis durante a realização da tarefa, dependendo do momento da tarefa em que se encontram. Assim, na introdução da tarefa, as representações dos alunos não têm qualquer expressão. Por sua vez, durante o trabalho autónomo dos alunos, os professores utilizam-nas como indicador das dificuldades e estratégias dos alunos, avaliando a forma como a exploração da tarefa decorre. Esta avaliação *in loco* parece servir como barómetro nas decisões relativas à forma como os professores dinamizam o trabalho autónomo dos alunos e ao modo como explorarão a discussão coletiva. Assim, quando a maioria dos alunos consegue resolver corretamente uma tarefa, os professores promovem o surgimento de diferentes tipos de representações, selecionam as que consideram mais interessantes e pedem posteriormente aos alunos que as apresentem aos colegas durante a discussão coletiva, de forma a promover o estabelecimento de conexões entre elas (por exemplo, tarefa “Teatro na escola”). Quando os alunos não conseguem responder a uma tarefa ou quando apresentam representações incorretas ou inadequadas, os professores reduzem o tempo de trabalho autónomo, substituindo-o por discussão coletiva (por exemplo, tarefa “Pensamento Relacional”). Nesses momentos, por vezes também sugerem explicitamente o recurso a representações alternativas às que os alunos estão a utilizar. Por exemplo, na tarefa “Os irmãos doentes”, Ricardo recorre à representação icónica de um relógio para simbolizar a toma dos comprimidos.

Independentemente do momento da tarefa, as representações a que os professores recorrem têm diferentes objetivos, mediante a atividade dos seus alunos, sendo maioritariamente representações icónicas (na forma de esquemas que podem incluir outros tipos de representações – por exemplo na tarefa “Os irmãos doentes”) e simbólicas (na forma de algoritmos e de numerais). Assim, se a turma demonstra dificuldades na realização de uma tarefa ou na interpretação do enunciado da tarefa, os professores recorrem a representações icónicas na forma de esquema para sistematizar a informação que consideram mais relevante (por exemplo, tarefa “Ementa de refeitório”, em que Sandra recorre a uma representação icónica de pratos com comida).

De forma geral, na maioria das vezes, as representações próprias dos professores são introduzidas quando falam para a turma, sendo menos frequentes os momentos em

que o fazem quando trabalham individualmente com os alunos. Dessa forma, o momento de discussão coletiva revela-se o momento primordial dos professores para introduzir representações próprias. Por outro lado, apesar do momento de introdução da tarefa também ser um momento coletivo, os professores raramente recorrem a representações próprias, talvez por se tratar do momento da tarefa em que menos investem.

Durante a realização das tarefas, por vezes, os professores alteram ligeiramente o seu contexto com o intuito de facilitar a compreensão dos alunos, quando estes parecem sentir mais dificuldades. Assim, esta contextualização é sempre mais próxima da realidade e das vivências dos alunos e inclui representações que lhes são familiares. Por exemplo na tarefa “Ementa de refeitório”, Sandra questiona os alunos “Quando eu tenho um prato... O que é que vocês costumam ter no prato? . . . O arroz vem sozinho no prato?” enquanto Ricardo refere: “Se vocês fossem o cozinheiro, vocês iam ter que cozinhar para os alunos da escola!”. Na reflexão pós-aula, os professores admitem que fazem esta contextualização de forma intencional (por exemplo, os professores referem-no relativamente à tarefa “Os irmãos doentes”). Na sua perspetiva, através deste tipo de contextualização, os alunos parecem ter mais facilidade em compreender o enunciado das tarefas ou em conseguir resolver as tarefas propostas. Assim, quando sentem necessidade de promover a compreensão dos alunos relativamente ao enunciado das tarefas, fomentam o estabelecimento de conexões entre o enunciado da tarefa e as representações das vivências dos alunos. Relativamente à contextualização das tarefas, Goldin (2008) refere que se desenvolveu a tendência de procurar contextualizar os conceitos matemáticos, tendo em vista facilitar a compreensão e aprendizagem dos alunos. O autor alerta para o facto de esta contextualização da Matemática ser romantizada, ao desvalorizar o valor da abstração e refere que a abstração e a contextualização devem ser vistas como complementares no processo de criação de representações e de compreensão em Matemática. Efetivamente, nesta investigação, este tipo de contextualização é realizado pelos professores com bastante parcimónia, na medida em que é uma estratégia que lhes serve como último recurso na promoção da compreensão dos alunos (depois do recurso a representações icónicas na forma de esquemas, por exemplo).

Questão 3 - De que forma as ações dos professores se relacionam com o processo de representação dos alunos? Como promovem o avanço dos alunos para a utilização de representações mais formais?

Todos os tipos de ações dos professores influenciam a utilização e interpretação das representações por parte dos alunos. As ações de informar permitem a sistematização de informação de forma a explicitar aos alunos o estabelecimento de conexões entre os diferentes tipos de representações (nível de exigência cognitivo reduzida). As ações de sugerir e pedir para explicar proporcionam oportunidades para os alunos estabelecerem por si as conexões pretendidas pelos professores, permitindo a estes compreender melhor o raciocínio e a forma como os alunos interpretam e usam as representações utilizadas (nível de exigência cognitiva intermédia). Por último, as ações de desafiar permitem que os alunos vão mais além no estabelecimento de conexões entre as diferentes representações, por vezes ultrapassando as expectativas do professor (nível de exigência cognitiva elevada). Assim, as ações dos professores variam de acordo com a atividade dos seus alunos, mas, por sua vez, a atividade dos alunos também surge em resposta às ações do professor. Tendencialmente, os professores utilizam com maior frequência ações de informar, sugerir e pedir para explicar, associadas a perguntas de confirmação que lhes darão maior garantia sobre o tipo de resposta que obterão dos seus alunos, sendo também uma forma mais segura de avaliar a correção das respostas obtidas. Por sua vez, as ações de desafiar são as menos utilizadas pelos professores, talvez por serem também as que requerem uma maior preparação e um maior planeamento. Este tipo de ações, associadas a perguntas de inquirição são mais difíceis de surgir espontaneamente, sendo também mais complexo para os professores gerir e avaliar as respostas obtidas.

Neste estudo, a partir da observação da prática dos professores, é possível explicitar a relação entre ações e questionamento dos professores e o efeito que podem ter na atividade dos alunos (nível de exigência cognitiva) (Figura 96).

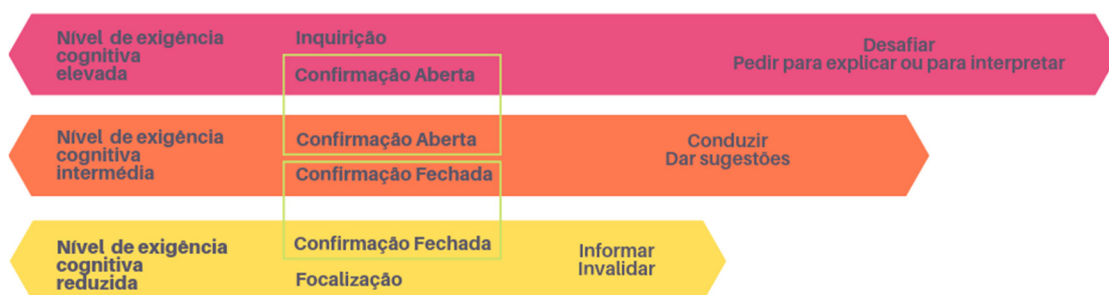


Figura 96 – Relação entre ações e questionamento do professor.

Na generalidade, as ações de Desafiar/Pedir para explicar ou para interpretar surgem associadas a perguntas de Inquirição ou de Confirmação Aberta, o que corresponde a um nível de exigência cognitiva elevada. Assim, os professores: (i) recorrem frequentemente a perguntas como “Porquê?”, “Explica como fizeste?”, “E agora?”, “O que estás a fazer?”, “Porque é que multiplicaste por dois?”, “Como é que tu viste?”; (ii) não propõem alternativas de resposta ao aluno; e (iii) promovem a explicitação do raciocínio através da explicação de todo o processo de representação. Da mesma forma, as ações de Conduzir/Dar sugestões são pautadas com questões de confirmação (aberta ou fechada), o que corresponde a um nível de exigência cognitiva intermédia. Na prática, os professores: (i) recorrem frequentemente a perguntas como: “E depois o que fizeste aqui?”, “Para que é que serve um gráfico?”, “Tens aí horas! Quantas horas tem um dia?”, “Então mas quem é que acabou mais cedo?”; (ii) podem propor várias alternativas de resposta ao aluno; e (iii) conduzem o aluno para a explicitação do seu raciocínio, ajudando-o a comunicar de forma mais eficiente. Por sua vez, as ações de Informar/Invalidar estão relacionadas com perguntas de Focalização e de Confirmação fechada, o que corresponde a um nível de exigência cognitiva reduzida. Assim, os professores: (i) recorrem frequentemente a perguntas como: “Somando isto que resultado obtiveste?”, “São dados, não é?”, “Três frutos, certo?”, “Estes três... OK?”, “Então só posso ter um rei mais uma rainha? Não!”; (ii) informam o aluno sobre a resposta correta ou invalidam respostas incorretas; e (iii) informam o aluno sobre o raciocínio correto para a resolução da tarefa.

A dinâmica que se verifica entre a variedade de ações do professor e a atividade dos alunos é maior quando a primeira ação do professor é de desafiar ou pedir para explicar/interpretar uma representação. Na prática, se na primeira abordagem ao aluno, o professor informar ou guiar através de perguntas de confirmação fechada (com um nível de exigência cognitiva reduzida) e o aluno não conseguir responder, em seguida é muito mais difícil para o professor conseguir recorrer a ações de desafiar ou de pedir para explicar/interpretar (com um nível de exigência cognitiva elevada). Pelo contrário, quando os professores interpelam os alunos com ações de desafiar ou pedir para explicar/interpretar através de perguntas de inquirição ou confirmação abertas, aumenta a possibilidade de existir uma maior dinâmica entre as ações por parte do professor e a atividade dos alunos, na medida em que quando o aluno não consegue responder, o professor pode recorrer a outro tipo de ações com um nível de menor exigência cognitiva. Assim, apesar do recurso a uma grande variedade de ações e de tipos de questionamento

não assegurar, *per se*, que os alunos compreendam e consigam resolver uma tarefa corretamente, quanto mais os professores recorrem a diferentes tipos de ações e de questionamento, maior é a probabilidade de que os alunos consigam resolver a tarefa. Contudo, independentemente do tipo de ações a que o professor recorre e das atividades realizadas pelos alunos, no final da exploração da tarefa, após a discussão coletiva, os professores informam sempre os alunos, sistematizando os aspetos que consideram mais relevantes. Assim, as ações que desencadeariam nos alunos atividades de reflexão sobre o trabalho efetuado e sobre as representações utilizadas têm pouca expressão na prática dos professores, sendo da sua responsabilidade a avaliação e sistematização de informação relevante no final de cada tarefa (através das ações de informar). Da mesma forma, apesar dos professores promoverem implicitamente a escolha livre de representações, as suas ações não favorecem explicitamente nos alunos a atividade de produzir e escolher uma representação. Esta situação verifica-se maioritariamente quando os alunos apresentam dificuldades na escolha de uma representação adequada ou quando não recorrem às representações ou estratégias que os professores anteciparam ou que consideram importantes. Nesses momentos, os professores sugerem representações ou estratégias que consideram adequadas, como aconteceu na exploração da tarefa “Teatro na escola”, em que os professores introduzem a representação simbólica da multiplicação no final da discussão coletiva. Por outro lado, nota-se que os professores dão primazia a ações que provoquem nos alunos atividades de utilização e transformação de representações.

De forma geral, relacionando as ações dos professores com o processo de representação dos seus alunos, na sala de aula os professores (i) solicitam aos alunos que registem e justifiquem por escrito as suas respostas, (ii) promovem a escolha livre de representações e (iii) na maioria das vezes, não sugerem alternativas às representações utilizadas pelos alunos, mesmo quando estes revelam algumas dificuldades em utilizar as representações escolhidas. Aparentemente, estas ações permitiriam o surgimento de inúmeras representações por parte dos alunos, o que não aconteceu em todas as tarefas. Para além disso, comparando os resultados das várias turmas numa mesma tarefa, verificam-se também situações em que numa turma surgem diferentes tipos de representações e noutra não. Exemplo disso é a exploração da tarefa “Teatro na escola” em que, numa turma, os alunos utilizam diferentes tipos de representação (maioritariamente icónicas e pictóricas), e na outra, recorrem maioritariamente ao mesmo

tipo de representação icónica (esquema com representações verbais), existindo, em ambas as turmas, um número reduzido de alunos que utiliza a representação simbólica da adição.

A confiança que os professores sentem em trabalhar com os alunos um determinado tópico matemático, o tipo de tarefa proposto e o feedback que obtêm dos alunos durante a exploração de uma tarefa (variedade de representações, dificuldades sentidas, raciocínio para a obtenção da resposta correta), condicionam as suas ações. Assim, quanto mais dúvidas e maiores dificuldades os alunos parecem ter e quanto mais inseguros os professores aparentam sentir-se, mais diretivas (e com um nível de exigência cognitiva reduzida) serão as suas ações (ações de informar) e, conseqüentemente, o tipo de questionamento dos professores (focalização e confirmação fechada). Da mesma forma, a decisão de intercalar os diferentes tipos de ação e questionamento por parte dos professores está diretamente relacionada com o tipo de feedback que recebem dos seus alunos. Assim, muitas vezes os professores desafiam os seus alunos com perguntas de inquirição e perante as respostas que obtêm, sentem necessidade de reformular as suas ações pedindo para explicar, dando sugestões ou até informar os alunos. Noutras situações, acontece a situação oposta e os professores começam por informar os alunos e gradualmente, passam a dar sugestões, pedir para explicar e até desafiar.

Relativamente aos três momentos em sala de aula, à semelhança do que acontece com o tipo de questionamento utilizado, também as ações dos professores surgem segundo um padrão. Assim, na introdução da tarefa, os professores recorrem maioritariamente a ações de informar, associadas a um questionamento com perguntas de confirmação fechada ou perguntas de focalização, o que deixa pouco espaço à discussão do enunciado da tarefa com os alunos (e que faz com que muitas vezes, os professores tenham que voltar mais tarde a explorar o enunciado da tarefa). Por outro lado, quando pontualmente, os professores realizam ações de desafiar e de pedir para interpretar e/ou utilizar, os alunos parecem fazer uma interpretação incorreta desse tipo de ações (que ocorrem principalmente na discussão coletiva) e tentam resolver a tarefa oralmente em coletivo. A ação de pedir para interpretar tem diferentes objetivos consoante o momento da aula em que é realizado. Assim, durante a introdução da tarefa, pedir para interpretar tem como intuito interpretar o enunciado da tarefa (muitas vezes a interpretação das representações verbais do enunciado), sistematizando a informação mais importante que os alunos devem ter em conta para resolver a tarefa. Durante o trabalho autónomo dos alunos, pedir para interpretar pode ter o mesmo objetivo, mas, à semelhança do que acontece na discussão coletiva, pode ter também como objetivo a interpretação das

representações utilizadas para resolver a tarefa ou a forma como se utilizou uma determinada representação para resolver a tarefa proposta. Durante a discussão coletiva, mesmo quando a explicação de um aluno relativamente à forma como interpretou/utilizou uma representação é muito clara, tendencialmente os professores sentem necessidade de assumir a sistematização da informação mais relevante de cada tarefa, e informam a turma sobre os aspetos que consideram mais importantes.

9.3. Considerações finais

9.3.1 Reflexão final

A realização desta investigação teve um papel importante para o meu desenvolvimento profissional, na medida em que me permitiu refletir sobre a prática profissional dos professores do 1.º ciclo do ensino básico, relativamente à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam, tornando mais evidente a relação existente entre as ações e questionamento dos professores e a atividade dos alunos. Ao contrário do estudo realizado durante a minha tese de mestrado, em que refleti mais introspetivamente sobre a minha prática letiva, com os meus alunos, nesta investigação optei por um caminho com uma perspetiva diferente e desconhecida para mim, na medida em que observei e analisei a prática de outros professores. Efetivamente, antes da realização desta investigação, nunca tinha sido responsável por trabalhar com um grupo de professores, fosse como formadora na formação contínua ou como docente na formação inicial. Assim, a observação e reflexão sobre a prática dos professores como elemento ora participante (nas sessões de preparação da aula e de reflexão pós-aula), ora não participante (na exploração de tarefas em sala de aula), foi algo bastante diferente de tudo o que tinha feito até então. Antes da recolha de dados, foi especialmente desafiante libertar-me de todas as ideias preconcebidas e categorizações que tinha relativamente à prática letiva dos professores. Tendo em conta que o objetivo da minha investigação é compreender a prática dos professores do 1.º ciclo do ensino básico, relativamente à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam, todas as minhas conceptualizações e opiniões pessoais tiveram que ser previamente suspensas, de forma a não comprometer ou corromper toda a recolha e a análise dos dados. Simultaneamente, apesar de ser inicialmente um exercício difícil, foi muito estimulante conseguir separar as perspetivas

de investigadora e de professora de 1.º ciclo, de forma a observar a exploração das tarefas em sala de aula, sem intervir nem influenciar o trabalho dos professores, mesmo que por vezes, discordasse do percurso tomado.

Apesar de inicialmente pretender que esta investigação abrangesse a exploração de tarefas que contemplassem uma grande variedade de representações, foi necessário limitar a investigação, restringindo-a a algumas das representações de Organização e tratamento de dados, Números inteiros e Números racionais, para evitar a dispersão do estudo. Assim, uma das limitações deste estudo prende-se com a escolha imperativa de tarefas que incluíssem/permitissem a utilização/recurso de apenas algumas representações, tendo por base as necessidades identificadas pelos professores participantes no estudo.

Outra das limitações desta investigação prende-se com a organização da calendarização para a realização das inúmeras sessões de preparação de aulas e de reflexão pós-aulas e dos momentos de exploração de tarefas em sala de aula. Tendo em conta o calendário escolar, bem como as inúmeras solicitações de que os docentes são alvo durante o ano letivo, por vezes tornou-se difícil coordenar toda a dinâmica do grupo, assegurando a participação de todos em todas as sessões e aulas previstas.

O facto de Sónia e Carla juntarem frequentemente as suas turmas, inicialmente parecia ser uma estratégia utilizada como rentabilização de recursos, mas revelou outras potencialidades. Para além destas professoras, Sandra também esteve presente, havendo um *ratio* de cerca de 7 alunos para cada professora, o que possibilitou maior: (i) acompanhamento aos alunos, (ii) interação entre professoras; e (iii) partilha de estratégias. Assim, nesta investigação, a existência de, pelo menos, dois professores em sala de aula, parece contribuir para uma reflexão mais ativa durante a realização da tarefa e para o enriquecimento da reflexão e discussão nas sessões pós-aula, com o surgimento de um segundo (ou terceiro) ponto de vista relativamente a um determinado episódio. Na prática, situações que passam despercebidas a um professor, são alvo de atenção por parte de outros professores, o que acaba por enriquecer a forma como a tarefa é explorada em sala de aula, sugerindo a exploração de diferentes representações (são exemplos, as tarefas “Pensamento Relacional” e “Peça de teatro”).

A Resolução de Problemas é vista pelos professores como algo muito positivo e pedagogicamente interessante. Para além disso, a existência de diferentes formas de resolver a tarefa ou de recorrer a diferentes tipos de representação também é bem aceite. Desta forma, não deixa de ser curioso que o facto da mesma tarefa permitir duas

interpretações díspares, mas corretas, causar estranheza nos professores e alguma relutância em aceitar a exploração desse tipo de tarefas. Para além disso, para este grupo, a resolução de problemas com representações com numerais decimais parece causar-lhes alguma insegurança, demonstrando alguma resistência na sua realização.

Apesar do objetivo desta investigação não pressupor alterações na prática dos professores, denotam-se ligeiras mudanças na forma como os professores planificam e refletem nas tarefas propostas. Assim, inicialmente, os professores centravam-se quase exclusivamente na previsão (nas sessões de preparação) ou análise (nas sessões de reflexão pós-aula) das dificuldades sentidas pelos alunos. Com o decurso da investigação, começaram também a refletir um pouco sobre as ações/decisões tomadas, sobre o seu papel na sala de aula e sobre a adequação de representações em determinadas tarefas. Para isso, acredito que a realização de sessões de trabalho em grupo, em que o grupo usufruiu de um momento formal para interpretar, explorar e discutir tarefas de forma mais estruturada teve uma influência positiva.

De forma geral, tendo em conta as limitações e os inúmeros pontos positivos que retiro deste estudo, todo o processo de investigação foi muito desafiante e enriquecedor, na medida em que me permitiu conhecer as várias opiniões e pontos de vista dos professores face às mesmas tarefas, bem como verificar que uma tarefa, planeada e discutida pelo mesmo grupo de professores, pode ter diferentes abordagens e formas distintas de ser explorada em sala de aula. Foi também interessante aperceber-me do constrangimento e do quanto pode ser difícil para os professores distanciarem-se do que fazem na sala de aula, analisando objetivamente e de forma construtiva tanto as suas representações/ações bem como as dos seus colegas, mesmo que estas sejam previamente transcritas e anonimizadas.

9.3.2 Desafios futuros

O modo como uma tarefa é explorada por diferentes professores pode variar substancialmente, variação essa influenciada pelas características de cada professor e dos respetivos alunos. No entanto, neste estudo, há aspetos comuns na exploração dos três grupos de tarefas. Assim, globalmente, é importante perceber que as tarefas que incluem tópicos matemáticos no âmbito da Organização e tratamento de dados e dos Números racionais, parecem causar uma maior ansiedade e insegurança nos professores, o que se reflete numa menor diversidade de representações utilizadas e numa exploração e

questionamento por parte dos professores com um nível de exigência cognitiva menor. É também importante perceber que durante todo o processo de planeamento, exploração da tarefa e reflexão pós-aula, os professores centram-se maioritariamente no papel dos alunos (como interpretam os enunciados, que dificuldades sentem, que representações poderão surgir) em detrimento da reflexão sobre o papel do professor.

Este estudo evidencia a ligação próxima que existe entre o tipo de questionamento e as ações dos professores, relativamente à atividade dos alunos no processo de representação. Assim, se as ações do professor se restringirem a ações com um nível de exigência cognitiva reduzida, será mais difícil a promoção de atividades correspondentes a um nível de exigência cognitiva elevada nos seus alunos. Por outro lado, as ações com um nível de exigência cognitiva menor permitem aos professores um maior controlo dos resultados e das respostas dadas pelos alunos, parecendo dar-lhes uma maior sensação de confiança no seu papel como professores. Assim, será importante que, através da formação contínua de professores, os professores se sintam mais confiantes e permitam que os seus alunos partilhem responsabilidades na exploração das tarefas.

Presentemente, ao nível nacional e internacional existem vários estudos que se debruçam sobre a melhoria da prática dos professores ou que analisam a prática de professores considerada como exemplar. No entanto, através desta investigação, vincula-se também a importância de caracterizar o ponto de partida que precede qualquer tipo de intervenção, nomeadamente a forma como os professores exploram as tarefas na sala de aula, bem como o modo como os professores preparam, exploram e refletem sobre as tarefas. Assim, compreender como todo o processo de execução da tarefa decorre, permitirá estabelecer novos percursos de intervenção nos processos de formação contínua e inicial de professores.

Este estudo foi realizado com um grupo de professores, analisando o modo como exploram as tarefas na sala de aula e as representações que usam e privilegiam. Durante a investigação, foi possível verificar que desvalorizam as representações pictóricas relativamente a outro tipo de representações. Nesse sentido, seria pertinente perceber qual o papel que os alunos atribuem a este tipo de representações. Será que os alunos consideram as representações pictóricas como representações matematicamente válidas? Da mesma forma, a compreensão das representações por parte dos alunos, bem como a forma como essa compreensão pode ser aprofundada é outra questão que seria interessante explorar. Questões como: “Qual a influência das representações utilizadas pelos professores na aprendizagem dos alunos? De que modo a compreensão das

representações por parte dos alunos é influenciada pelas representações e pela atividade dos professores?”, poderão ser objeto de estudo no futuro. Ainda em relação aos alunos, tendo em conta que os professores associam muitas vezes o raciocínio e o processo de representação, seria importante tentar perceber de que forma o raciocínio dos alunos se espelha nas representações utilizadas por eles, bem como compreender o que está por trás da escolha de representações inadequadas por parte dos alunos.

Por outro lado, sabendo que esta investigação se foca num determinado momento do percurso profissional dos professores participantes, penso que seria pertinente a realização de uma investigação longitudinal que acompanhasse um grupo de professores desde a formação inicial, de forma a perceber quais as representações privilegiadas pelos professores ao longo do seu percurso docente. O que promove a mudança na escolha de representações? De que forma a mudança do conhecimento dos professores altera as representações que privilegiam?

Tendo em conta as limitações deste estudo, decorre igualmente a pertinência de analisar a exploração de tarefas que envolvam outro tipo de representações, como por exemplo, as representações em geometria.

De forma geral, torna-se evidente a importância de continuar a investigação no âmbito das representações matemáticas, tanto na vertente da aprendizagem dos alunos, como na da formação de professores. Para além disso, é importante dar continuidade à investigação sobre a prática dos professores e também de futuros professores no que respeita à forma como exploram as tarefas na sala de aula e às representações que usam e privilegiam, podendo esta investigação contribuir para a elaboração de meios e recursos que promovam a reflexão dos docentes durante a sua formação.

Referências

- Acevedo Nistal, A., Dooren, W. V., Clarebout, G., Elen, J., & Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. *ZDM*, 41(5), 627–636.
- AERA (2011). Code of Ethics. Washington, DC: AERA.
- Agudelo-Valderrama, C., Clarke, B., & Bishop, A. J. (2007). Explanations of attitudes to change: Colombian mathematics teachers' conceptions of the crucial determinants of their teaching practices in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 69-93.
- Ainley, J., & Luntley, M. (2007). The role of attention in expert classroom practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(1), 3-22.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa, Portugal: Edições 70
- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Blosser, P. E. (1975). *How to ask the right questions*. Washington, DC: National Science Teachers Association.
- Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice: The case of the 'dance of agency'. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J. T. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA (Vol1)*, pp. 3-16). Honolulu: University of Hawaii
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Lisboa: Relógio d'Água.
- Canavarro, A. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Cebola, G. (2011). Conexões matemáticas — números e representações geométricas. *Educação e Matemática*, 144 , 44-46.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(3), 258-279.

- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2-33.
- Deizman, C., & English, L. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 77-89). Reston, VA: NCTM.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Elia, I., Gagatsis, A., & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*, 17(6), 658-672.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). NY: Macmillan.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Goldin, G. A. (2000). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 178-203). NY: Routledge.
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1986). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe & P. Nesher (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-431). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Goldin, G. A., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and development of mathematical concepts. In J. Cuoco (Ed), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM.
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempos de mudança. O trabalho e a cultura dos professores na idade Pós-Moderna*. Lisboa: Mc Graw-Hill.
- Izsák, A., Tillema, E., & Tunç-Pekkan, Z. (2008). Teaching and learning fraction addition on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94.
- Jaworski, B. (2003). Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: Towards a theoretical framework based on co-learning partnership. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 249-282.
- Kirk, J., & Miller, M. L. (1986). *Reliability and validity in qualitative research*. Beverly Hills: Sage.
- Martins, H, Ponte, J.P (2010)
- Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 97–111.
- McClain, K. (2000). An analysis of the teachers' role in supporting the emergence of symbolizations in one first-grade classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 189-207.
- McDonough, A., & Clarke, D. (2003). Describing the practice of effective teachers of mathematics in the early years. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J. T. Zillox

- (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA*. (Vol. 3, pp. 261-268).
- Menezes-Correia, J. L. (2005). *Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. CA; Jossey Bass.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2007a). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC. Retirado de <http://sitio.dgdc.minedu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>
- Ministério da Educação (2007). *Territórios educativos de intervenção prioritária*. Recuperado em 2010, Outubro 29, de <http://www.min-edu.pt/np3/490.html>
- Ministério da Educação (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC.
- Moyer, P.S., & Milewicz, E. (2002). Learning to Question: Categories of Questioning Used by Preservice Teachers During Diagnostic Mathematics Interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(4), 293-315.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa, APM.
- Newton, K. J. (2009). Instructional practices related to prospective elementary school teachers' motivation for fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 89-109.
- Ngan Ng, S. S., Lopez-Real, F., & Rao, N. (2003). Early mathematics teaching: The relationship between teachers' beliefs and classroom practices. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J. T. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA*. (Vol. 3, pp. 213-220).
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. NJ; Sage.
- Perry, M., VanderStoep, S. W., & Yu, S. L. (1993). Asking questions in first-grade mathematics classes: Potential influences on mathematical thought. *Journal of Educational Psychology*, 85(1), 31-40.
- Pinto, M. (2009). *O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. Tese de mestrado, Universidade de Évora.
- Ponte, J. P. (1992). Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In *Educação Matemática: Temas de Investigação* (pp. 185-239). Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P. (2005) Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J.P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.
- Ponte, J.P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-82.

- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances en Investigación en Educación Matemática*, nº1, 65-86.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática para o 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004a). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51-74.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004b). As práticas dos professores de Matemática em Portugal. *Educação e Matemática*, 80, 8-12
- Ponte, J. P., & Velez, I. (2011a). *Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade*. Paper presented at the Seminário do Projecto IMLNA – Improving Mathematics Learning in Numbers and Algebra, Instituto de Educação, Lisboa.
- Ponte, J. P., & Velez, I. (2011b). As representações matemáticas nas concepções dos professores do 1.º ciclo do ensino básico: Um estudo exploratório. Atas do EITEM -Encontro de Investigação em Educação Matemática (pp. 117-194) (ISBN 978-972-8746-98-8), Póvoa do Varzim.
- Potari, D., & Georgiadou–Kabouridis, B. (2009). A primary teacher's mathematics teaching: The development of beliefs and practice in different “supportive” contexts. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 7-25.
- Purdum-Cassidy, B., Nesmith, S., Meyer, R. D., & Cooper, S. (2015). What are they asking? An analysis of the questions planned by prospective teachers when integrating literature in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 79-99.
- Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: Uma experiência de ensino*. Tese de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Roth, W.-M. (2005). *Doing qualitative research*. Rotherdam: Sense.
- Ruiz e Valdemoros (2005) Ruiz-Ledesma, E. F., & Valdemoros-Álvarez, M. E. (2005). La relación entre el uso de diversas representaciones y el desarrollo de conceptos de razón y proporción: El caso de Nuria. In E. Filloy (Ed.), *Matemática educativa, treinta años: Una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 123-139). Mexico: Santillana Y Cinvestav.
- Ruthven, K., & Goodchild, S. (2008). Linking research with teaching: Towards synergy of scholarly and craft knowledge. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 565-592). New York, NY: Routledge.
- Silva (2012)
- Saxe, G. B. (1999). Professional development, classroom practices, and students' mathematics learning: A cultural perspective. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J. T. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA*. (Vol. 3, pp. 121-128).
- Schoenfeld, A. (2000). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 243-261.

- Skovsmose, O. (2001). Cenários para Investigação. In D. Moreira, C. Lopes, I. Oliveira, J.M. Matos & L. Vicente (Orgs.), *Matemática e comunidades: A diversidade social no ensino-aprendizagem da Matemática*, (pp 26-40).
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2002). Quebrando a neutralidade política: O compromisso crítico entre a educação e a democracia. *Quadrante*, 11(1), 7-28.
- Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13, 325-343.
- Stylianou, D. A. (2011). The process of abstracting in students' representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 17(1), 8-12.
- Swan, M. (2007). The impact of task based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 217-237.
- Thomas, N. (2004). *The development of structure in the number system*. In M.J. Hoines & A.B. Fuglestad (Eds.) *Proceedings of the 28th PME International Conference*. (Vol. 4, pp. 305-312). Bergen: Norway.
- Thomas, N. D., Mulliganb, J. T., & Goldin, G. A. (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1–100. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 117-133.
- Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(8), 438-445.
- Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º ano. *Quadrante*, 14(1), 37-66.
- Wagner, J. (1997). The unavoidable intervention of educational research: A framework for reconsidering researcher-practitioner cooperation. *Educational Researcher*, 26(7), 13-22.
- Watson, A. & Mason, J. (1998). *Questions and Prompts for Mathematical Thinking*. Derby: Association of Teachers of Mathematics 1998.
- Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(2), 110-113.
- Whitacre, I., Hohensee, C., & Nemirovsky, R. (2009). Expressiveness and mathematics learning. In W.-M. Roth (Ed.), *Mathematical representation at the interface of body and culture* (pp. 275-308). Charlotte, NC: Information Age.
- Wilkins, J. L. M. (2008). The relationship among elementary teachers' content knowledge, attitudes, beliefs, and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 139-164.
- Yin, R. (1989). *Case study research: Design and methods* (Revised ed.). Newbury Park NJ: Sage.

Anexos

Anexo 1 – Guião de entrevista inicial

Preparação das tarefas

1. Na tua prática profissional, como preparas as tarefas? Que recursos usas?
2. Qual o papel do manual escolar para preparar as aulas? E do decorrer das tuas aulas?
3. Qual o teu nível de identificação com o manual adotado na escola? Porquê? Quais são as maiores vantagens e desvantagens que vês no manual escolhido?
4. Sentes necessidade de recorrer a outros recursos para a elaboração de tarefas para as aulas? Quais? (Internet? Em revistas?)
5. Para além do manual, costumavas utilizar outros documentos para o teu planeamento? Se sim quais?
6. Usas no teu trabalho o programa? E as novas metas?
7. Na sala de aula, dás muito ou pouco uso aos materiais manipuláveis? Em que ocasiões usas mais e usas menos este tipo de materiais? Porquê?

Caraterização da prática

1. Como descreves o teu modo de trabalho usual em a matemática na sala de aula?
2. Em que medida a tua abordagem se diferencia se estás a lecionar ao 1.º, 2.º, 3.º ou 4.º ano?
3. Pessoalmente, qual a tua relação com a matemática?
4. Quais os temas matemáticos que sentes mais facilidade de trabalhar com os teus alunos? Porquê?
5. E quais os temas matemáticos em que te sentes pouco à vontade?
6. Costumas trabalhar a resolução de problemas na sala de aula? Como?
7. De forma geral, de que modo preferes que os alunos trabalhem (individualmente, pares, pequeno grupo, grande grupo)?
8. Sentes alguma dificuldade especial na tua turma deste ano e que gostarias de tentar ultrapassar?

Representações

9. Em matemática usam-se representações convencionais de natureza simbólica. Para além destas representações achas que há lugar ao uso de outros tipos de representações na sala de aula?
10. Qual a importância que atribuis a cada uma das seguintes representações:

	Reduzida	Média	Grande
Gráficos de barras			
Gráficos Circulares			
Gráficos Caule e Folhas			
Diagramas de Venn			
Diagramas de Carroll			
Pictogramas			
Frações			
N.º Decimais			
Algoritmos			
Expressões numéricas			
Desenhos			
Esquemas			
Diagramas em árvore			
Tabelas			
Reta numérica			

Reta vazia			
Reta numérica dupla			
Percentagens			
Tabuadas			

11. Quais as representações que os teus alunos mais utilizam?
12. Quais as representações que preferes que os teus alunos utilizem?

Visão do programa

13. Em termos gerais, quais te parecem as principais diferenças do atual programa de Matemática em relação ao anterior? (será ao nível das tarefas, da metodologia de trabalho proposta, do tipo de trabalho que se pretende?)
14. Consideras as alterações do programa atual em relação ao anterior positivas ou negativas?
15. Que diferenças principais registas no tema Números e operações?
16. E na Organização e tratamento de dados?
17. O que te parece a indicação para trabalhar em álgebra no 1.º ciclo?
18. Parece-te pertinente a valorização das capacidades transversais feita pelo programa? (Raciocínio, Resolução de problemas, Comunicação)
19. Das três capacidades transversais, há alguma que sentes valorizar mais na tua prática?
20. No teu trabalho na sala de aula, achas que estás a atuar em consonância alta/média/baixa com o novo programa? (porquê)?

Visão das Metas

21. Qual a tua posição relativamente às novas metas? Costumas recorrer a elas? Com que objetivo? De que modo?
22. Quais os aspetos que mais valorizas nas metas? E quais os que mais críticas?
23. O que achas da articulação entre o novo programa e as novas metas?

Percurso profissional

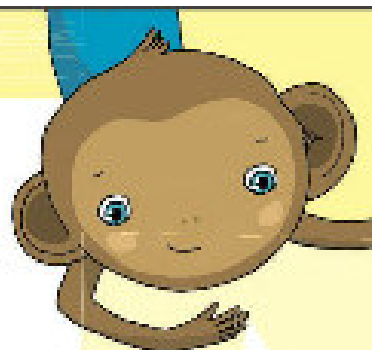
24. Há quanto tempo és docente?
25. Qual é a tua formação inicial?
26. Quando terminaste a tua formação inicial, como é que vias o ensino da Matemática?
27. Que experiências posteriores à tua formação inicial (formações complementares, anos de experiência, escolas onde lecionaste, colegas com quem conviveste, encontros que frequentaste, etc.) influenciaram de modo marcante a tua visão do ensino da Matemática?
28. Sentes que a tua formação inicial tem ainda alguma influência no teu trabalho atual? Se sim, qual?
29. Ao longo destes anos de ensino, quais as maiores dificuldades que tens sentido?

Expetativas

30. Quais as tuas expetativas em relação a este projeto?
31. Quais os contributos que achas que podes trazer para o grupo colaborativo?
32. Quais as maiores dificuldades que imaginas que podem surgir?

Anexo 2 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefas propostas pelos professores

RECAPITULANDO



Copia as palavras novas que aprendeste para o teu caderno. Compara a tua lista com a dos teus colegas.

1 Numa peça de teatro realizada pelo 3.º A, o João, o Pedro e o Ulisses queriam ser o rei. A Ana, a Inês e a Estrela disputaram o papel de rainha.

3.1 Quantos pares de rei/rainha poderão ser formados?

3.2 Durante os ensaios, a Inês desistiu de ser rainha.

Quantos pares de rei/rainha ainda poderão ser formados?

2 Escreve os números 67, 234, 951, 1648, 2832 e 434 em numeração romana.

3 A Inês fez um bolo de laranja, uma tarte de cereja e uma torta de chocolate para o lanche. Cada doce foi cortado em 10 fatias. A Inês e o João comeram uma fatia de cada doce. A Ana só provou a tarte, e o Pedro comeu torta de chocolate e bolo de laranja.

3.1 Qual foi o doce mais comido? Que parte sobrou desse doce?

3.2 E das três unidades, que parte foi comida?

4 Calcula as seguintes somas e diferenças.

$0,75 + 0,25 + 5 =$	$0,7 + 0,3 + 5 =$	$3,5 + 1,5 + 10 =$
$250 - 247,5 =$	$35,5 + 0,5 - 30 =$	$49,5 - 36,45 =$

5 Utilizando a calculadora, verifica qual dos números indicados se aproxima mais do valor de $33,16 : 4$.

8,25	8,3	8,289	8,29
------	-----	-------	------

6 Hoje, o João teve de se vestir às escuras porque faltou a luz. Ele sabia que dentro da gaveta estavam 5 meias azuis e 5 meias verdes. Ao fim de quantas tentativas é que o João pode ter a certeza de que tinha um par de meias iguais?

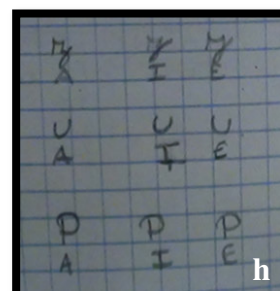
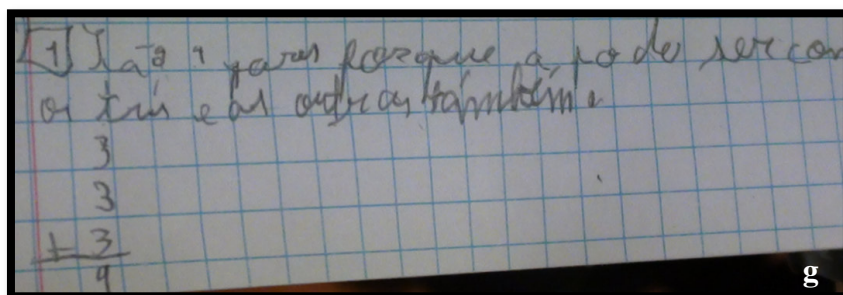
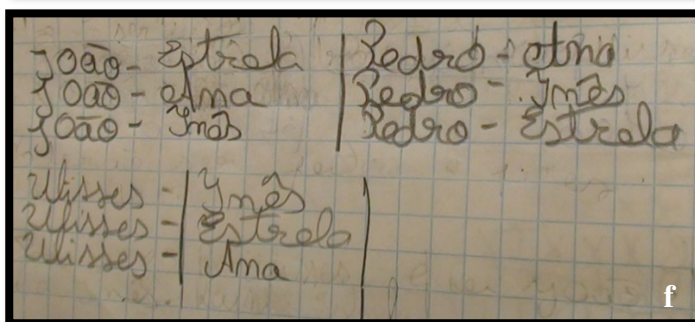
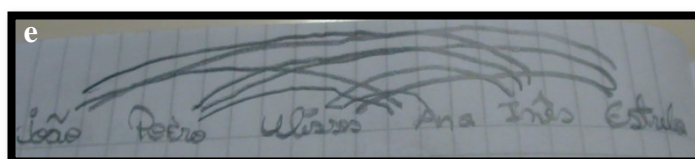
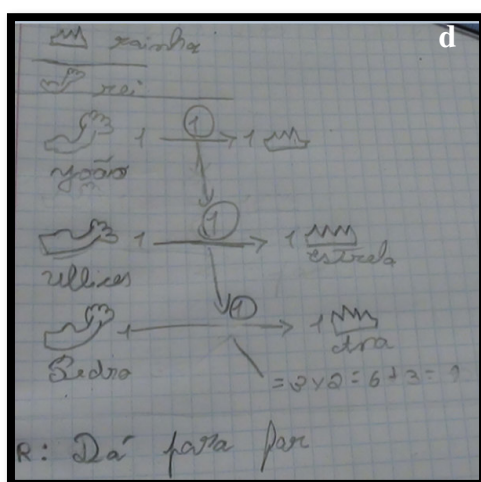
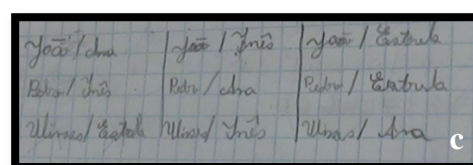
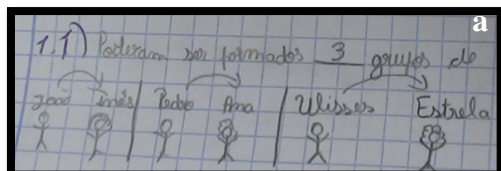
- Factos da multiplicação
- Capicua
- Hexadramantes
- Pavimentação
- Pouco provável
- Muito provável
- Certo
- Impossível
- Aleatório

Anexo 3 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Peça de teatro”

Sessão de Reflexão Pós Aula (60 min)

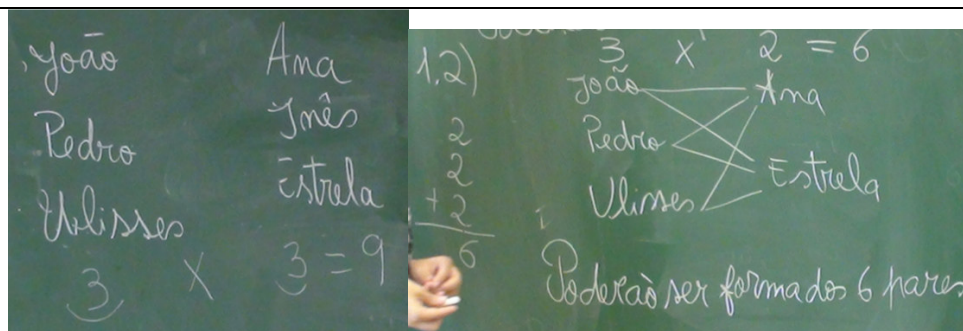
1- Reflexão sobre as tarefas “Peça de teatro”

1- Analisar as diferentes representações utilizadas pelos alunos durante a exploração da tarefa.



- Que tipo de estratégias se podem tentar inferir?
- Quais os tipos de representações que se conseguem distinguir?
- Quais as representações que privilegiariam? Porquê?
- Outros tipos de representações que poderiam surgir?
- Pontos positivos e menos positivos nas representações analisadas?

2- Analisar as representações dos professores.



- Quais as representações utilizadas pelos professores?
- Quais as estratégias inerentes a estas representações?
- Porquê valorizar este tipo de representação?

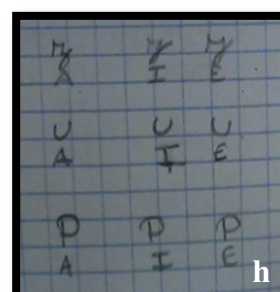
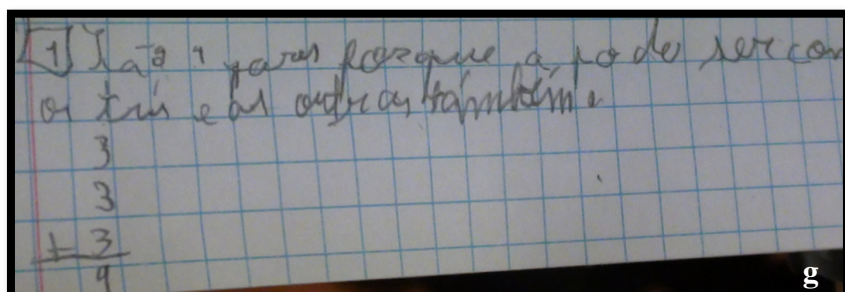
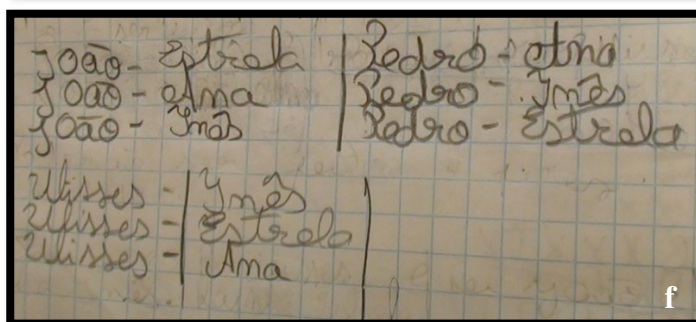
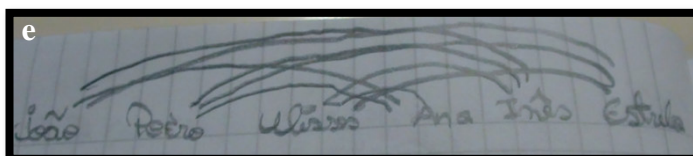
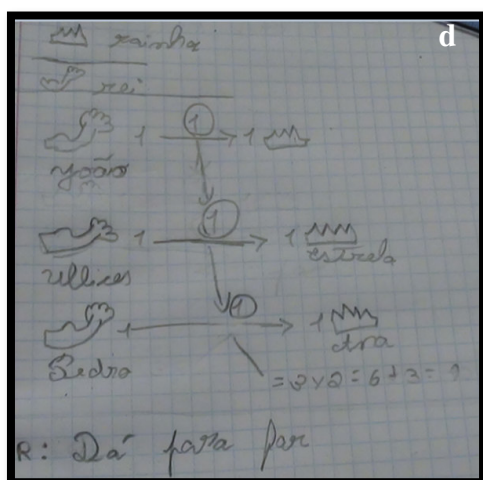
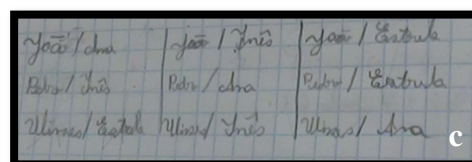
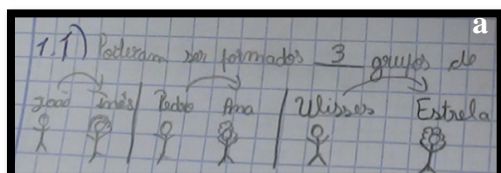
3- Fazer o Balanço da tarefa

- Pontos Positivos e menos positivos na realização desta tarefa?
- Que tipo de questões foram utilizadas?

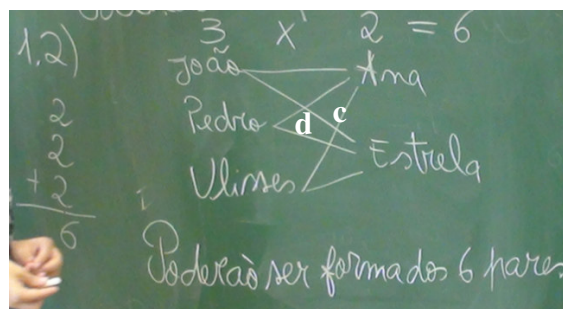
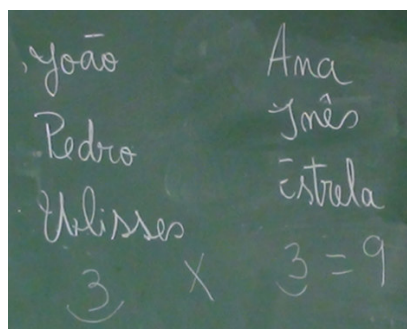
Anexo 4 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefa “Teatro na escola”

Tarefa “Teatro na escola”

1- Analisar as representações dos alunos.



2- Analisar as representações utilizadas pelos professores.



Anexo 5 – Planificação de sessão de preparação de aula com tarefa proposta pelos professores

Parte I –Sessão de preparação da aula – Análise de tarefa proposta pelos professores (60min)

Análise da tarefa proposta

- a) Quais as razões que levaram à escolha da tarefa?
- b) Como resolver esta tarefa?
 - i. Como promover a compreensão do enunciado da tarefa por parte dos alunos?
 - ii. O grupo Propõe alterações à tarefa? Porquê?
- c) Como introduzir a tarefa? Que perguntas se poderão fazer?
- d) De que forma os alunos resolverão a tarefa?
 - i. Que representações os alunos poderão utilizar?
 - ii. Que estratégias utilizarão?
 - iii. Quais as principais dificuldades que os alunos poderão sentir?
 - iv. Que perguntas se poderão fazer aos alunos para os ajudar a compreender e resolver a tarefa “sem lhes dizer demasiado”?
- e) Que dificuldades podem surgir para o professor? Que representações podem recorrer para ajudar os alunos na compreensão/resolução das tarefas?
- f) Como se poderá promover a discussão coletiva?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

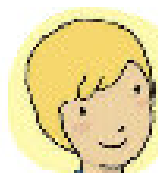
- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 6 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefas propostas pelos professores

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS



1. Hoje o Dorin não veio à escola. O seu pai levou-o a ele e ao irmão ao pediatra, pois estavam com febre. Vê o que o médico receitou.



1 comprimido
de 6 em 6 horas.



1 comprimido
de 8 em 8 horas.



Qual dos irmãos acaba primeiro os comprimidos se começarem a tomá-los no mesmo dia? **Regista** todos os teus cálculos e explica como pensaste.

2. **Resolve** os problemas, discute as tuas estratégias com os teus colegas e explica o teu raciocínio.

2.1 Na fábrica que produz o medicamento do Dorin, todos os dias são produzidos 350 comprimidos iguais aos que ele está a tomar. Esta fábrica encerra aos sábados e domingos. **Quantos** comprimidos são produzidos numa semana?

2.2 Os alunos do 3.º ano vão realizar uma visita de estudo. Para o efeito alugaram-se 4 autocarros, que vão cheios.

2.2.1 Sabendo que vão 24 alunos em cada autocarro e que por cada 10 alunos tem de ir um adulto, **quantos** alunos vão à visita? E quantos adultos?

2.2.2 Um grupo de 27 pessoas inscreveu-se para acompanhar a visita de estudo, deslocando-se de carro. Se cada carro levar 5 pessoas, **quantos** carros serão necessários?

2.3 Na sala do 3.º A foram distribuídos 320 pacotes de leite num mês. Os pacotes de leite vêm em caixas de 24 unidades cada. **Quantas** caixas foram distribuídas na sala nesse mês? Será que sobrou algum leite?

2.4 A Estrela pensou no número de livros de aventuras que faltam na sua coleção e multiplicou-o por 6 euros, o preço de cada livro. Percebeu que teria de gastar 42 euros para os comprar. **Quantos** livros lhe faltam?



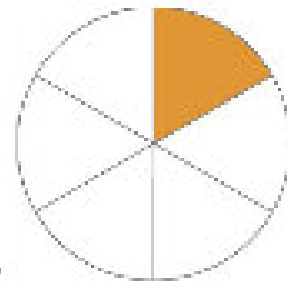
3. A imagem com forma circular representa a sala de ATL para onde a Estrela e o Ulisses vão depois das aulas.

3.1 Sabendo que na região com sombreado estão 2 mesas e 4 cadeiras, e que as mesas e cadeiras se distribuem do mesmo modo pela sala, **quantas** mesas e cadeiras poderá haver na sala?

3.2 Se as mesas e as cadeiras que ocupam a região sombreada forem o dobro das indicadas, qual poderá ser o total de mesas e de cadeiras da sala?

3.3 E se forem o quádruplo, **quantas** poderão estar no espaço sombreado? Qual poderá ser o total de mesas e cadeiras? Explica o teu raciocínio e compara-o com o dos teus colegas.

Sala do ATL



4. À volta da escola está a ser construída uma pista de atletismo de 5000 metros. Em cada dia são construídos 300 metros. **Quantos** dias vai demorar a construção da pista?

5. A escola tem uma equipa de futebol composta por 16 jogadores e quer oferecer camisolas a todos. Cada camisola custa 12 euros e já angariaram 165 euros. Será que já conseguem comprar camisolas para todos os jogadores?

5.1 Alguns dias depois, a escola conseguiu juntar 345 euros para comprar sapatilhas. Cada par custa 12 euros. **Quantos** pares de sapatilhas se conseguem comprar? Que dinheiro ainda é necessário para comprar sapatilhas para todos?

6. Este é um armário com cacifos que foi colocado na escola.

6.1 **Quantos** cacifos tem este armário? Explica como descobriste.

6.2 Se forem colocadas fechaduras em metade dos cacifos, **quantos** se podem alugar?

6.2 Os alunos alugaram $\frac{1}{5}$ dos cacifos. **Quantos** cacifos alugaram?



Anexo 7 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Os irmãos doentes”

Sessão de Reflexão Pós Aula (60 min)

Tarefa – “Os irmãos doentes”

- 1- Analisar os trechos da aula.
 - a) Qual o papel do(a) professor(a) na introdução da tarefa?
 - b) Como questiona os alunos e de que forma o faz?

Professor: Joana...então do que é que fala o exercício?

Joana: Fala sobre dois irmãos que estavam com febre... E... Eles têm que tomar comprimidos...

Professor: E tomavam os dois da mesma maneira?

Joana: Não...

Professor: Então? Como é que tomavam?

Joana: Um tomava de seis em seis horas e outro tomava de oito em oito horas...

Professor: Boa! E o que é que nos pede? O que é que nos pergunta?

Joana: Pergunta... Para ver quem acaba os comprimidos primeiro...

(...)

Professor: Tomem lá todos atenção! Quando nós lemos o exercício nós lemos que o Dorin tem quantos comprimidos para tomar e ele ...Toma de seis em seis horas... Eu não tenho o Dorin a tomar 6 comprimidos numa hora... Como alguns de vocês me estão a dizer...Está bem? Eu não tenho os vinte comprimidos... E o Dorin vai tomá-los todos em seis horas...! O que é que vai acontecer? Imaginem que vocês vão ao médico e têm um medicamento para tomar! Têm um comprimido! A mãe chega a casa e dá um comprimido... No caso do Dorin deu um comprimido...Quando é que dá o outro comprimido?

Aluno: Daqui a seis horas!

Professor: Passadas seis horas! Então 6 horas depois volto a dar outro comprimido!! No caso do outro irmão... O que é que a mãe vai fazer!?

Aluno: De oito em oito!

(...)

Liliana... Então o que é que tu me disseste? Se... O Dorin, neste caso que eras tu, não é? Se tomasses o comprimido de seis em seis horas... Ao fim de um dia, quantos comprimidos é que tu já tinhas tomado?

Liliana: Quatro!

Professor: Ouatro? PorquÊ?

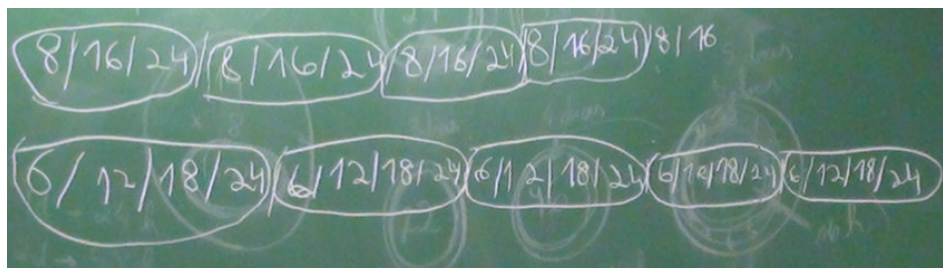
Liliana: Porque um dia tem 24 e se ele tomou de 6 em 6 horas tinha que fazer qual é o número que na tabuada do 6 dá 24...

Professor: Exatamente! A Liliana viu que se fosse tomar um comprimido de 6 em 6 horas... Ao fim de um dia já tinha tomado 4 comprimidos!

(...)

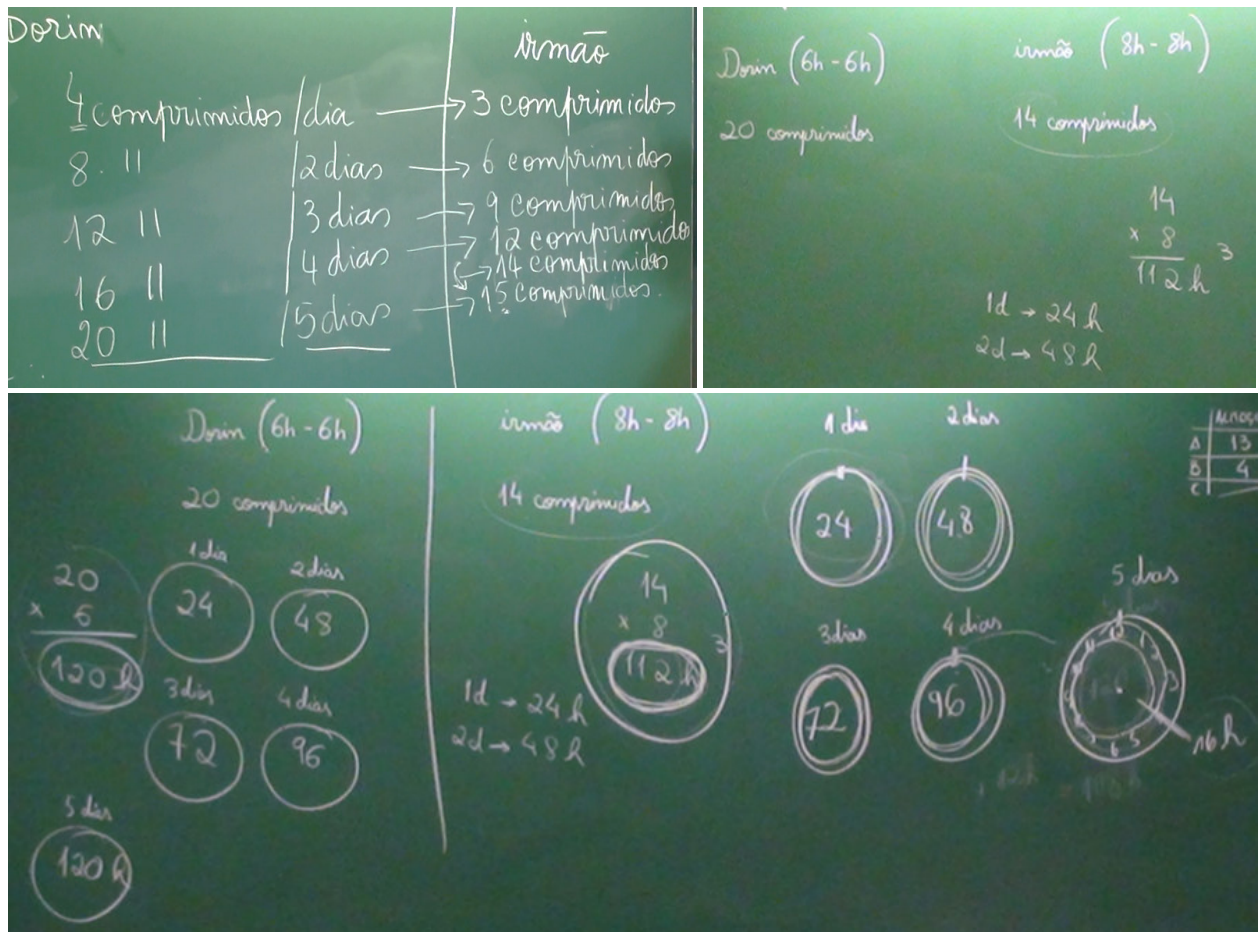
- 2- Analisar as representações dos alunos.
- Que tipos de raciocínio e de estratégias se pode inferir através destas representações?
 - Que questões poderão surgir?

Rowa	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Compartida	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

[illegible]

- 3- Analisar as representações utilizadas pelos professores.

- a) Que diferenças podemos encontrar entre as representações utilizadas pelos professores? De que forma podem ajudar os alunos?
- b) Qual a importância de traduzir numa representação a explicação oral do aluno? Fazê-lo como, quando e com que finalidade?



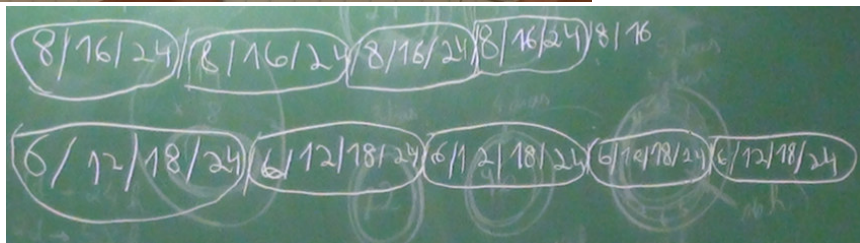
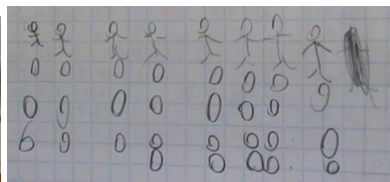
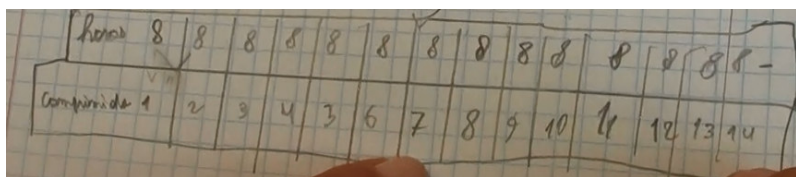
Tarefa – “Teatro na escola”

- c) Qual o papel do(a) professor(a) na introdução da tarefa?

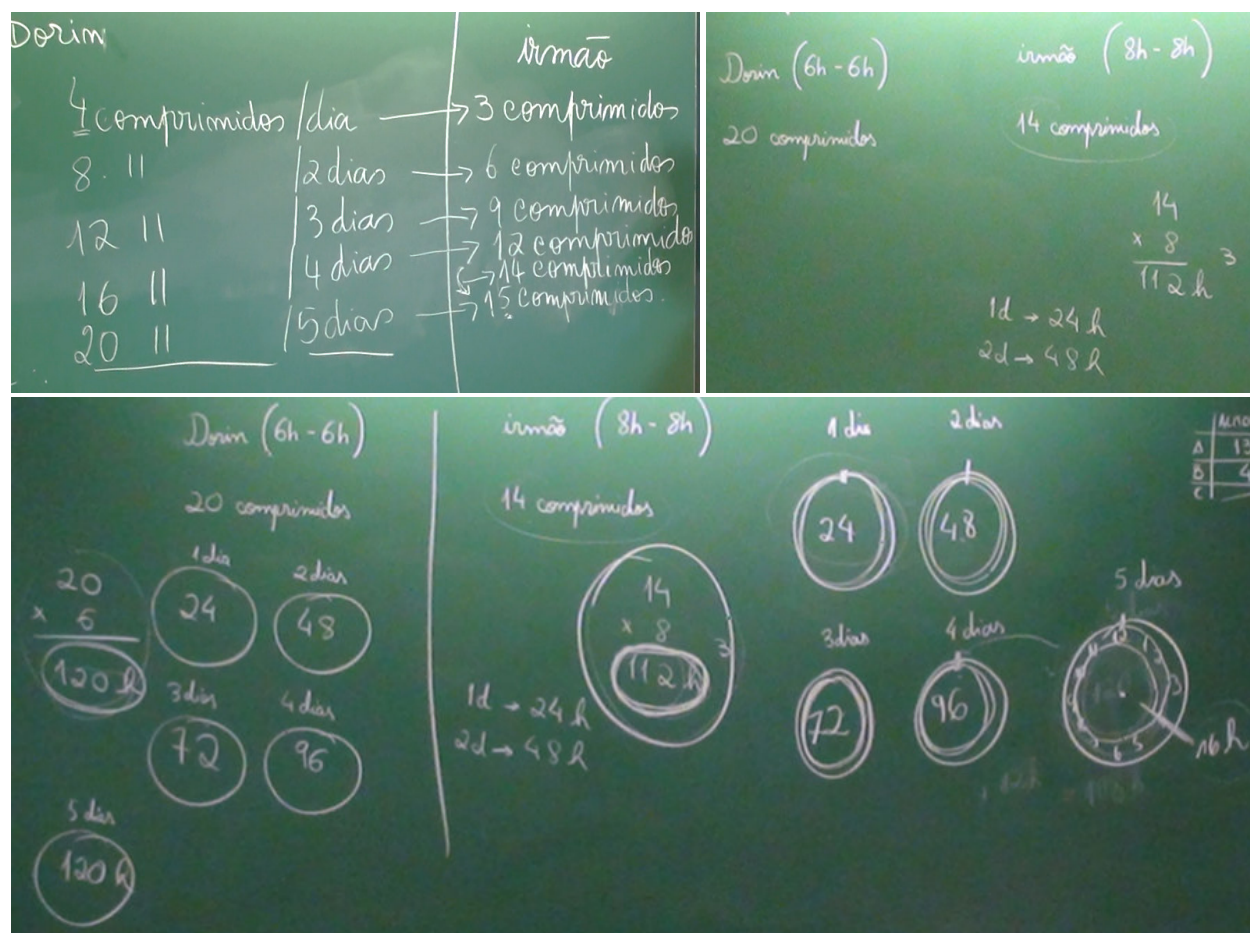
• • •

• • •

2- Analisar as representações dos alunos.



3- Analisar as representações utilizadas pelos professores, durante a discussão coletiva.

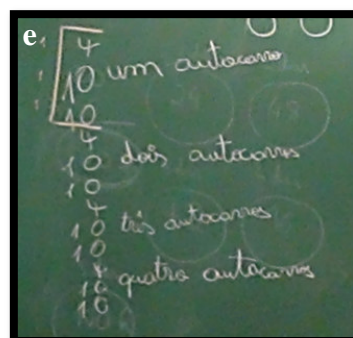
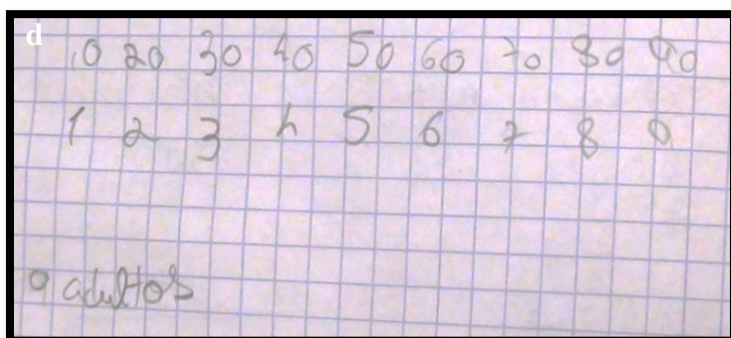
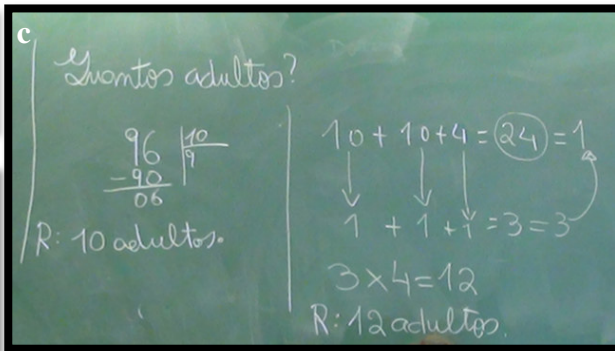
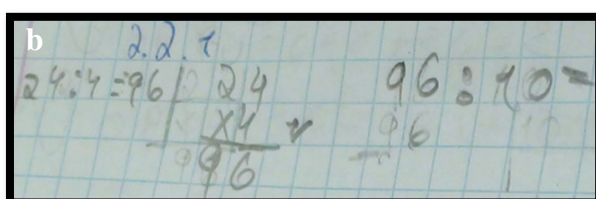
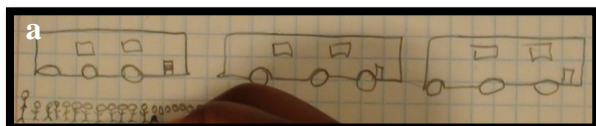


Anexo 9 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Visita de Estudo”

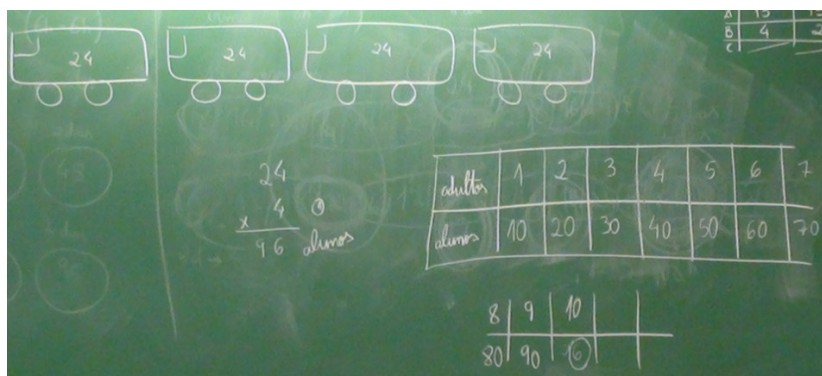
Sessão de Reflexão Pós Aula (60 min)

Tarefa – “Visita de Estudo”

- 1- Análise das representações dos alunos
 - a) Quais as vantagens e desvantagens na utilização destas representações por parte dos alunos?
 - b) Que estratégias e que raciocínio poderão estar subjacentes a estas representações?
 - c) Que dificuldades podem surgir quando o aluno utiliza estas representações?
 - d) Que tipo de orientação dariam/deram aos alunos? Como os questionariam/questionaram?



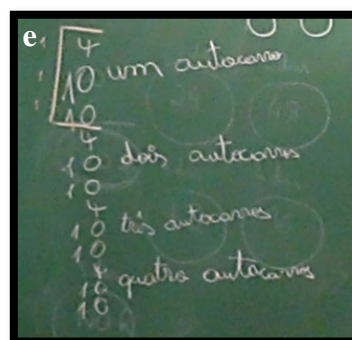
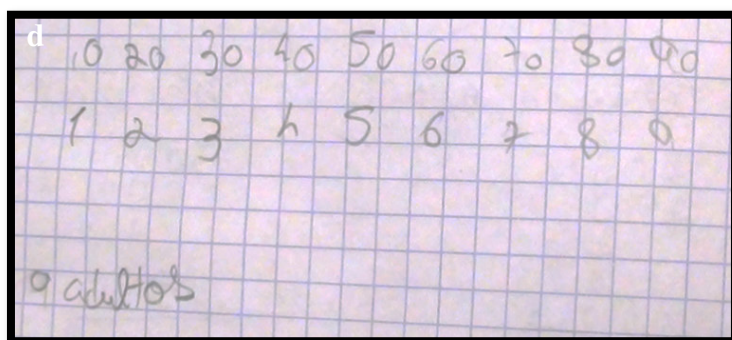
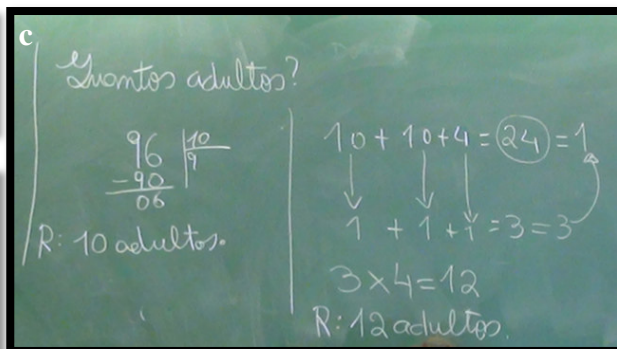
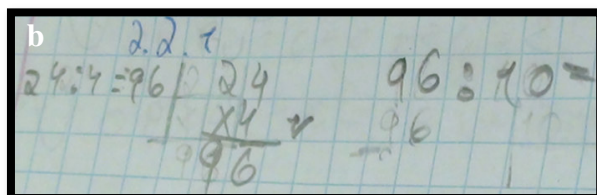
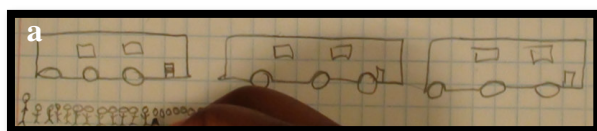
- 4- Analisar as representações utilizadas pelo professor.
 - a) Quantos tipos diferentes de representações? A que representações recorreram/recorreriam? Porquê?
 - b) Qual o papel dos alunos na discussão coletiva da tarefa?



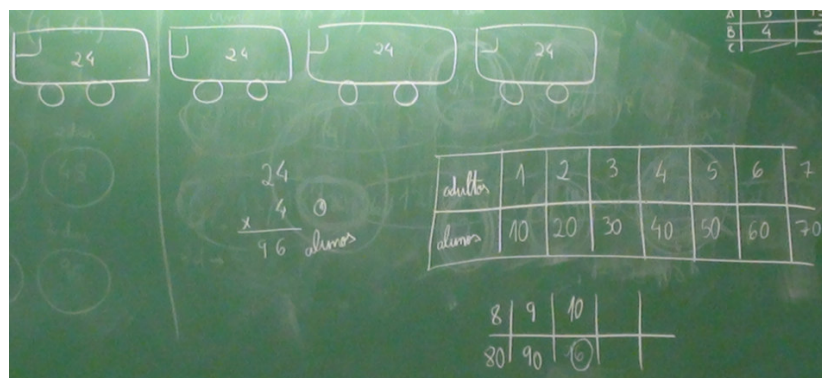
Anexo 10 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefa “Teatro na escola”

Tarefa – “Visita de Estudo”

1- Analisar as representações dos alunos



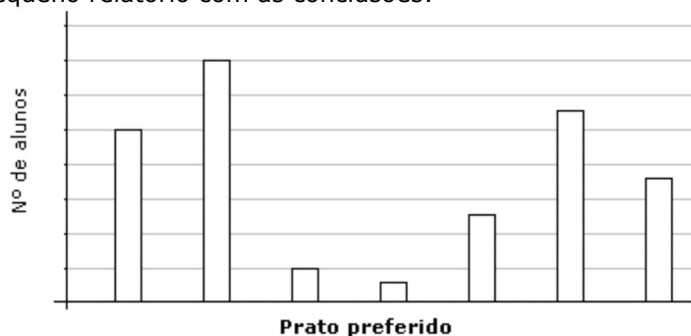
2- Analisar as representações utilizadas pelo professor.



Anexo 11 – Planificação da sessão de preparação de aula da tarefa “Prato preferido”

Sessão de preparação da aula (60min)

Na escola, o Diretor pretende averiguar os pratos preferidos dos alunos que comem na cantina, pelo que encarrega uma comissão de fazer um inquérito a alguns alunos. A metodologia utilizada para selecionar estes alunos, foi a de interrogar os que se dirigiam à cantina, num dia escolhido ao acaso. A comissão encarregue do estudo apresentou ao Diretor um gráfico e um pequeno relatório com as conclusões:



Relatório: Os alunos interrogados apontaram 7 pratos distintos. Das respostas, pudemos tirar as seguintes conclusões:

- a) O Hambúrguer com batatas fritas foi o prato mais votado;
- b) O número de alunos que escolheu Hambúrguer com batatas fritas, foi o dobro dos que escolheram Frango assado;
- c) Os Filetes de peixe receberam menos 4 votos do que o Hambúrguer com batatas fritas;
- d) O Esparguete à Bolonhesa foi o segundo prato mais votado;
- e) O Bacalhau com natas teve mais 4 votos do que o Peixe assado;
- f) Houve quem votasse nas Ervilhas com ovos;
- g) 5 alunos votaram no Bacalhau com natas;

O Diretor recebeu este pequeno relatório e não ficou satisfeito, pois achou as conclusões muito confusas. Afinal, quantos alunos tinham votado? E quantos votaram em cada prato?

- 2) Discutir com os alunos as convenções dos gráficos.

Análise da tarefa – “Prato preferido”

- 1) Como resolver esta tarefa?
 - a) Convenções que os alunos devem compreender para resolverem a tarefa?
 - b) Há sugestões de alterações? Porquê?
- 2) Como se poderá fazer a introdução da tarefa? Que perguntas se poderão fazer?
- 3) Como a resolverão os alunos?
 - a) Que representações os alunos poderão utilizar?
 - b) A que estratégias poderão recorrer?
 - c) Quais as principais dificuldades que os alunos poderão sentir? Como ajudar a ultrapassar?
 - d) Que perguntas fazer aos alunos para os ajudar a compreender e resolver a tarefa?
 - e) Que dificuldades podem surgir para o professor? Que representações podem utilizar para ajudar os alunos na compreensão/resolução das tarefas?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

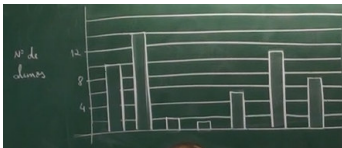
- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 12 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Prato Preferido”

Sessão de Reflexão pós aula - tarefa “Prato Preferido” (60min)

a) Análise dos momentos chave

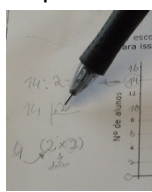
i. introdução (como fazem a introdução)

Sandra	Ricardo	Carla
007 – 2:33 007- 5:10 – 7:00 Faz uma pequena explicação da 1.ª alínea, depois da leitura do enunciado por parte da aluna. Porquê?	002 min 7:55 Desenha o gráfico desde o início e explora as 2 1.ª perguntas. Porquê?  002 min 9:50 – Então anda cá ao quadro e explica-me (2.ª barra). Como é que o Camilo resolveu a alínea?	0015 Antes da tarefa faz uma introdução onde relembra as convenções do gráfico. Porquê? 0016 – min 2:00 – 2:35 Professora faz interpretação do que está escrito para além da leitura.

ii. Exploração da tarefa? Como foi feita?

- Eixos ou linhas? Porquê?

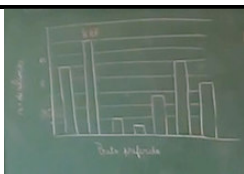
- Onde legendar as barras? Como o fizeram?

Sandra	Ricardo	Carla
0084 – minuto 00:30 Discussão individual sobre as barras. Qual foi a abordagem da professora? Qual o erro da aluna?	Ficheiro 01/06 audio Camilo - O que aconteceu? Que perguntas fez o professor? Porquê?	0019- Discussão individual do aluno com a escala. Qual foi a abordagem da professora?  Qual o objetivo de utilizar esta representação?

iii. discussão da tarefa? Como a fizeram?

- Explorar os erros dos alunos. Deve ou não fazer-se? Porquê?

Sandra	Ricardo	Carla
0008 Desenha o gráfico 0008 – min 0:20 Começa a discussão da tarefa	Ficheiro 004 – min 12:00 O professor discute as convenções. O que está mal? Por que razão o professor opta por começar	- Fez dois tipos de tabelas diferentes. O que levou a professora a fazê-lo?



008 - min 1:40

Início da discussão – escala e frango assado. A professora questiona bastante os alunos. Qual a sua reação? Porque optou por dizer a coluna certa?

Sandra opta por uma tabela na construção do gráfico.

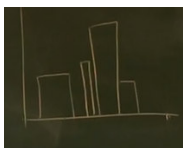
Ficheiro 0010 – 3:32

9	8	9	9	11		
8	8	9	9	9	idades	n.º de alunos
9	8	13	12	9	8	4
10	9					

008 - min 6:30 – 7:22

Discussão com os alunos das duas últimas barras. Porque razão a professora passou para linguagem formal a expressão que explica aos alunos?

Ficheiro – 008 - 14:16
professora utiliza um exemplo para falar com os alunos sobre as convenções do problema.



Ficheiro 0008 – 15:45

O aluno refere que todas as colunas devem ter a mesma altura.

desta forma? Discute-se o facto de a escala não estar completa, mas os outros professores não deram relevância a este aspeto.

Ficheiro 004 – min 30

Porque decidiu fazer a tabela com os alunos?

IDADE	9	10	11	12	13	14
N.º DE ALUNOS						

Fez o gráfico das idades com os alunos. Porquê?

Ficheiro 004 – min 32:40

Porque decidiu fazer o gráfico? Como o fez?

Ficheiro 006 – min 0:00 - 5:00

Porque não pôr os alunos a dar sugestões e a fazê-las no quadro?

Tabela

idades	8	9	10	11	12
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

n.º de alunos

- b) Identificação de pontos positivos e menos positivos na exploração da tarefa;
c) Identificação de dificuldades que surgiram na tarefa e momentos que ultrapassaram as expectativas dos professores;
- i. Onde legendar as barras? Como o fizeram?

- ii. Qual a importância da discussão das convenções dos gráficos com os alunos?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 13 – Planificação da sessão de preparação de aula da tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”

Sessão de Preparação da aula – Tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?” (60 min)

Parte 1 - Análise da tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”

- a) Resolver a tarefa.
- b) Como resolver esta tarefa na sala de aula?

O que é crucial os alunos entenderem para resolverem a tarefa?

- Que os alunos podem gostar dos três frutos;
- Há três frutos;
- O que significa a interseção entre os conjuntos?

Os professores propõem alterações? Quais? Porquê?

- Reduzir o número de alunos para facilitar a leitura?
- Reduzir o número de frutos?
- Modificar o diagrama de Venn?

Como introduzir a tarefa? Que tipo de perguntas se poderão fazer?

- Pedir a um aluno que explique por palavras suas o que é para fazer?
- Pedir a um aluno que explique o diagrama?
 - Quantos frutos há?
 - O que significa cada círculo?
 - O que significa a interseção dos círculos?

- c) Como a resolverão os alunos? Quais as estratégias e representações que utilizarão?
- d) Dificuldades na exploração da tarefa?

Quais as principais dificuldades dos alunos?

- Dificuldade em interpretar o diagrama por não compreenderem a representação;
- Dificuldade em perceber o número de frutos;
- Não contabilizar os alunos que estão “fora” do diagrama (são os alunos que não gostam de nenhum dos frutos).
- Compreender que uma questão é falsa porque uma das condições não é verdadeira (mesmo que a outra o seja)
- A última questão pode ser difícil de responder porque as personagens só podem gostar de um dos frutos referidos.

- e) Que perguntas fazer aos alunos para os ajudar a compreender e resolver a tarefa?
 - As perguntas a fazer vão de encontro ao que foi feito na introdução da tarefa?
 - Discutir importância do questionamento;
- f) Como poderão explorar a tarefa na discussão?

- Colocando os alunos a explicar as suas soluções?
 - Pedindo aos alunos que resolveram mal que mostrem o seu resultado à turma e que o justifiquem?
 - Pedindo aos alunos que façam perguntas entre si.
 - Promover a conversão de representações?
- g) Que dificuldades podem surgir para o professor? Que representações podem recorrer para ajudar os alunos na compreensão/resolução das tarefas?
- No diagrama de Venn, interpretar um círculo de cada vez. Utilizar diferentes cores. Tmz recorrer a material multimédia, para que os alunos compreendam a interseção dos conjuntos.
 - O professor pode ter de transformar o que está representado formalmente para uma representação informal, numa linguagem natural.

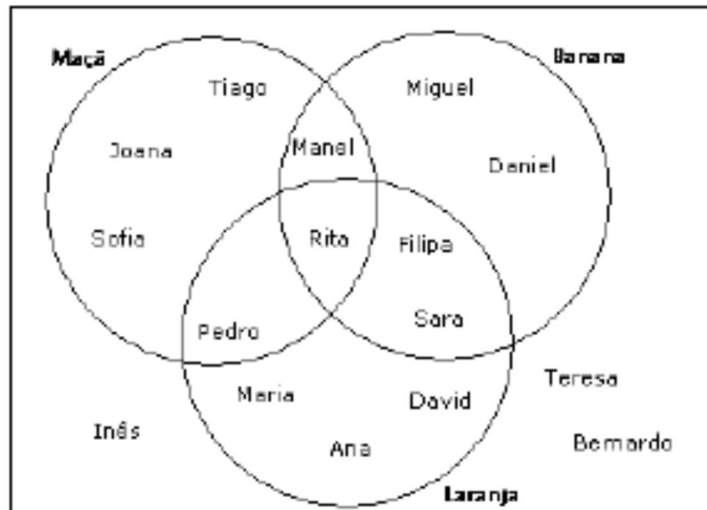
Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 14 – Tarefa proposta pela investigadora “Preferes Maçã, Laranja ou Banana?”

Tarefa – Preferes Maçã, Laranja ou Banana?

Considera o seguinte diagrama de Venn, que foi construído numa turma, em que cada aluno manifestou o seu gosto relativamente a 3 frutos.



Marca com um V (Verdadeiro) ou um F (Falso), cada uma das frases seguintes:

- A Joana gosta de Banana
- A Rita e o Manel gostam de laranja
- A Rita gosta de tudo
- O Pedro e a Filipa gostam de Laranja
- A Teresa não gosta de nada
- O Manel, o Pedro e o David gostam de Maçã
- A turma tem 13 alunos
- 3 alunos não gostam de nenhum dos 3 frutos
- A Rita e a Sandra gostam de Banana e Laranja
- O Bernardo não gosta de Laranja
- A Joana ou gosta de Banana ou de Maçã
- 6 alunos gostam de Laranja
- O Pedro e a Rita gostam dos mesmos frutos
- 10 alunos gostam de Laranja ou Maçã

Anexo 15 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”

Sessão de Reflexão pós aula - tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?” (60min)

Parte I – Análise da exploração da tarefa

1) Reflexão sobre a tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”

- Analisar os trechos das aulas.
- Discutir um pouco sobre os três momentos da exploração da tarefa.
- Pontos que consideram positivos na tarefa. O que correu bem?
- O que ficou aquém das suas expectativas e podia ser melhorado?

2) Diagrama de Venn

- O que fizeram de diferente comparativamente à exploração de outras tarefas?
- Quais os objetivos de Carla para transformar a tarefa num concurso?
- Os objetivos da tarefa condicionam a forma como exploramos a tarefa? Como?
- Quais as principais dificuldades dos alunos? De que forma os professores contribuíram para que eles as ultrapassassem?
- Carla teve uma aluna que explicou detalhadamente como fazer um diagrama de Venn. Qual a importância de ser a aluna a explicar aos colegas? Esta situação pode ocorrer noutros momentos da tarefa?
- Na discussão do diagrama de Venn, Carla passa de um registo de discussão para outro. Porquê?

3) Balanço

- Em janeiro, o tempo dedicado à introdução da tarefa rondava os 5/6min. Neste momento os professores dedicam entre 10 a 15min à introdução da tarefa. Porquê? Esta alteração na introdução da tarefa tem repercussões na exploração da tarefa?
- Como caracterizam as discussões coletivas na sala de aula? Como promover o raciocínio, a comunicação e a utilização de diferentes representações na sala de aula?
- Porque não dar oportunidade aos alunos para explicar as suas estratégias e fazer perguntas uns aos outros durante o tempo de trabalho autónomo?
- Explorar os erros dos alunos durante a discussão coletiva? Sim ou não? Como?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de grupo de trabalho. (5 min)

- a) Definir o papel de cada um e a duração de cada momento.

Anexo 16 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefa “Preferes maçã, laranja ou banana?”

1- Analisar os trechos da discussão coletiva de Carla.

Trecho 1

Carla: (...) A Teresa... *Que é tipo alguns alunos que eu aqui tenho... Não gosta de nada... Sssshhh.... Querem-se calar? A Teresa que é esquisitinha e não gosta de nada... Gabriel?*

Gabriel: *É verdade!*

Carla: *É verdadeeee?!?!?!?! Então mas ela está aqui ao pé da laranja!!*

Gabriel: *Oh! Mas está fora!!*

Carla: *Está quê?*

Alunos: *Está fora!!*

Carla: *Aaaaa... E o que é que quer dizer que está fora?*

Alunos: *Que ela não gosta de nada!!*

Carla: *(coloca o V de verdadeiro) O Manel, o Pedro e o David gostam de maçã. Camila?*

Camila: *Falso*

Carla: *Vamos cá ver... (aponta para o diagrama do quadro) O Manel está aqui... Gosta de...*

Alunos: *Maçã!*

Carla: *O Pedro está aqui... Gosta de...*

Alunos: *Maçã...*

Carla: *E o David... Que gosta de maçã!*

Alunos: *Nãooooo! Laranja!*

Carla: *Então... A resposta é...*

Alunos: *Falsa!! (alunos festejam)*

Trecho 2

Carla: (...) A turma tem treze alunos... Aaaaaaa... Vanessa?

Vanessa: *É falso...*

Carla: *Quantos alunos tem a turma?*

Aluno 1: *Catorze!!*

Alunos: *Dezasseeiiiiis!*

Carla *coloca um “F” à frente da afirmação e os alunos festejam. A Professora lê a afirmação seguinte.*

2- Analisar o trecho na turma de Ricardo.

Ricardo: *Lê lá Fernando...*

Fernando: *A Joana gosta de banana...*

Ricardo: *A Joana gosta de banana... Fernando?*

Fernando: *É falso...*

Ricardo: *É falso, porquê?*

Fernando: *Porque sim...*

Ricardo: *Porque é que é falso?*

Leonardo: *Eu sei!*

Ricardo: *Está bem... Eu não te perguntei se sabes...Estou a perguntar ao Bruno... A Joana gosta de banana. É falso, porquê?*

Fernando: É verdadeiro...

Ricardo: Mau... É falso ou é verdadeiro? (alunos fazem imenso barulho). Shhhhh! Ei! Não quero essa barulheira! É falso. Tu respondeste bem! Eu quero é saber porquê! Quero que justifiques a tua resposta. Respondeste bem. Está certo. Agora... Porque é que é falsa? Só te estou a perguntar porquê...

Bruno: Porque a Joana está na bola da maçã.

Ricardo: E só gosta de maçã ou gosta de mais alguma coisa?

Miguel: Só de maçã!

Ricardo: Ela só gosta de maçã... Só está dentro do grupo que gosta de maçã! Não está dentro de mais nenhum grupo!

3- Analisar o trecho na turma de Sónia.

Sónia: Porque é que tem três bolinhas diferentes?

Aluno: Porque cada um prefere uma fruta....

Sónia: Porque cada um prefere uma fruta... E quantas frutas existem diferentes?

Aluno: Quatro...

Alunos: Trêêssss!

Sónia: Quem é que disse quatro?!

Aluno: Eu...

Sónia: Porque é que disse quatro?

Aluno: Porque me enganei...

Sónia: Então e digam-me uma coisa... Se eu perguntar aqui ao Filipe, quem é que gosta de maçã... Quantos alunos é que gostam de maçã?

Filipe: Três...

Sónia: Três?!

Aluno: Seis!

Sónia: Porque é que dizes três Filipe? Foi exatamente isso... Eu estou a falar com o Filipe! Foi exatamente essa a dúvida que eu vi alguns meninos... Na ficha de avaliação... Eu perguntei quem é que gosta SÓ de maçã?! Só!? E não gosta de mais nada? Não! Perguntei quem gosta de maçã! Então são todos os meninos que estão o quê?

Diana: Na roda!

Sónia: Na roda! Incluindo os que gostam também de outras frutas?

Filipe: Cinco...

Diana: Seis! Seis! Seeiiis!

Sónia: Diana... Deixa-o contar... Conta lá! Vá quantos é que são? Quantos são Filipe!?

Filipe: Seis...

Diana: Aaaaahhhh!!

Sónia: Seis!

...

Aluno: Porque é que a Inês, o Bernardo e a Teresa estão de fora?

Sónia: Porque será...

Alunos: Porque eles não gostam!!! Porque eles não gostam de fruta nenhuma!!!

Sandra: Porquê? Porque é que tu dizes isso?

Daniel: Porque eles não estão aqui... Não estão nos círculos...

Sandra: Não estão nos conjuntos...

Sónia: Mas fazem parte da turma na mesma Daniel... Não estão dentro dos conjuntos, mas fazem parte desta turma...

Anexo 17 – Planificação da sessão de preparação de aula da tarefa “Ementa de refeitório”

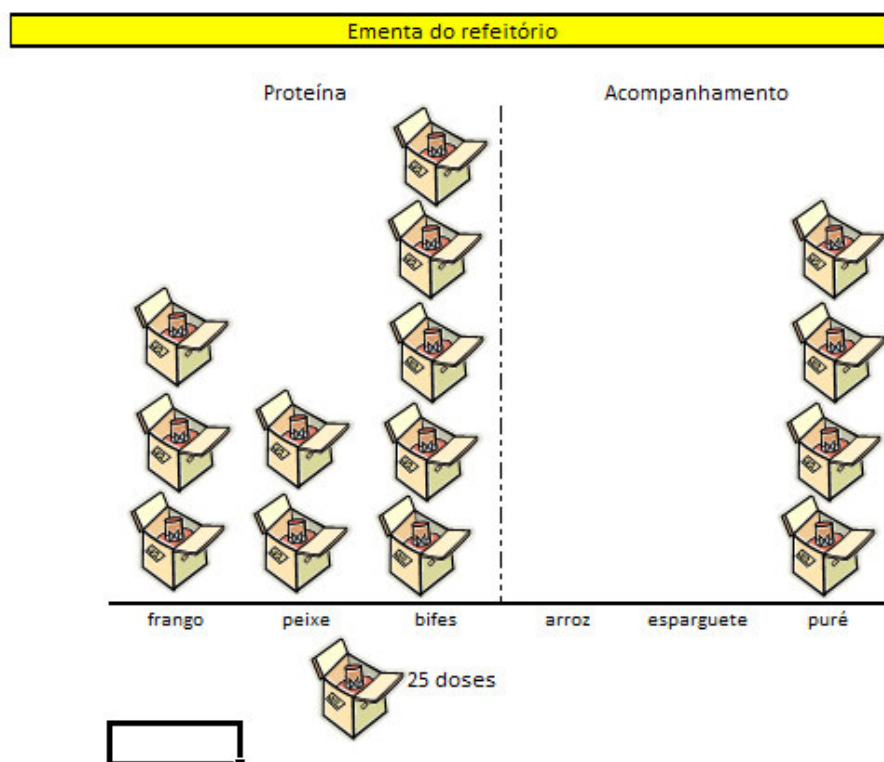
Parte I –Sessão de preparação da aula – Tarefa “Ementa de refeitório” (60min)

- 1) Gráfico de barras vs Pictograma
 - a) Diferenças entre explorar tarefas com gráficos de barras ou com pictogramas no enunciado?
 - b) Qual das duas representações os alunos compreendem/utilizam/interpretam com maior facilidade?
 - c) Com que frequência estas representações surgem nas tarefas propostas na sala de aula?
- 2) Exploração da tarefa com os alunos
 - a) Resolver a tarefa
 - b) Como promover a compreensão do enunciado da tarefa por parte dos alunos?
 - c) Existem propostas de alteração à tarefa? Porquê?
 - d) Como introduzir a tarefa? Que perguntas se poderão fazer?
 - e) De que forma os alunos resolverão a tarefa?
 - f) Que representações os alunos poderão utilizar?
 - g) Quais as principais dificuldades que os alunos poderão sentir?
- 3) Papel do professor
 - a) Que dificuldades podem surgir?
 - b) A que tipos de representações podem recorrer para ajudar os alunos na compreensão/resolução da tarefa?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 18 – Tarefa proposta pela investigadora “Ementa do refeitório”



- 1- Completa o pictograma, sabendo que existem 5 caixas com embalagens de arroz e 1 com esparguete.
- 2- Se fosses a cozinheira da cantina, o que comeriam, na segunda-feira, os cem alunos que almoçam na escola? Não te esqueças de escolher um tipo de proteína e um acompanhamento.
- 3- É possível servir cento e vinte e cinco almoços na terça-feira, sem ter de comprar mais alimentos? Como?

Anexo 19 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Ementa de refeitório”

Sessão Pós Aula da tarefa “Ementa de refeitório” (60 min)

Parte I – Análise de momentos chave – observação de trechos em formato vídeo

1) introdução (como dinamização a introdução da tarefa?)

Sandra	Ricardo	Sónia	Carla
Trecho 1 - Porquê definir ou lembrar o que é um pictograma? - Reler as perguntas? - Referiu na planificação que era importante explorar com os alunos a questão das legendas, na introdução. - Que perguntas podem ser feitas para ser introduzida a tarefa? - Talvez fosse positivo explorar um pouco mais o pictograma?	Trecho 2 - Porquê definir ou lembrar o que é um pictograma? - Reler as perguntas - Talvez fosse positivo explorar um pouco mais o pictograma?	Trecho 3 - Porquê a Sandra a dinamizar? - Porque juntaram as duas turmas? Quais os benefícios?	

2) Como foi dinamizado o trabalho autónomo dos alunos?

a) Alguns alunos escolheram uma determinada opção na pergunta 1 “porque era mais saudável” (o que está por detrás desta resposta)?

b) Porquê relembrar as condições do problema?

Sandra	Ricardo	Sónia	Carla
- Perguntas que fez aos alunos para os ajudar? - Que dificuldades verificou nos alunos?	Trecho 5 - Perguntas que fez aos alunos para os ajudar? (Tarefa 1 e Tarefa 2) - Que dificuldades verificou nos alunos? - Com a aluna, remete várias vezes ao gráfico e às perguntas anteriores, porquê?	Trecho 4 - Perguntas que fez aos alunos para os ajudar? - Que dificuldades verificou nos alunos?	- Perguntas que fez aos alunos para os ajudar? - Que dificuldades verificou nos alunos?

3) Dinamização da discussão coletiva;

a) O que significa cada caixa? Porque desenharam as caixas de determinada forma? b) Porquê esclarecer as convenções... Relembrar as condições do problema?

c) Como/Porque selecionam os alunos para responder?

- d) E se os alunos explicassem como resolveram a tarefa?
- e) Qual a relação entre as questões colocadas e o raciocínio e estratégias dos alunos? F) Qual a diferença entre as 2 estratégias utilizadas pelo Ricardo e pela Carla na discussão da pergunta 2 e 3.
- g) Por que razão os alunos tiveram mais dificuldades na resolução desta tarefa do que na tarefa “Prato preferido”?

Sandra	Ricardo	Sónia	Carla
Momento 9 Momento 6 Momento 7 - Qual a escolha dos alunos? - Por que razão coloca os números por cima do pictograma? - Porquê a discussão dos pictogramas? Como foi feita?	Momento 8 - Como foi feita a escolha dos alunos? - Que estratégias surgiram? - Porque não aproveitar a estratégia de cálculo mental? - Estratégia - apagar os alimentos; - Porquê a discussão sobre as convenções dos pictogramas?	Como foi feita a distribuição da intervenção das professoras?	Momento 10 - A certa altura a professora intervém para discutir as convenções do pictograma. Porquê? - Estratégia de riscar os alimentos;

- Identificação das várias representações de professores e alunos (quais as representações que surgiram? Quais as que os professores preferem? Como fizeram a ponte das representações informais para as representações formais?);
- Dificuldades dos alunos? Houve diferenças relativamente a outras tarefas? Porquê?
- Dificuldades no preenchimento do pictograma. O que aconteceu? Porquê? O que fizeram para ultrapassar esta dificuldade?
- Identificação de pontos positivos e negativos da tarefa;
- Identificação de dificuldades que surgiram na tarefa e momentos que ultrapassaram as expectativas dos professores;

Parte II – Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

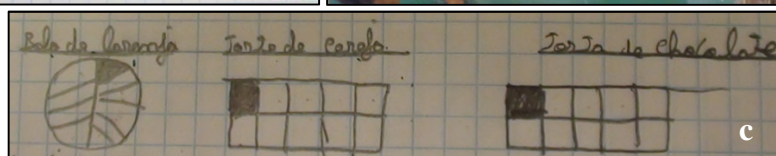
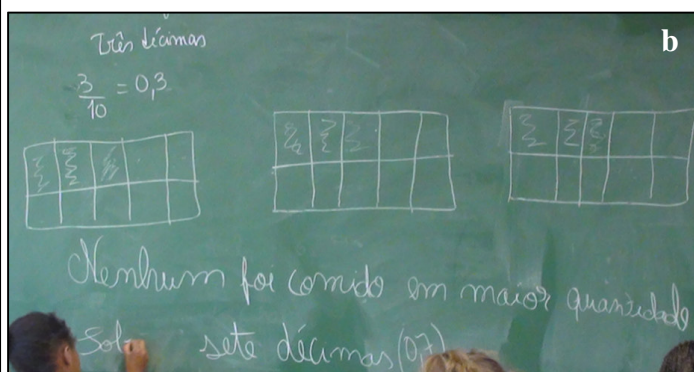
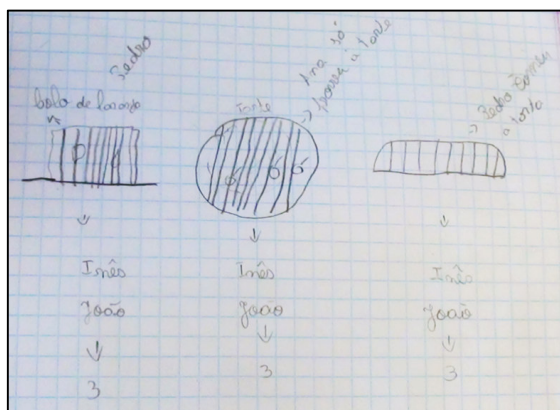
- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 20 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Os bolos”

Sessão de Reflexão Pós Aula (60 min)

1- Reflexão sobre as tarefas “Os bolos”

- Quais as representações utilizadas pelos alunos? Que tipo de dificuldades surgem, relacionadas com as representações que utilizam?
- Analisar a representação utilizada na discussão coletiva.
- Que tipo de estratégias se podem tentar inferir?
- Quais os tipos de representações que se conseguem distinguir?
- Quais as representações que privilegiariam? Porquê?
- Outros tipos de representações que poderiam surgir?
- Pontos positivos e menos positivos nas representações analisadas?



Bolo de laranja	Imês	João	Pedro		7
Bolo de chocolate	Imês	João	Pedro		6
Bolo de leite	Imês	João	Pedro		1

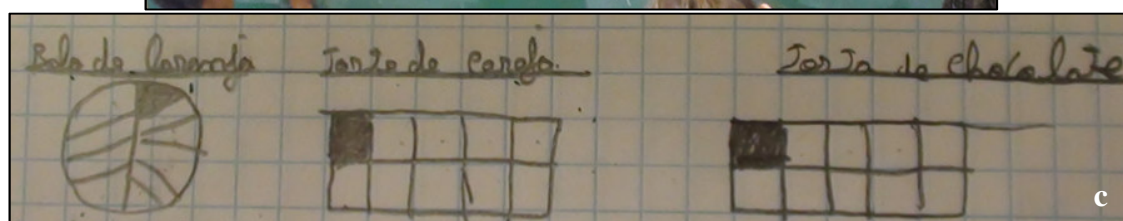
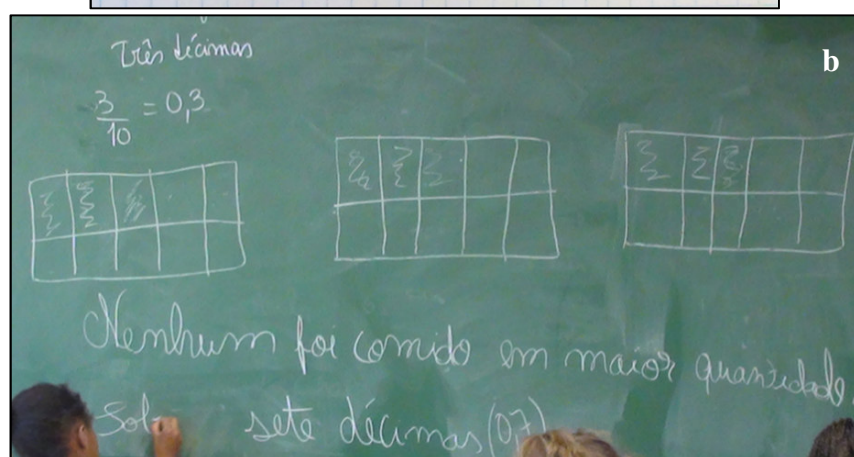
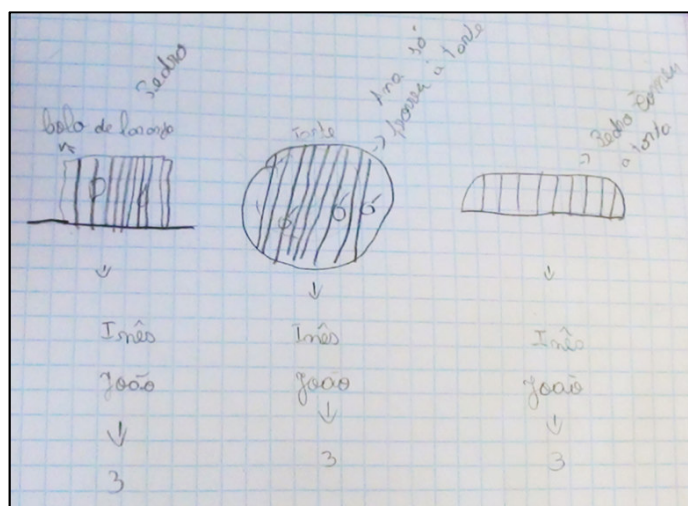
2 - Fazer o Balanço da tarefa

- Pontos Positivos e menos positivos na realização desta tarefa?
- Que tipo de questões foram utilizadas?
- Como questionar os alunos?

Anexo 21 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefa “Os bolos”

Tarefa “Os bolos”

1- Analisar as representações dos alunos.



Bolo de laranja	Inês	João	Pedra	7
Torta de chocolate	Inês	João	Pedra	6
Torta de cereja	Inês	João	Ana	7

2 - Fazer o Balanço da tarefa.

Anexo 22 – Planificação da sessão de preparação de aula da tarefa “As moedas”

Parte I –Sessão de preparação da aula –Tarefa “As moedas” (60min)

- 1- Balanço das tarefas com representações com numerais decimais
 - a) Enumerar estratégias e representações utilizadas por professores para promover a compreensão dos alunos;
 - b) Identificar as dificuldades dos alunos.
- 2- Análise da tarefa proposta
 - a) Resolver a tarefa
 - b) Comparar esta tarefa com a tarefa “Pensamento Relacional” e “Os bolos”.
 - c) Antever a resolução por parte dos alunos
 - i. Quais as estratégias que poderão surgir por parte dos alunos na resolução da tarefa?
 - ii. Que representações os alunos poderão utilizar?
 - iii. Quais as principais dificuldades que os alunos poderão sentir?
 - d) O grupo Propõe alterações à tarefa? Porquê?
 - e) Papel do professor
 - i. Como introduzir a tarefa? Que perguntas se poderão fazer?
 - ii. Que estratégias utilizarão?
 - iii. Que dificuldades podem surgir para o professor?
 - iv. Que representações podem recorrer para ajudar os alunos na compreensão/resolução das tarefas?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

- a) Definir o papel de cada um.

Anexo 23 – Tarefa proposta pela investigadora “As moedas”

As moedas

O João tem algumas moedas no bolso.

3 moedas de 0,02 €

5 moedas de 0,10 €

6 moedas de 0,50 €

1 moeda de 1 €

O João poderá pagar 1,90 € sem receber troco? E 2,05 €? Se sim, de que maneiras? Justifica a tua resposta.

Anexo 24 – Tarefa proposta pela investigadora “Pensamento Relacional”

1- Completa os com os símbolos <, > ou =, de modo a obteres afirmações verdadeiras.

Explica o teu raciocínio.

$3,8+4,5 \quad \square \quad 4,0+4,3$

$4,0+4,5 \quad \square \quad 4,1+4,5$

$3,9+4,2 \quad \square \quad 4,0+4,3$

$3,5+4,2 \quad \square \quad 3,4+4,0$

$3,8+4,7 \quad \square \quad 4,0+4,3$

$5,2+27 \quad \square \quad 5,20+27$

$5,5+3,2 \quad \square \quad 5,2+3,2$

$5,2+2,9 \quad \square \quad 5,20+2,7$

$15-0,2 \quad \square \quad 15-0,3$

$2,30-2,10 \quad \square \quad 2,3-2,1$

Anexo 25 – Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “As moedas”

Parte I – Sessão Pós Aula (60 min)

1- Visão geral sobre a exploração da tarefa “As moedas”

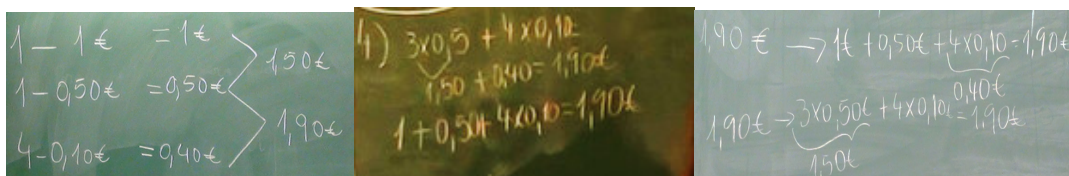
- Discutir os três momentos chave da resolução da tarefa;
- Pontos positivos e menos positivos?
- O que ficou aquém das suas expectativas e podia ser melhorado?

2- Análise mais detalhada da exploração da tarefa

- Refletir sobre as diferentes abordagens na introdução da tarefa.
- Analisar os trechos.
- Como decorreu o trabalho autónomo dos alunos? Analisar o trecho e representação de Carla.
- Quais as representações que os alunos utilizaram nesta tarefa? Quais as maiores dificuldades? O que pode/poderia ter facilitado a compreensão e realização da tarefa?

3- Analisar as representações dos diferentes professores durante a discussão coletiva

- Quais as principais diferenças?
- Há semelhanças entre as diferentes opções dos professores?



- Ricardo utilizou uma representação icónica. Porquê?



- Quais foram as estratégias de resolução dos alunos? Sandra e Sónia referiram-se às moedas que faltavam e nas duas soluções possíveis mais próximas de 2,05€.

Balanco

- Qual a importância do registo escrito das respostas dos alunos?
- Qual a importância da introdução da tarefa na realização de exercícios/problemas?
- Nenhum dos professores recorreu à representação da reta. Porquê? Será que os alunos conseguiriam utilizar a representação dos numerais decimais numa reta numérica?
- Qual a importância da utilização de representações por parte dos professores para a compreensão e aprendizagem dos alunos? Por que razão as professoras têm vindo a utilizar cada vez menos representações?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

- Definir o papel de cada um e a duração de cada momento.

Anexo 26 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – tarefa “As moedas”

Tarefa “As moedas”

- 1- De que forma os professores dinamizaram a introdução da tarefa?
- 2- De que forma os professores dinamizaram o trabalho autónomo dos alunos?
- 3- De que forma os professores dinamizaram a discussão coletiva?
 - a) Analisar as representações dos professores, na discussão coletiva.
 - b) Quais as representações a que os alunos mais recorreram?

The image shows three photographs of a chalkboard with handwritten mathematical work. The first photograph on the left shows three equations: $1 - 1€ = 1€$, $1 - 0,50€ = 0,50€$, and $4 - 0,10€ = 0,40€$. Brackets on the right group these into two totals: $1,50€$ (from the first two) and $1,90€$ (from the first and third). The second photograph on the right shows a calculation: $1) 3 \times 0,5 + 4 \times 0,10$, followed by $1,50 + 0,40 = 1,90€$ and $1 + 0,50 + 4 \times 0,10 = 1,90€$. The third photograph at the bottom shows two ways to reach 1,90€: $1,90€ \rightarrow 1€ + 0,50€ + 4 \times 0,10 = 1,90€$ and $1,90€ \rightarrow 3 \times 0,50€ + 4 \times 0,10 = 1,90€$, with intermediate sums $1,50€$ and $0,40€$ indicated.

- 4- Analisar a representação icónica utilizada por Ricardo.



- 5- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos para justificar que não era possível pagar os 2,05€?

Anexo 27 – Planificação da sessão de preparação de aula da tarefa “Pensamento relacional”

Parte I –Sessão de preparação da aula –Tarefa “Pensamento relacional” (60min)

3- Resolver a tarefa.

f) Antever a resolução por parte dos alunos

iv. Quais as estratégias que poderão surgir na resolução da tarefa?

v. Que representações os alunos poderão utilizar?

vi. Que perguntas se poderão fazer aos alunos para os ajudar a compreender e a resolver a tarefa?

vii. Quais as principais dificuldades que os alunos poderão sentir?

g) O grupo Propõe alterações à tarefa? Porquê?

h) Papel do professor

v. Como introduzir a tarefa? Que perguntas se poderão fazer?

vi. Que estratégias utilizarão?

vii. Que dificuldades podem surgir para o professor?

viii. Que representações podem recorrer para ajudar os alunos na compreensão/resolução das tarefas?

ix. Como se poderá promover a discussão coletiva?

Parte II- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

a) Definir o papel de cada um.

Anexo 28 – Instrumento de trabalho analisado em grupo – Tarefa “Pensamento Relacional”

Tarefa “Pensamento Relacional”

1- Analisar os trechos

Trecho 1

Sara: Os meninos que chegaram agora... Tomem atenção! O Jorge somou... Mas nós também poderíamos ter feito de outra maneira... Vamos tomar atenção... Que número é que eu tenho ali? 38...décimas... E deste lado? 40 décimas! Então eu tinha 38... Para ter 40... O que é que eu acrescentei? Tinha 38...décimas... Fiquei com 40 décimas... Quantas décimas eu acrescentei?

Aluno: Duas!

Sara: Então ali eu acrescentei duas décimas...

Trecho 2

Catarina: Então três é menor do que quatro... Se eu tenho dos dois lados quatro e tenho deste lado três e quatro, à primeira vista, o que é que iria acontecer? Eu iria tender a que este número seria maior do que este... Agora... Nós já falámos também que temos números decimais. Os números decimais que eu referi logo no início da aula... Quer dizer o quê? Que eu dividi a minha unidade em quantos?

Alunos: Dez...

Catarina: Em dez... Então aqui tenho quantas décimas! Oito! E deste lado? Cinco! Então e se eu somar oito décimas mais cinco décimas o que é que eu... O que é que me vai dar?

Alunos: Treze!

Catarina: Treze! Então treze quer dizer o quê? Se eu representar unidades, o número treze nas barrinhas... Açam que eu vou completar uma unidade ou não vou? Sim! E ainda me vão sobrar quantas décimas? Três! Ainda me vão sobrar três décimas...! Então... Sobraram-me três décimas mas eu tenho mais uma unidade... Onde é que eu vou acrescentar a minha unidade? Ao... Aqui ao 3!

Trecho 3

Catarina: Lia! Olhando para aqui... O que é que eu tenho (aluna lê as duas expressões)... Então e olhando para aqui de repente qual é que tu achas que é maior? (aluna hesita) Um, dois, três! (aluna aponta para a resposta correta). É o deste lado! E porquê? Tiveste que fazer contas aqui também neste caso? Podemos considerar só as unidades? Temos que considerar também o quê? As nossas... Décimas! Então aqui temos nove mais (...) dois... onze! João... Como tu disseste há bocado... Onze quer dizer o quê? Mais uma quê?

João: Uma décima?!

Catarina: Ai é mais uma décima? Onze! Estamos a falar das casas decimais! Uma unidade tem quantas décimas?

João: Dez...

Catarina: Se eu tenho onze... O que é que eu já tenho aqui?

João: Mais uma...

Catarina: Então o que é que eu tenho aqui?! Uma quê João?

João: Unidade...

Catarina: E mais quê? Quantas décimas?

João: Uma...

Catarina: Ah! Tava a dormir!?! E logo aí, a unidade passa para o pé de quê, João?

João: Do três!

Catarina: E fico com o quê?

João: Quatro...

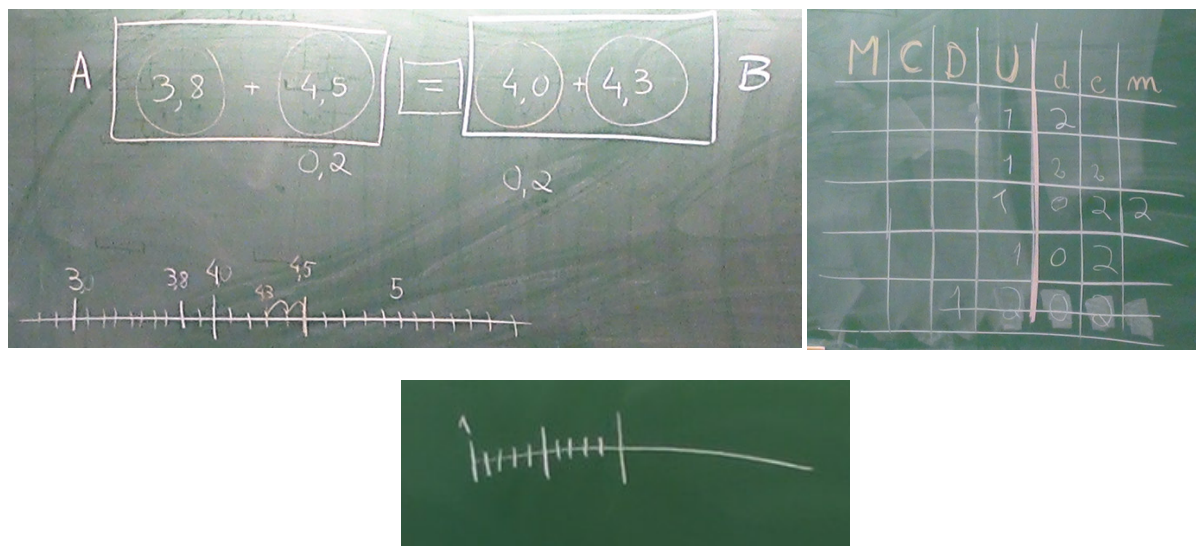
Catarina: Quatro vírgula quanto?

João: Um?

Catarina: Quatro vírgula um mais quatro... Quanto é que é? Oito... vírgula.... Um! E deste lado?

João: Oito vírgula três.

- 2- Analisar as representações utilizadas pelos professores durante o trabalho autónomo dos alunos.



- 3- Analisar Trecho e Representação utilizada

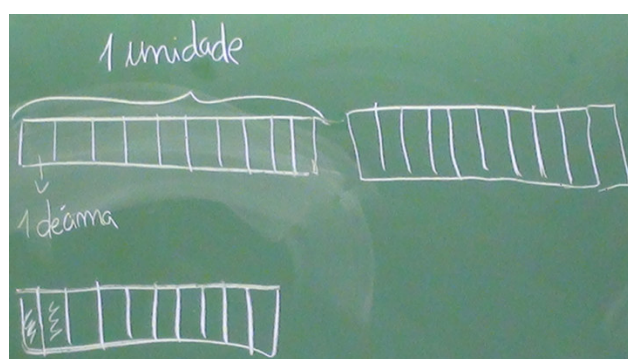
Catarina: Tenho ali duas barras inteiras... O que é que eu vou precisar a seguir? Quem é que é capaz de ajudar? Liliana?

Liliana: Mais dois quadrados...

Catarina: Fazer mais dois quadrados... Então e se for uma barra inteira? E pintar os dois quadrados? Faz lá mais uma barra se faz favor... (aluna desenha a 3.ª barra). Neste momento eu tenho o quê? Duas unidades aqui e a Liliana disse para eu pintar quantos quadrados?

Alunos: Dois!

Catarina: Pinta lá! Nessa barra!



Anexo 29- Planificação da sessão de reflexão pós aula da tarefa “Pensamento Relacional”

Parte I – Sessão Pós Aula – Tarefa “Pensamento Relacional” (45 min)

1. Introdução da tarefa

- i. A realização da tarefa introdutória, semelhante à tarefa explorada poderá ter condicionado a resolução da tarefa?
- ii. Qual a importância da introdução da tarefa em “Pensamento Relacional”?
- iii. Analisar trecho. Sandra leu os números em relação às décimas.

Sandra: Os meninos que chegaram agora... Tomem atenção! O Jorge somou... Mas nós também poderíamos ter feito de outra maneira... Vamos tomar atenção... Que número é que eu tenho ali? 38...décimas... E deste lado? 40 décimas! Então eu tinha 38... Para ter 40... O que é que eu acrescentei? Tinha 38...décimas... Fiquei com 40 décimas... Quantas décimas eu acrescentei?

Aluno: Duas!

Sandra: Então ali eu acrescentei duas décimas...

- iv. Como foi resolvido o surgimento do número negativo na introdução de Sandra? De que forma Ricardo introduziu a tarefa? Que representações utilizou?
- v. Na sala de Carla descobrimos que se dessemos 3s aos alunos para responder, na maioria dos casos, os alunos acertam, mas depois poucos são os que conseguem explicar. Porque acontece isto?
- vi. Carla na introdução e na discussão faz muita referência à unidade e à divisão em dez partes. Porque utiliza essa representação? Porquê a separação entre a parte inteira e a parte decimal?

Carla: Então três é menor do que quatro... Se eu tenho dos dois lados quatro e tenho deste lado três e quatro, à primeira vista, o que é que iria acontecer? Eu iria tender a que este número seria maior do que este... Agora... Nós já falámos também que temos números decimais. Os números decimais que eu referi logo no início da aula... Quer dizer o quê? Que eu dividi a minha unidade em quantos?

Alunos: Dez...

Carla: Em dez... Então aqui tenho quantas décimas! Oito! E deste lado? Cinco! Então e se eu somar oito décimas mais cinco décimas o que é que eu... O que é que me vai dar?

Alunos: Treze!

Carla: Treze! Então treze quer dizer o quê? Se eu representar unidades, o número treze nas barrinhas... Acham que eu vou completar uma unidade ou não vou? Sim! E ainda me vão sobrar quantas décimas? Três! Ainda me vão sobrar três décimas...! Então... Sobraram-me três décimas mas eu tenho mais uma unidade... Onde é que eu vou acrescentar a minha unidade? Ao... Aqui ao 3!

- vii. Analisar os trechos e refletir sobre o papel do professor.

Carla: Lia! Olhando para aqui... O que é que eu tenho (aluna lê as duas expressões)... Então e olhando para aqui de repente qual é que tu achas que é maior? (aluna hesita) Um, dois, três! (aluna aponta para a resposta correta). É o deste lado! E porquê? Tiveste que fazer contas aqui também neste caso? Podemos considerar só as unidades? Temos que considerar também o quê? As nossas... Décimas! Então aqui temos nove mais (...) dois... onze! João... Como tu disseste há bocado... Onze quer dizer o quê? Mais uma quê?

João: Uma décima?!

Carla: Ai é mais uma décima? Onze! Estamos a falar das casas decimais! Uma unidade tem quantas décimas?

João: Dez...

Carla: Se eu tenho onze... O que é que eu já tenho aqui?

João: Mais uma...

Carla: Então o que é que eu tenho aqui?! Uma quê João?

João: Unidade...

Carla: E mais quê? Quantas décimas?

João: Uma...

Carla: Ah! Tava a dormir!?!? E logo aí, a unidade passa para o pé de quê, João?

João: Do três!

Carla: E fico com o quê?

João: Quatro...

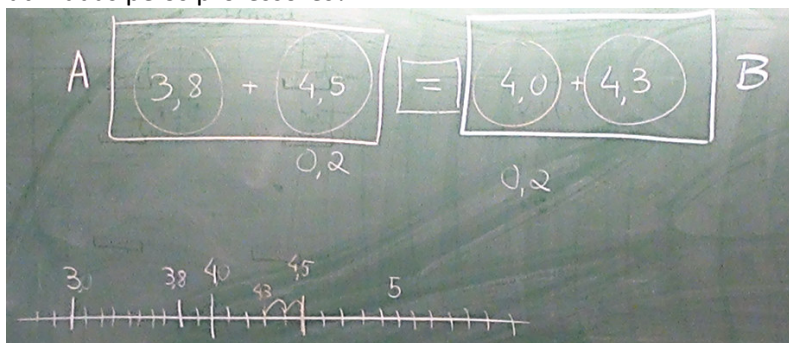
Carla: Quatro vírgula quanto?

João: Um?

Carla: Quatro vírgula um mais quatro... Quanto é que é? Oito... vírgula.... Um! E deste lado?

João: Oito vírgula três.

- viii. Qual a diferença entre fazer a decomposição e o algoritmo?
- ix. Qual a importância da tarefa introdutória? Como correu essa tarefa em comparação com a dos decimais? Porquê?
- x. Que dificuldades surgiram nos alunos?
- xi. Os professores notaram diferenças entre os cálculos com adições e os com subtrações?
- xii. Quais as representações que os alunos utilizaram para resolver esta tarefa? Quais as utilizadas pelos professores?



- xiii. Por que razão Ricardo não queria corrigir toda a tarefa?

Parte II – Balanço (15min)

- a) Qual o papel da justificação por escrito da resposta dos alunos? Porquê?
- b) Existem diferenças entre a exploração desta tarefa e as tarefas exploradas anteriormente?
- c) Qual a importância da introdução da tarefa na realização de exercícios?
- d) Nenhum dos professores recorreu à representação da reta. Porquê? Será que os alunos conseguiriam utilizar a representação dos numerais decimais numa reta numérica?
- e) Qual a importância da utilização de representações por parte dos professores para a compreensão e aprendizagem dos alunos? Em que tarefas recorrem a uma maior variedade de representações?

Parte III- Planificar a data das próximas aulas e da próxima sessão de trabalho. (5 min)

- a) Definir o papel de cada um e a duração de cada momento.